

SOCIETÀ NAZIONALE DI SCIENZE LETTERE E ARTI IN NAPOLI

RENDICONTO
DELL'ACCADEMIA DELLE SCIENZE
FISICHE E MATEMATICHE

SERIE IV - VOL. LXXVII - ANNO CXLIX

(2010)

LIGUORI EDITORE

La pubblicazione è stata resa possibile dai contributi

- della Regione Campania
- della Fondazione Banco di Napoli
- del Dipartimento di Matematica e Applicazioni dell'Università di Napoli “Federico II”
- del Ministero dell'Istruzione, Università e Ricerca
- del Ministero per i Beni Culturali
- dell'associazione “Amici della Società Nazionale di Scienze Lettere e Arti in Napoli”

N. 77 - Dicembre 2010

ISSN 0370-3568

Nessuna parte di questa pubblicazione può essere tradotta, riprodotta, copiata o trasmessa senza l'autorizzazione scritta dell'Editore. Il regolamento per l'uso dei contenuti e dei servizi forniti dalla Casa Editrice Liguori disponibile al seguente indirizzo internet:

http://www.liguori.it/politiche_contatti/default.asp?c=legal

Fotocopie per uso personale del lettore possono essere effettuate nei limiti del 15% di ciascuna pubblicazione. Le riproduzioni ad uso differente da quello personale potranno avvenire, per un numero di pagine non superiore al 15% per pubblicazione, solo a seguito di specifica autorizzazione rilasciata da ANDRO, via delle Erbe, n. 2, 20121 Milano, telefax 02 809506, e-mail segreteria@aidro.org

Direttore responsabile: Carlo Sbordone

© 2010 by Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche

Tutti i diritti sono riservati

Prima edizione italiana Dicembre 2010

Finito di stampare in Italia nel mese di Dicembre 2010 da OGL - Napoli

Autorizzazione del Tribunale di Napoli n. 780 del 14/08/1954

ISBN-13 978 - 88 - 207 - 5432 - 7

La carta utilizzata per la stampa di questo volume inalterabile, priva di acidi, a pH neutro, conforme alle norme UNI EN Iso 9706 ∞ , realizzata con materie prime fibrose vergini provenienti da piantagioni rinnovabili e prodotti ausiliari assolutamente naturali, non inquinanti e totalmente biodegradabili.

INDICE

R. Sersale – <i>Attacco solfatico esterno di cementi Portland addizionati di filler calcareo.</i>	pag.	1
R. Schiattarella – <i>Composition of bi-sobolev mappings.</i>	»	7
L. Carbone, M. Talamo – <i>Gli albori della presenza femminile nello studio della matematica presso l'Università di Napoli nell'Italia unificata.</i>	»	15
R. Sersale – <i>Sviluppo dell'industria cementiera e tutela dell'ambiente.</i>	»	45
G. Barone – <i>Studies on air quality in cultural heritage: a preliminary research on Capodimonte Museum in Naples (Italy).</i>	»	53
L. Carbone, M. Talamo – <i>Caccioppoli intimo.</i>	»	63
N. Melone, V. Napolitano – <i>Embedding semilinear and linear spaces in grassmann spaces.</i>	»	109
R. De Luca – <i>Nonlinear stability for a class of generalized Lotka-Volterra models.</i>	»	117
R. Sersale – <i>Recenti progressi nella prevenzione dell'espansione dei calcestruzzi, a seguito della reazione alcali-aggregato.</i>	»	133
G. Geraci – <i>Il miracolo di San Gennaro: esperienze e considerazioni di un biologo molecolare.</i>	»	141
R. Sersale – <i>Cementi compositi preparati con "pozzolane" in micro e nano-scala.</i>	»	153
R. Sersale – <i>Ottimizzazione del processo di granulazione ed ampliamento degli impieghi delle scorie siderurgiche.</i>	»	159
B. Sbordone, R. Sersale – <i>La fotocatalisi nel disinquinamento dell'aria.</i>	»	167
F. Ventriglia – <i>On a definition of derivative for set functions with applications to 'core' calculus.</i>	»	173
G. Geraci – <i>A new role for oocyte feeder cells emerges from tumor studies.</i>	»	187
A. Mazzarella, R. Di Cristo, R. Viola – <i>L'Osservatorio Meteorologico di San Marcellino - Napoli Centro: i dati dell'anno 2010.</i>	»	193

ATTACCO SOLFATICO ESTERNO DI CEMENTI PORTLAND ADDIZIONATI DI FILLER CALCAREO.

EXTERNAL SULPHATE ATTACK OF PORTLAND CEMENTS CONTAINING LIMESTONE FILLER.

Nota di Riccardo Sersale

(Adunanza del di 5 febbraio 2010)

Riassunto. La costante crescita in Europa e nei Paesi Latino-Americani di cementi con aggiunta di filler calcareo, per i vantaggi economici, ecologici e funzionali, consiglia di approfondire il loro comportamento alle pratiche applicazioni.

Questa Nota indaga a fondo sul comportamento di manufatti prodotti con tale cemento, allorché esposti all'attacco solfatico esterno. Passa in rassegna, al fine di minimizzarne gli effetti, i principali parametri che causano degrado e suggerisce le modalità del loro contenimento. Precisa altresì il livello massimo di rimpiazzo del clinker di Portland con filler calcareo che consenta ancora una ragionevole vita in servizio del manufatto, la più idonea composizione del clinker prescelto per la preparazione del corrispondente cemento, fa il punto sulla formazione di thaumasite, favorita dalla presenza di filler calcareo ed esamina se essa debba ritenersi il principale composto responsabile del degrado.

Parole chiave: Filler calcareo. Cementi compositi. Attacco solfatico esterno.

Summary. The increase in European and Latin-American Countries of cements with different replacement level of limestone filler, owing to the economical, ecological and technical benefits, suggests to examine closely their practical behavior.

This Paper looks into the behavior of handworks prepared with such a cement, when exposed to external sulphate attack. In order to minimize those effects, the main factors causing damage are reviewed and the ways for their reduction suggested. The highest clinker replacement level, together with the more suitable clinker composition, selected for parent cement preparation, are moreover defined and the thaumasite formation, supported by limestone presence, determined, examining, too, whether thaumasite is to be considered the main compound responsible for degradation

Key words: Limestone filler. Composite cements. External sulphate attack.

Premessa.

In una precedente Nota (1) sono stati approfonditi gli effetti indotti, sul comportamento meccanico e chimico del cemento, dal rimpiazzo di un'aliquota di clinker di Portland con filler calcareo.

In una successiva Nota (2) si è posta in luce l'espansione che calcestruzzi, preparati con tale cemento, manifestano allorché esposti ad attacco solfatico esterno per formazione di thaumasite ($\text{CaSiO}_3 \cdot \text{CaCO}_3 \cdot 3\text{CaSO}_4 \cdot 15\text{H}_2\text{O}$). Si è pure indagato sugli effetti dell'impiego di filler calcareo nel calcestruzzo autocompattante (3), al fine di ottimizzare compattezza di particelle, scorrevolezza della miscela e moderazione della segregazione per gravità delle particelle più grosse.

In base alle risultanze della più recente letteratura, questa Nota si propone di fare il punto sul livello di sostituzione massimo di clinker di Portland con filler calcareo, che consenta l'impiego del cemento anche in ambienti moderatamente solfatici e di precisare altresì se la thaumasite è effettivamente la causa prima del degrado.

A far tempo dall'ultimo ventennio, la produzione di cemento Portland, con differenti livelli di sostituzione di clinker con filler calcareo, è costantemente aumentata, per i vantaggi economici, ecologici e funzionali che il rimpiazzo comporta.

La Norma EN 197-1 (4) consente di aggiungere fino al 5% in peso di calcare ($\text{CaCO}_3 > 70\%$) al cemento Portland ordinario. Per la formulazione di calcestruzzi autocompattanti è invece permessa l'aggiunzione di un notevole volume di filler calcareo (da 50 a 200 Kg/m^3), al fine di contenerne i costi.

Con riferimento alla durabilità dei manufatti esposti ad attacco solfatico esterno, è opinione diffusa che la presenza di filler calcareo favorisca la formazione di thaumasite (5). Studi effettuati dal Building Research Establishment (6) affermano che calcestruzzi costituiti da una matrice di silicato di calcio, alluminati di calcio ed un'aliquota di calcite o dolomite finemente suddivise (cementi compositi con filler calcareo), sono potenzialmente soggetti a formazione di thaumasite, per attacco solfatico esterno. I cementi Portland contenenti filler calcareo vanno infatti soggetti ad espansione, come mostra la Fig. 1.

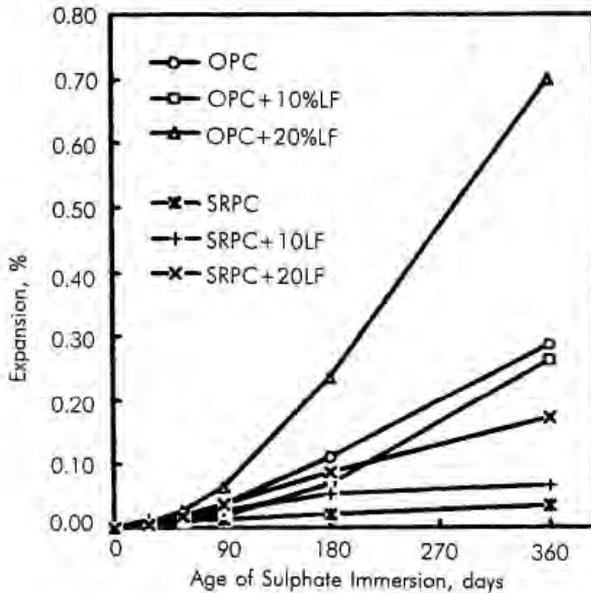


Fig. 1 – Espansione di cemento Portland ordinario e di cemento Portland resistente ai solfati, contenente 10% o 20% di filler calcareo, esposti fino a 360 giorni ad una soluzione di solfato sodico (7)

Si rileva che cementi contenenti il 10% di rimpiazzo di calcare si comportano in maniera del tutto simile, od anche migliore, di quella di cementi ordinari, mentre cementi con il 20% di filler denunciano un comportamento peggiore. Esso può esser ascritto a tre cause: – l'aumento della velocità d'idratazione a breve termine, libera una quantità maggiore di idrossido di calcio, causando consistenti depositi, nell'interfaccia pasta-aggregato, di cristalli orientati. Essi costituiscono un

punto debole per l'attacco solfatico, non venendo rimossi, a lungo termine, come quando si impiegano per rimpiazzo di clinker le aggiunte pozzolaniche; – il filler contribuisce ad una riduzione della porosità capillare bloccando i pori, senza però ridurre la porosità a termini più lunghi, come nel caso delle aggiunte pozzolaniche; – la diluizione non è favorevole. Con l'aumento del volume di filler, aumentano i pori capillari.

La combinazione di tutti questi effetti può migliorare o peggiorare il comportamento all'attacco solfatico di cementi addizionati di calcare, a seconda della composizione mineralogica del clinker di Portland, dell'ammontare di filler di rimpiazzo, del buon accordo fra aumento del grado d'idratazione precedente all'esposizione ed incremento del rapporto acqua/cemento, conseguente alla presenza di filler (7).

Sembra pertanto opportuno approfondire il meccanismo del complesso processo di attacco solfatico esterno, accertare quale composto di neoformazione sia la causa prima della riscontrata espansione, studiarne le modalità del possibile contenimento.

Formazione di thaumasite.

In presenza di ioni carbonato, accomodati nei pori della pasta di cemento, o di biossido di carbonio atmosferico disciolto in acqua, in presenza di solfati il silicato di calcio idrato e la calce d'idrolisi vengono convertiti in thaumasite e gesso. Pertanto questo attacco può decorrere in malte e calcestruzzi contenenti calcare (CO_3^{2-}) come filler o aggregati, esposti a soluzione di solfati (SO_4^{2-}). L'idrossido di calcio reagisce infatti con gli ioni solfato per formare gesso e la silice, proveniente dalla decomposizione del silicato di calcio idrato (C-S-H), che vive bene in ambiente alcalino, reagisce con gli ioni carbonato forniti dal filler calcareo e con gli ioni solfato presenti nella soluzione ed origina thaumasite. Tale formazione, causa del degrado della struttura, richiede umidità relativamente alta e temperatura bassa (prossima a 5°C). La temperatura bassa aumenta la velocità del degrado, perché a 5°C la thaumasite è cento volte meno solubile che a 20°C , mentre la solubilità in acqua del biossido di carbonio è anche considerevolmente maggiore (7). Pertanto, il meccanismo principale del degrado è riconducibile alla decomposizione del silicato di calcio idrato della pasta di cemento indurita, per effetto di un attacco acido, o della presenza in soluzione di solfato di magnesio, fattori che concorrono alla decomposizione del C-S-H e giocano un ruolo determinante sulla neoformazione di thaumasite. L'attacco provoca un progressivo rammollimento del manufatto, procedendo man mano nell'interno, finché la massa di cemento perde consistenza.

Recentemente è stata avanzata l'ipotesi (8) che la formazione di thaumasite si produca per effetto di una nucleazione eterogenea sulla superficie dell'ettringite, non appena si determina la decomposizione del silicato di calcio idrato della pasta di cemento.

Principale regola per contrastare l'attacco solfatico esterno è la riduzione di permeabilità del manufatto, perché un calcestruzzo compatto ed impermeabile dovrebbe minimizzarlo. È pertanto imperativo formulare una miscela relativamente ricca di cemento, impiegare il rapporto più basso possibile acqua/cemento, realizzare un'adeguata compattazione ed un'appropriata stagionatura.

Un basso tenore di alluminato tricalcico, recato dal clinker di cemento impiegato per la formulazione dell'impasto, contribuisce altresì alla stabilità, in ambiente solfatico, dei composti contenenti allumina.

È pertanto necessario verificare se l'attacco solfatico esterno, che origina thaumasite nei cementi contenenti filler calcareo, può esser contenuto impiegando un calcestruzzo denso e ben compattato. Ciò riduce l'ingresso degli ioni aggressivi e favorisce stabilità dei prodotti d'idratazione, poiché viene contrastato il movimento di tali ioni attraverso i pori della pasta di cemento, rendendo più difficile l'attacco di alcuni suoi componenti (fasi AFM, allumina non idratata, idrossido di calcio, idrogranati), con formazione di composti espansivi: ettringite e gesso che generano microfessure, rammollimento e perdita di resistenza.

Formazione di ettringite.

Sin dal 1892 l'attacco solfatico della pasta di cemento è stato attribuito alla formazione di ettringite ($3\text{CaO}\cdot\text{Al}_2\text{O}_3\cdot 3\text{CaSO}_4\cdot 32\text{H}_2\text{O}$), chiamata da Michaelis "bacillo del Portland", generata dalla reazione fra ioni solfato ed alluminati di calcio idrati, o con monosolfoalluminato di calcio, presenti nella pasta di cemento. La sua cristallizzazione, con 32 molecole d'acqua, provoca un notevole aumento di volume e produce una vistosa espansione, una progressiva fessurazione, un aumento di porosità e perdita di resistenza meccanica del manufatto. Anche l'alluminoferritotetracalcico può, in ambiente acquoso, originare ettringite, ma la cinetica della reazione è più lenta di quella dell'alluminato tricalcico (9).

Formazione di gesso.

Il gesso si origina per una reazione chimica di scambio, nella quale ioni solfato rimpiazzano ioni idrossido, nell'idrato di calcio cristallino formatosi nel corso dell'idratazione dei silicati tri e bicalcico. La cristallizzazione del gesso inizia quando termina quella di ettringite, per difetto di rifornimento alla fase liquida dell'allumina dell'alluminato presente nella fase solida (10).

La formazione di gesso determina un rammollimento dello strato esterno del manufatto, lo strato interno rimanendo compatto. I cristalli di gesso si collocano preferenzialmente nei vuoti e nello spazio interfacciale pasta-aggregato, una zona dove la disponibilità d'idrossido di calcio e la maggiore porosità facilitano l'attacco. L'espansione potrebbe esser causata da un'abbondante deposizione di gesso nella zona interfacciale pasta-aggregato, più porosa, poiché la crescita di cristalli di gesso in uno spazio angusto genererebbe una pressione di cristallizzazione sufficiente a causare fessurazione (11).

Oltre all'alluminato tricalcico, all'alluminoferritotetracalcico ed alla calce d'idrolisi, rilasciata dai silicati tri e bicalcico, anche l'effetto del pH è considerato determinante ai fini dell'intensità dell'attacco.

In ambiente acido per solfati ($\text{pH} < 7$), la formazione di gesso provoca espansione locale, scheggiatura e riduzione di resistenza meccanica. Il mezzo acido contribuisce alla rimozione graduale dell'idrossido di calcio della pasta di cemento, fino a completo esaurimento, con conseguente decomposizione del silicato di calcio idrato, perdita di azione legante, acquisto di rigidità.

Anche gli ioni magnesio giocano un ruolo determinante nella decomposizione del silicato di calcio idrato e nell'attacco dell'idrossido di calcio. Gli ioni Mg^{2+} e SO_4^{2-} formano uno strato doppio di gesso e di brucite ($\text{Mg}(\text{OH})_2$) sulla superficie del manufatto, con formazione di thaumasite.

La riduzione di alcalinità, per effetto dell'insolubilità della brucite, provoca un ulteriore rilascio di ioni calcio dal silicato di calcio idrato, aumentando la formazione di gesso e generando, in ultimo, silicato di magnesio idrato, che non ha proprietà leganti.

È stato precedentemente sottolineato il ruolo dell'impermeabilità e della compattezza del manufatto, ai fini del contenimento dell'attacco solfatico esterno. A tal punto vien fatto di chiedersi se l'aggiunta di un quantitativo piuttosto alto di filler calcareo, in calcestruzzi compatti ed impermeabili, costituisca la causa principale dell'attacco che origina thaumasite, se essa sia la causa dominante del degrado, o se rappresenti soltanto lo stadio ultimo del processo d'attacco di calcestruzzi permeabili.

A queste risolutive domande ha cercato di rispondere una recente ricerca (12) che, a seguito di un'ampia rassegna bibliografica, ha raccolto i principali fattori ritenuti responsabili dell'aggressione: tipo e modalità dell'attacco, condizioni ambientali, composizione e caratteristiche dei manufatti, correlandoli con i composti di neoformazione. In base ai dati ricavati, è stato costruito un grafico concettuale che, in funzione della progressione nel tempo del degrado di provini, esposti all'attacco per più di quattro mesi, ha consentito di rilevarne il comportamento

all'attacco superficiale e classificarne il degrado. Il primo indizio dell'attacco è infatti il deterioramento degli spigoli del provino, seguito da una diffusa formazione di crepe lungo gli orli ed, in fine, da scheggiatura e disintegrazione della sua superficie.

Le conclusioni tratte sono state:

1. L'attacco solfatico esterno è principalmente governato dalla resistenza degli d'impasti cementizi contenenti filler calcareo alla penetrazione degli ioni.
2. Al crescere del rapporto filler calcareo/clinker di Portland cresce anche la richiesta d'acqua d'impasto, la principale variabile che influenza il trasporto degli ioni, con significative ricadute sulla porosità. Conviene pertanto mantenere bassa (<10%) la percentuale di filler calcareo, per non ridurre la resistenza ai solfati. Un aumento della percentuale di filler (>15%), può peggiorare tale resistenza, che dipende anche, in buona misura, dal contenuto di alluminato tricalcico del clinker di Portland prescelto per la preparazione del corrispondente cemento.
3. La diluizione del contenuto di alluminato tricalcico, operata dal rimpiazzo di clinker con filler calcareo, o le modificazioni, a lungo termine, dei prodotti d'idratazione delle fasi alluminose, non determinano notevoli variazioni del comportamento all'attacco solfatico esterno dei manufatti.
4. La formazione di thaumasite per attacco solfatico esterno di cementi Portland e di calcestruzzi autocompattanti, è principalmente governata dalle proprietà di trasporto e dal pregresso degrado, prodotto per effetto della formazione di ettringite espansiva. Il filler calcareo fornisce soltanto il carbonato di calcio necessario ad originare thaumasite.
5. È stato riscontrato un vasto degrado superficiale ed un'abbondante quantità di thaumasite soltanto nei manufatti nei quali l'attacco solfatico aveva in precedenza prodotto un degrado per espansione. In un primo momento si formano infatti ettringite e gesso, che provocano espansione e microfessure locali, aumentando la superficie esposta all'attacco degli ioni solfato. La formazione di thaumasite viene pertanto notevolmente favorita dalla diminuzione del contenuto d'idrossido di calcio sulla superficie, ciò che provoca l'instabilità dell'ettringite e del silicato di calcio idrato e prepara la via alla formazione di thaumasite, in presenza di carbonato, solfato ed ioni calcio nella soluzione dei pori.
6. A bassa temperatura aumenta il degrado prodotto dal solfato di magnesio, probabilmente per effetto dello sviluppo di un sottile strato di brucite e carbonato, scarsamente od affatto protettivo, che accelera l'attacco della superficie del provino e la conseguente formazione di thaumasite.
7. A bassa temperatura ed a breve termine, indipendentemente dal contenuto di filler calcareo, non sono stati rilevati danni prodotti su manufatti preparati con basso rapporto acqua/cemento (< 0.50) e basso contenuto di alluminato tricalcico del clinker (<5%). Ciò rafforza la Raccomandazione ACI 201, relativa alla realizzazione di opere destinate a vivere in ambienti a moderato contenuto di solfati. In casi simili, si è anche riscontrata la presenza di thaumasite sulla superficie di provini esposti all'attacco per durate prolungate, senza però causare un vero e proprio processo di degrado.

Conclusioni.

L'approfondito esame della vasta bibliografia consente di rilevare che il principale fattore che migliora la resistenza ai solfati dei manufatti che recano filler calcareo è la compattezza della struttura, che rende più difficile il trasporto degli ioni aggressivi. Pertanto un calcestruzzo sottoposto all'invasione di acque solfatiche deve presentare bassa permeabilità e bassa suzione capillare. Ciò impone l'impiego di un basso rapporto acqua/cemento ed un'appropriata stagionatura del manufatto.

Altra cautela per la formulazione di un buon calcestruzzo resistente ai solfati è l'impiego di un cemento a bassi contenuti di alluminato tricalcico e silicato tricalcico.

Buona misura è altresì il rimpiazzo di clinker anche con prodotti a comportamento pozzolanico, per i riflessi sull'affinamento e sulla morfologia dei pori, purché non aumenti eccessivamente la richiesta d'acqua d'impasto.

Un aumento dell'aggiunta di filler calcareo provoca un aumento della richiesta d'acqua d'impasto, con evidenti ricadute sull'impermeabilità del manufatto.

La thaumasite non sembra rappresentare il primo prodotto di neoformazione. Sembra invece più ragionevole supporre che la sua formazione sia favorita da pregressi fenomeni espansivi, prodotti dalla formazione di ettringite e gesso, che hanno causato cretture, sicché superfici maggiori vengono esposte all'attacco.

Pertanto, l'impermeabilità del manufatto, l'impiego di cementi a bassi contenuti di alluminato tricalcico e silicato tricalcico, l'aggiunta di moderate quantità di filler calcareo e la corretta stagionatura, lasciano prevedere un'accettabile resistenza all'attacco solfatico esterno.

Bibliografia

1. Sersale R. Sostituzione parziale di cemento Portland con prodotti supplementari di seconda generazione. Nota III. Malte e calcestruzzi con addizione di filler calcareo. Rend. Acc. Sc. fis. mat. Napoli, LXXVII, 149-155 (2000).
2. Sersale R. Durabilità del calcestruzzo. Rend. Acc. Sc. fis. mat. Napoli, LXXIII, 403-417 (2006).
3. Sersale R. Recenti sviluppi della scienza e della tecnologia del calcestruzzo. Il calcestruzzo autocompattante. Rend. Acc. Sc. fis. mat. Napoli, LXXI, 115-124 (2004).
4. Draft European Standards EN 197-1. Types, denomination of main blended cements (proportion by mass,%).
5. Crammond N.J., Halliwell M.A. The thaumasite form of sulphate attack in concrete containing a source of carbonate ions. A microstructural overview. II° CANMET/ACI Int. Symp. Adv. Concr. Tech. SP-154. Amer. Concr. Inst. 357-380. Detroit (1995).
6. Building Research Establishment, BRE 307. Thaumasite sulphate attack. Garston, Watford. UK (1996).
7. Gonzales M.A., Irassar E.F. Ettringite formation in low C₃A Portland cement exposed to sodium sulphate solution. Cement Concrete Res., 27, 7, 1061-1072. (1997).
8. Kohler S., Heinz D., Urbonas L. Effect of ettringite on thaumasite formation. Cement Concrete Res., 36, 4, 697-706 (2006).
9. Jawed I., Goto S., Kondo R. Hydration of tetracalcium aluminoferrites in presence of lime and sulphates. Cement Concrete Res., 6, 441-454 (1976).
10. Mehta P.K. Mechanism of sulphate attack on Portland cement – another look. Cement Concrete Res., 13, 3, 401-406 (1983).
11. Ping X, Beaudoin J.J: Mechanism of sulphate expansion: II. Validation of thermodynamic theory. Cement Concrete Res., 22, 845-854 (1992).
12. Irassar E.F. Sulphate attack on cementitious materials containing limestone filler. A review. Cement Concrete Res., 39, 241-254 (2009).

COMPOSITION OF BI-SOBOLEV MAPPINGS

Nota di Roberta Schiattarella
Presentata dal socio Carlo Sbordone
(Adunanza del 5 marzo 2010)

ABSTRACT. It is known [6] that for Ω, Ω' planar domains if $f \in \mathcal{W}_{\text{loc}}^{1,1}(\Omega, \Omega')$ is a homeomorphism of finite distortion K , then also $f^{-1} \in \mathcal{W}_{\text{loc}}^{1,1}(\Omega', \Omega)$ has finite distortion H . In [4], adopting a suitable definition of distortion, is proved the following formula for the distortion H of f^{-1} :

$$H(y) = K(f^{-1}(y)) \quad \text{for all } y \in \Omega'.$$

Here we generalize this result to the case that f is a bi-ACL homeomorphism in the plane, i.e., absolutely continuous on lines together with its inverse.

Moreover here we deal with the distortion of the composition. In [7] the composition $g \circ f: \Omega \rightarrow \Omega''$ of two homeomorphisms $f: \Omega \rightarrow \Omega', g: \Omega' \rightarrow \Omega''$ of finite distortion is proved to be of finite distortion with corresponding chain rule formula (1.2) under the assumptions:

- (i) $f^{-1} \in \mathcal{W}_{\text{loc}}^{1,2}(\Omega', \Omega)$
- (ii) $g \in \mathcal{W}_{\text{loc}}^{1,2}(\Omega', \Omega'')$
- (iii) g^{-1} verifies (N)-condition of Lusin.

We prove that assumption (iii) can be dropped.

1. INTRODUCTION

A homeomorphism $f: \Omega \subset \mathbb{R}^2 \xrightarrow{\text{onto}} \Omega' \subset \mathbb{R}^2$ is K -quasiconformal $K \geq 1$, if

$$(1.1) \quad |Df(x)|^2 \leq KJ_f(x) \quad \text{a.e.}$$

where Df is the differential matrix and J_f is the Jacobian determinant of f .

The well known composition theorem for quasiconformal mappings states that if $f: \Omega \xrightarrow{\text{onto}} \Omega'$ and $g: \Omega' \xrightarrow{\text{onto}} \Omega''$ are K_1 and K_2 -quasiconformal mappings respectively, then the composition $g \circ f: \Omega \xrightarrow{\text{onto}} \Omega''$ is $K_1 \cdot K_2$ -quasiconformal.

Very recently, there is a growing interest in studying properties of the

class of more general homeomorphisms of finite distortion [1, 3, 5, 6, 8, 12, 13, 15, 17].

A homeomorphism $f \in \mathcal{W}_{\text{loc}}^{1,1}(\Omega, \mathbb{R}^2)$ is of finite distortion if (1.1) holds for f with some measurable function $K = K(x) \geq 1$, which is finite a.e.

In [7] the following question was raised, when is the composition of two homeomorphisms of finite distortion also of finite distortion?

Theorem 6.3. of that paper answers this question under integrability assumption on the distortions K_f and K_g respectively and corresponding integrability is deduced for $K_{g \circ f}$. From their proof the following statement, in which integrability is assumed on the distortion, can be deduced in the special case $n = 2$.

Theorem 1.1. *Let $f: \Omega \xrightarrow{\text{onto}} \Omega'$ and $g: \Omega' \xrightarrow{\text{onto}} \Omega''$ be planar homeomorphisms of finite distortion. Assume $g \in \mathcal{W}_{\text{loc}}^{1,2}$, $f^{-1} \in \mathcal{W}_{\text{loc}}^{1,2}$ and g^{-1} verifies the (N)-condition of Lusin, then $g \circ f$ has finite distortion and*

$$(1.2) \quad K_{g \circ f}(x) \leq K_g(f(x))K_f(x) \quad \text{a.e.}$$

In this note we improve the preceding result removing the assumption that g^{-1} verifies the (N)-condition (Theorem 4.1). Our method relies on the notion of bi-Sobolev mapping and more generally of bi-ACL mapping (see Section 2 for definitions).

2. PRELIMINARIES

Given a 2×2 matrix D we define the norm $|D|$ as the supremum of $|D\xi|$ over all vectors $\xi \in \mathbb{R}^2$ of unit euclidean norm.

Definition 2.1. *Let Ω and Ω' be bounded domains in \mathbb{R}^2 and $f: \Omega \rightarrow \Omega'$ a Sobolev homeomorphism, i.e. f is a continuous bijection that belongs to $\mathcal{W}_{\text{loc}}^{1,1}(\Omega; \mathbb{R}^2)$. We say that f is a bi-Sobolev map if f and f^{-1} are Sobolev homeomorphisms.*

A homeomorphism f is said $\mathcal{W}^{1,p}$ bi-Sobolev, for $1 \leq p \leq \infty$, if $f \in \mathcal{W}_{\text{loc}}^{1,p}(\Omega; \mathbb{R}^2)$ and $f^{-1} \in \mathcal{W}_{\text{loc}}^{1,p}(\Omega'; \mathbb{R}^2)$.

In particular, if $p = \infty$ the $\mathcal{W}^{1,\infty}$ bi-Sobolev maps are bi-Lipschitz.

A Sobolev homeomorphism is differentiable a.e. in Ω . In fact, in the planar case, the following result holds (see [14], Theorem III.3.1)

Theorem 2.1 (Gehring-Lehto). *Let $f: \Omega \rightarrow \Omega'$ a Sobolev homeomorphism. Then f is differentiable almost everywhere in Ω .*

From Theorem 2.1 it follows that if f is a bi-Sobolev homeomorphism, then either $J_f(x) \geq 0$ or $J_f(x) \leq 0$ a.e. ([9]).

We will assume from now on $J_f(x) \geq 0$ a.e.

A sufficient condition for a Sobolev homeomorphism f to be bi-Sobolev is $J_f(x) > 0$ a.e. ([6] Theorem 1.1).

On the other hand bi-Sobolev homeomorphisms may verify

$$J_f(x) = 0 \text{ on } |\mathcal{Z}_f| > 0.$$

The point is that in the category of $\mathcal{W}^{1,p}$ bi-Sobolev, the case $1 \leq p < 2$ is critical because the (N)-condition of Lusin, i.e.

$$|E| = 0 \implies |f(E)| = 0,$$

is missing ([16]). However the (N)-condition takes place if $f \in \mathcal{W}_{\text{loc}}^{1,2}$ ([14] Theorem III.6.1).

We say that a homeomorphism f has finite distortion if $|Df(x)| = 0$ on the zero set of J_f .

In [6] it is shown that bi-Sobolev homeomorphisms have finite distortion.

For the planar case, a surprising property of a bi-Sobolev homeomorphism is that their components have almost the same critical points ([10]), i.e.:

$$(2.1) \quad \{x \in \Omega : \nabla u(x) = 0\} = \{x \in \Omega : \nabla v(x) = 0\}$$

up to a zero set. Moreover these sets agree a.e. with the zero set \mathcal{Z}_f of the Jacobian J_f of f :

$$\mathcal{Z}_f = \{x \in \Omega : J_f(x) = 0\}.$$

These results can be generalized to the case that f and f^{-1} are ACL homeomorphisms in the plane.

Definition 2.2. A real function $u = u(x_1, x_2)$ continuous in $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ is said absolutely continuous on lines in Ω (ACL in short) if for every rectangle

$$]a, b[\times]c, d[\subset \subset \Omega$$

u is absolutely continuous as a function of the real variable x_1 on a.e. segment $I_{x_2} =]a, b[\times \{x_2\}$ and as a function of x_2 on a.e. segment $I_{x_1} = \{x_1\} \times]c, d[$.

A continuous function $u: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ which is ACL in Ω , possesses finite partial derivatives a.e. in Ω (see [14] Lemma 3.1).

Definition 2.3. *A mapping $f = (u, v): \Omega \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \Omega' \subset \mathbb{R}^2$ is said a bi-ACL homeomorphism if it is a homeomorphism with u and v ACL together with the components of the inverse f^{-1} .*

It is well known that Sobolev functions are absolutely continuous on lines. Hence, bi-Sobolev maps are particular bi-ACL homeomorphisms. The converse is not true; we need to add the hypothesis $|Df| \in \mathcal{L}^1$ (see [14], Sect. III.6.1).

Moreover, from Theorem 2.1, it follows that each bi-ACL homeomorphism is a.e. differentiable and differentiability is understood in the classical sense.

Analogously to bi-Sobolev maps, we will assume that if f is a bi-ACL homeomorphism then, $J_f \geq 0$ a.e.

It has been proved ([11] Proposition 3.2 and Corollary 3.5) that a bi-ACL homeomorphism f has finite distortion and that its components u, v have the same critical points a.e.

A bi-ACL homeomorphism enjoys the following property:

Proposition 2.2. *Let $f: \Omega \xrightarrow{\text{onto}} \Omega'$ be a bi-ACL homeomorphism. If f is a Sobolev homeomorphism, then f is bi-Sobolev and*

$$(2.2) \quad \int_{\Omega'} |Df^{-1}(y)| dy = \int_{\Omega} |Df(x)| dx$$

For the proof see [18] Theorem 3.1.

3. DISTORTION OF THE INVERSE

Following [4], let $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ be a planar domain and $f: \Omega \rightarrow f(\Omega) \subset \mathbb{R}^2$ be a bi-ACL homeomorphism. We decompose Ω as follows:

$$\Omega = \mathcal{R}_f \cup \mathcal{Z}_f \cup \mathcal{E}_f$$

where:

$$\mathcal{R}_f = \{x \in \Omega : f \text{ is differentiable at } x \text{ and } J_f(x) > 0\},$$

is the set of regular points of f ,

$$\mathcal{Z}_f = \{x \in \Omega : f \text{ is differentiable at } x \text{ and } J_f(x) = 0\},$$

$$\mathcal{E}_f = \{x \in \Omega : f \text{ is not differentiable at } x\}.$$

Since f is continuous, these are Borel sets. Moreover, since each bi-ACL homeomorphism f is differentiable almost everywhere, the Lebesgue

measure $|\mathcal{E}_f|$ vanishes.

For a given bi-ACL homeomorphism f , we consider the Borel function

$$(3.1) \quad K_f(x) = \begin{cases} \frac{|Df(x)|^2}{J_f(x)}, & \text{if } x \in \mathcal{R}_f; \\ 1, & \text{if } x \in \mathcal{Z}_f \cup \mathcal{E}_f. \end{cases}$$

The definition (3.1) of the distortion $K_f(x)$ corresponds to the deformation quotient

$$\frac{|Df(x)|^2}{J_f(x)}$$

whenever $J_f(x) > 0$. If $|Df(x)| = 0$, it is natural to set $K_f(x) = 1$. However at a point x_0 where $|Df(x_0)| > 0$ and $J_f(x_0) = 0$ there is no a priori definition for $K_f(x_0)$ and we choose as in (3.1). We emphasize that for a bi-ACL homeomorphism a set of x_0 points in Ω such that $|Df(x_0)| > 0$ and $J_f(x_0) = 0$ has zero measure because ([11]) bi-ACL homeomorphisms have finite distortion, so for this class of maps K_f is a Borel function defined at every point and satisfies the distortion inequality

$$|Df(x)|^2 \leq K_f(x)J_f(x) \quad \text{a. e.}$$

In [4] it has been proved that:

Theorem 3.1. *If $f \in \mathcal{W}_{\text{loc}}^{1,1}(\Omega; \mathbb{R}^2)$ is a homeomorphism of finite distortion, then also $f^{-1} \in \mathcal{W}_{\text{loc}}^{1,1}(f(\Omega); \mathbb{R}^2)$ has finite distortion, and the distortions K_f and $K_{f^{-1}}$ are related by:*

$$K_{f^{-1}}(y) = K_f(x)$$

for $y = f(x)$.

Here we note that the result of previous Theorem actually does not need the assumption $f \in \mathcal{W}_{\text{loc}}^{1,1}(\Omega, \mathbb{R}^2)$. It holds if the partial derivatives of f exist and are finite a.e. $x \in \Omega$.

Therefore, we have:

Theorem 3.2. *Let $f: \Omega \xrightarrow{\text{onto}} \Omega'$ be a bi-ACL homeomorphism. Let K be the distortion of f and H the distortion of f^{-1} . Then*

$$(3.2) \quad H(y) = K(f^{-1}(y)) \quad \text{for all } y \in \Omega'.$$

Remark 3.3. If f is a bi-ACL homeomorphism, it results:

$$|\mathcal{R}_f| > 0 \quad |\mathcal{Z}_f| < |\Omega|.$$

Indeed, it is impossible that $J_f(x) = 0$ a.e. in Ω , because [11] f has finite distortion. Indeed if $J_f(x) = 0$ a.e. then $|Df(x)| = 0$ a.e. and it is a contradiction because f should be constant on every line parallel to the axes.

Proof of Theorem 3.2. Notice that for $y \in \mathcal{R}_{f^{-1}}$

$$Df^{-1}(y) = (Df(f^{-1}(y)))^{-1} \quad \text{and} \quad J_{f^{-1}}(y) = \frac{1}{J_f(f^{-1}(y))}.$$

Hence, for all $y \in \mathcal{R}_{f^{-1}}$ it results

$$\begin{aligned} |Df^{-1}(y)|^2 &= \frac{|Df(f^{-1}(y))|^2}{J_f^2(f^{-1}(y))} = \frac{|Df(f^{-1}(y))|^2}{J_f(f^{-1}(y))} J_{f^{-1}}(y) \\ &= K_f(f^{-1}(y)) J_{f^{-1}}(y) \end{aligned}$$

and then

$$H(y) = K_f(f^{-1}(y)) \quad \forall y \in \mathcal{R}_{f^{-1}}.$$

For $y \in \Omega' \setminus \mathcal{R}_{f^{-1}}$, (3.2) follows from definition. □

4. DISTORTION OF THE COMPOSITION

In the paper [7] it has been proved that, if f and g are bi-Sobolev and

$$(4.1) \quad g \in \mathcal{W}_{\text{loc}}^{1,2}, \quad f^{-1} \in \mathcal{W}_{\text{loc}}^{1,2}$$

then, $g \circ f \in \mathcal{W}_{\text{loc}}^{1,1}$.

In order to prove this result, in particular that $g \circ f$ has finite distortion, they use the supplementary assumption that g^{-1} verifies (N)-condition.

Theorem 4.1. *Let $f: \Omega \xrightarrow{\text{onto}} \Omega'$, $g: \Omega' \xrightarrow{\text{onto}} \Omega''$ be Sobolev homeomorphisms of finite distortion K_f and K_g respectively. If moreover $g \in \mathcal{W}_{\text{loc}}^{1,2}$ and $f^{-1} \in \mathcal{W}_{\text{loc}}^{1,2}$, then $g \circ f \in \mathcal{W}_{\text{loc}}^{1,1}$ and has finite distortion $K_{g \circ f}$ given by*

$$(4.2) \quad K_{g \circ f}(x) \leq K_g(f(x)) K_f(x) \quad \text{a.e. } x \in \Omega.$$

Proof. The assumptions on g and f^{-1} imply that $g \circ f \in \mathcal{W}_{\text{loc}}^{1,1}$ by Theorem 1.1 of [7].

The same assumptions guarantee that Theorem 1.1 of [7] is applicable also to deduce $f^{-1} \circ g^{-1} \in \mathcal{W}_{\text{loc}}^{1,1}$, hence $g \circ f$ is bi-Sobolev and, as a consequence it is of finite distortion by [2] [6], i.e.

$$\frac{|D(g \circ f)(x)|^2}{J_{g \circ f}(x)} < \infty \quad \text{a.e. } x \in \Omega.$$

In order to prove (4.2), let us recall that chain rules are valid as it is shown in the proof of the Theorem 6.3. of [7]:

$$(4.3) \quad D(g \circ f)(x) = Dg(f(x))Df(x) \quad \text{a.e. } x \in \Omega$$

$$(4.4) \quad J_{g \circ f}(x) = J_g(f(x))J_f(x) \quad \text{a.e. } x \in \Omega.$$

On the other hand by (4.3), (4.4) we deduce

$$K_{g \circ f}(x) = \frac{|D(g \circ f)(x)|^2}{J_{g \circ f}(x)} \leq \frac{|Dg(f(x))|^2}{J_g(f(x))} \cdot \frac{|Df(x)|^2}{J_f(x)} \quad \forall x \in \mathcal{R}_{g \circ f}.$$

For $x \in \Omega \setminus \mathcal{R}_{g \circ f}$, (4.2) follows from definition. □

REFERENCES

- [1] K. Astala, T. Iwaniec, P. Koskela, and G. Martin: *Mappings of BMO-bounded distortion.* - Math. Ann. 317, 2000, 703-726.
- [2] M. Csörney, S. Hencl, J. Malý: *Homeomorphisms in the Sobolev space $\mathcal{W}^{1,n-1}$,* preprint, 2007.
- [3] G. David : *Solution de l'équation de Beltrami avec $\|\mu\|_\infty = 1$.* - Ann. Acad. Sci.Fenn. Ser.A. I. Math. 13:1, 1988, 25-70.
- [4] L. Greco, C. Sbordone, C. Trombetti: *A note on planar homeomorphisms .* Rend. Accad. Sci. Fis. Mat. Napoli (4) 75, 2008, 53-59.
- [5] V. Gutlyanskiĭ, O. Martio, T. Sugawa, and M. Vuorinen: *On the degenerate Beltrami equation.* - Trans. Amer. Math. Soc. 133:5, 2005, 1451-1458.
- [6] S. Hencl, P. Koskela: *Regularity of the inverse of a planar Sobolev homeomorphism.* - Arch. Ration. Mech. Anal.180, 2006, 75-95.
- [7] S. Hencl, P. Koskela: *Mappings of finite distortion: composition operator.* - Ann. Acad. Sci.Fenn. Math. 33 , 2008 , 65-80.
- [8] S. Hencl, P. Koskela, and J. Malý: *Regularity of the inverse of a Sobolev homeomorphism in space.* - Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A 136:6, 2006, 1267-1285.
- [9] S. Hencl, J. Maly: *Jacobians of Sobolev homeomorphisms.* - Calc. Var. PDE (to appear)

- [10] S. Hencl, G. Moscariello, A. Passarelli di Napoli, C. Sbordone: *Bi-Sobolev mappings and elliptic equations in the plane.*- J. Math. Anal. Appl. 355, 2009, 22-32.
- [11] G. Moscariello, A. Passarelli di Napoli, C. Sbordone: *ACL-homeomorphisms in the plane.*- Op. Th. Adv. Appl. 193, 2009, 215-225.
- [12] J. Kauhanen, P. Koskela, and J. Malý: *Mappings of finite distortion:condition N.*- Michigan Math. J. 49, 2001, 169-181.
- [13] P. Koskela, and J. Malý: *Mappings of finite distortion: the zero set of the Jacobian.* - J. Eur. Math. Soc. 5:2, 2003, 95-105.
- [14] O. Lehto, K. Virtanen, *Quasiconformal mappings in the plane.* Springer-Verlag-Berlin, (1971).
- [15] O. Martio, V. Ryazanov, U. Srebro, and E. Yakubov: *On Q -homeomorphisms.*- Ann. Acad. Sci. Fenn. Math. 30:1, 2005, 49-69.
- [16] S. P. Ponomarev, *Property N of homeomorphism in the class $\mathcal{W}^{1,p}$* , Transl. Sibirskii Math., **28**(2)(1987), 140-148.
- [17] V. Ryazanov, U. Srebro, and E. Yakubov: *BMO-quasiconformal mappings.*- J. Anal. Math. 83, 2001, 1-20.
- [18] R. Schiattarella: *Sobolev ACL-homeomorphisms are bisobolev on planar domains.*- Rend. Acc. Sc. fis. mat. Napoli LXXVI, 2009, 121-126.

Roberta Schiattarella

Dipartimento di Matematica e Appl. "R. Caccioppoli"

Via Cintia- Monte S. Angelo

80126 Napoli

Italy

e-mail: roberta.schiattarella@unina.it

Gli albori della presenza femminile nello studio della matematica presso l'Università di Napoli nell'Italia unificata.

Nota di Luciano Carbone¹ e Maria Talamo²

Presentata dal socio Luciano Carbone
(Adunanza del 5 marzo 2010)

Key words: history of mathematics, women.

Abstract - In this work we describe the beginnings of the study of Mathematics by women at the University of Naples after the unification of the country.

Riassunto – In questo lavoro descriviamo gli inizi dello studio della matematica da parte delle donne nell'Università degli Studi di Napoli dopo l'unificazione del paese.

1. INTRODUZIONE.

È ormai un filone di indagine storica ben stabilito quello concernente l'analisi dell'attività delle donne nella scienza.

Le prime ricerche, apparse tra la fine dell'Ottocento e l'inizio del Novecento in concomitanza con l'apertura delle università alle donne in varie nazioni e con i primi movimenti femministi, furono dedicate soprattutto alle figure più eminenti e a un dibattito serrato sulle attitudini femminili per le discipline scientifiche, in particolare per la matematica (cfr. *e.g.* [Rebière], [Enestroem], [Valentin], [Loria]; un resoconto di alcune voci in tale dibattito è in [Fenaroli *et al.*]), ma non mancarono indagini di natura statistica (cfr. *e.g.* la seconda edizione di [Rebière] e, per l'Italia, [Ravà]).

¹ Dipartimento di Matematica e Applicazioni “Renato Caccioppoli dell'Università degli Studi di Napoli “Federico II”; e-mail: luciano.carbone@unina.it.

² Dipartimento di Matematica e Applicazioni “Renato Caccioppoli dell'Università degli Studi di Napoli “Federico II”.

A partire dalla metà degli anni Sessanta, in parallelo con la forte ripresa dei movimenti femministi, vi è stato un notevole ritorno di interesse sull'argomento e si è potuto passare, sulla base di una massa di dati notevolmente più ampia, all'analisi più sistematica di una presenza femminile ormai ben consolidata nel mondo scientifico e in particolare in quello matematico (cfr. *e.g.* per la scienza in generale e per l'Europa [Creese]; per l'Italia e ancora per la scienza in generale [Marcuzzo *et al.*], per la matematica e gli Stati Uniti in particolare [Green *et al.*] [Grinstein *et al.*], [Kenschaft], [Osen], [Tee]; per la matematica e per l'Italia in particolare [Fenaroli *et al.*], [Furinghetti], quest'ultimo con interessanti osservazioni relative alla didattica della matematica).

In questa nota ci proponiamo allora di descrivere gli inizi dell'inserimento sistematico delle donne nello studio della matematica presso l'Università degli Studi di Napoli a partire dall'unificazione del paese. Tali inizi consistono in un primo momento nell'iscrizione al corso di studi in matematica, nel conseguimento della laurea, nell'introduzione all'attività di ricerca, in un secondo tempo nel progressivo inserimento nei vari ruoli della docenza universitaria e nella piena maturità scientifica. È appena il caso di osservare che l'università di Napoli nel periodo di tempo esaminato era unica nell'intero Mezzogiorno peninsulare d'Italia; aveva perciò un bacino d'utenza, a voler utilizzare i dati del censimento del 1921 (cfr. *e.g.* [Compendio]), di circa dieci milioni di abitanti sui circa trentanove milioni complessivi dell'allora Regno d'Italia.

Vedremo che il primo passo verrà compiuto piuttosto precocemente in relazione a quanto accadeva nel resto del paese. In effetti, ad esempio, Iginia Massarini, tradizionalmente considerata come prima donna ad aver conseguito la laurea in matematica ([Ravà], [Fenaroli *et al.*]) la ottiene a Napoli verso la fine degli anni Ottanta dell'Ottocento e subito inizia un percorso di ricerca scientifica nel settore geometrico prima e in teoria dei numeri subito dopo. Nell'anno accademico 1910-1911 si laurea la prima straniera, Marya Kahanowicz.

Il secondo passo sarà compiuto invece con più lentezza. Nella prima metà degli anni Venti del Novecento si avrà la prima assistente in un gabinetto di matematica, Rosaria Giordano. Maria Del Re conseguirà, per prima, la libera docenza, ma solo nella seconda metà degli anni Trenta, seguita a distanza di pochi mesi dalla Giordano. La stessa Del Re riuscirà, dopo qualche anno, ad ottenere un incarico di insegnamento universitario, la prima posizione di docenza autonoma retribuita in maniera diretta e

regolare dallo Stato, sia pure subordinatamente ad una conferma annuale. Vi riuscirà grazie ad un curriculum ricco di una ventina di pubblicazioni scientifiche concernenti soprattutto la geometria proiettiva. Questo successo segna anche il termine cronologico della nostra indagine. Aggiungiamo solo che bisognerà attendere la seconda metà degli anni Settanta perché anche la posizione di professore ordinario, nel settore questa volta dell'analisi matematica, venga conseguita quasi in simultanea da Maria Laura Benevento³ e Teresa Bruno⁴, ma in altre università italiane erano già presenti da tempo donne che nella matematica occupavano quel ruolo. Così ad esempio Pia Nalli⁵, che viene considerata la prima donna ad aver occupato una cattedra universitaria di matematica nell'Italia unificata, si laureò nel 1910 a Palermo, vi divenne libero docente nel 1914, vinse un concorso di professore straordinario nel 1921 all'università di Cagliari e fu ordinario dal 1923.

Il nostro esame dunque riguarderà quel periodo di tempo di circa ottanta anni, che va approssimativamente dal 1860 al 1940

2. LE FONTI PRIMARIE.

In questa sezione vogliamo brevemente accennare alle principali fonti primarie che abbiamo potuto utilizzare.

Non è stata possibile utilizzare direttamente la documentazione di archivio degli uffici di segreteria universitari per quanto concerne il periodo antecedente la seconda guerra mondiale per le distruzioni subite da tali materiali nel 1943 in seguito agli incendi appiccati dalle truppe tedesche in ritirata negli edifici universitari. È stato invece possibile consultare, grazie alla cortesia del dottor Mocerino, i fascicoli personali relativi a Rosaria Giordano e Maria Del Re. Tali fascicoli sono completi a partire dal periodo postbellico, ma contengono anche alcune notizie relative a quanto accaduto in precedenza. Il nostro principale strumento di lavoro è stato allora la serie degli annuari degli studi pubblicati dall'università di Napoli. Gli annuari descrivono, anno per anno, la vita

³ Maria Laura Benevento (Napoli, 1939- Napoli, 2000); fu professore di analisi matematica a Napoli.

⁴ Teresa Bruno (Minturno 1941- Minturno 2009), fu professore di analisi matematica a Napoli.

⁵ Pia Nalli (Palermo 1886- Catania 1964); fu professore di analisi algebrica a Cagliari e a Catania (cfr. [Fichera]).

universitaria e per le distruzioni subite dalla fonte primaria su accennata vanno considerati ormai essi stessi una fonte primaria.

Naturalmente nel corso degli ottanta anni esaminati le singole annate si presentano piuttosto disomogenee tra loro e questo in conseguenza di vari fattori. Innanzi tutto giocano alcuni elementi soggettivi: l'attenzione riposta nella loro compilazione dal curatore *pro tempore*, l'interesse riposto nella loro ricchezza e nel loro aspetto dal rettore universitario *pro tempore*. Giocano poi fattori oggettivi come taluni obblighi regolamentari concernenti la pubblicazioni di elementi statistici relativi agli studenti e ai docenti, di dati finanziari e organizzativi concernenti l'istituzione, di provvedimenti legislativi riguardanti il sistema universitario nella sua interezza o specificatamente l'università di Napoli. Giocano infine fattori incidentali, quali la disponibilità di fondi, data la consistenza piuttosto alta delle spese di pubblicazione. Eventi straordinari e drammatici per la nazione influiscono in maniera massiccia sulla forma degli annuari. Durante la Prima Guerra Mondiale, ad esempio, si presentano in forma assai scarna. Anche la stessa cadenza annuale della pubblicazione può interrompersi: durante il turbinoso periodo postbellico, per gli anni accademici che vanno dal 1919-1920 al 1922-1923, viene pubblicato un volume unico, sia pure distinto per anni, con dati molto ridotti. Solo a partire dall'anno 1934-1935 gli annuari riacquisteranno la ricchezza e il curato aspetto formale che avevano avuto a partire dalla seconda metà degli anni Ottanta dell'Ottocento e fino allo scoppio del primo conflitto mondiale.

L'annuario nella sua forma più ricca, raggiunta in tale periodo, dà un quadro vivido della vita accademica.

Contiene la descrizione degli organi accademici, del corpo accademico nelle sue varie componenti (professori emeriti, ordinari, straordinari, incaricati, docenti privati... e di essi fornisce le onorificenze, gli indirizzi e i ruoli di anzianità), del personale tecnico e ausiliario, degli stabilimenti scientifici, dei titoli accademici conferiti, degli esami da sostenere per conseguirli, dei corsi offerti (e ne indica il luogo, l'orario di svolgimento, il docente; di tanto in tanto compaiono anche i programmi dettagliati). Dà l'elenco nominativo degli studenti immatricolati (con il luogo di provenienza e la paternità), dei laureati e delle note scientifiche più significative prodotte dai membri del corpo accademico. Vengono pubblicati il discorso di inaugurazione dell'anno accademico, tenuto da un membro del corpo accademico stesso su qualche rilevante tema scientifico,

e le commemorazioni dei docenti scomparsi. Vengono riportati i dati finanziari concernenti l'università di Napoli e i provvedimenti legislativi riguardanti il sistema universitario. Non vengono tralasciati naturalmente gli eventi più significativi della vita universitaria napoletana, spesso raccolti nel discorso introduttivo del rettore. Si possono così ad esempio seguire i vari momenti dell'edificazione della nuova, monumentale sede universitaria in corso Umberto I, ove troverà posto il rettorato stesso.

Un'altra fonte primaria che abbiamo individuato e utilizzato è costituito dalle carte di una delle prime figure femminili della matematica universitaria napoletana, la già citata Maria Del Re, custodite ancora in quella che fu un tempo la sua abitazione in via Carlo Poerio 15 in Napoli. Il fondo, non cospicuo e solo parzialmente esplorato, è costituito, per quanto concerne la parte di interesse matematico, da alcune decine di lettere di vari corrispondenti, tra i quali spiccano Pasquale del Pezzo⁶, suo maestro, e Renato Caccioppoli⁷, qualche minuta, numerose fotografie, qualcuna anche già pubblicata (cfr. [Guerraggio *et al.*, pg.138]) e una curiosità: una silhouette in legno a colori che rappresenta una divertente caricatura di Del Pezzo, in via di pubblicazione in [Ciliberto *et al.*]. Esso contiene ancora vari volumi soprattutto concernenti la geometria proiettiva; le annate di riviste scientifiche sono invece state donate alcuni anni fa all'emeroteca Tucci di Napoli.

Fonte primaria, di natura orale, vanno considerate anche le notizie raccolte in numerosi colloqui con la dottoressa Maria Carmela Del Re, nipote di Maria, e soprattutto con il senatore Luigi Marino, genero di Maria, che ringraziamo per la loro grande disponibilità.

Una quarta fonte primaria assai utile si è dimostrata il fondo Cesaro⁸. Esso è custodito presso il Dipartimento di Matematica e Applicazioni

⁶ Pasquale del Pezzo (Berlino, 1859-Napoli, 1936); fu professore di geometria proiettiva all'università di Napoli, rettore, sindaco della città e senatore del Regno (cfr. Dizionario Biografico degli Italiani, voce curata da F.S.Rossi).

⁷ Renato Caccioppoli (Napoli, 1904-Napoli, 1959); fu professore di analisi algebrica a Padova, di teoria dei gruppi, analisi superiore, analisi matematica a Napoli, Mori suicida. La bibliografia su di lui è molto ampia e numerosi ricordi personali sono stati pubblicati (cfr. Dizionario Biografico degli Italiani, voce curata da A. Figà Talamanca).

⁸ Ernesto Cesaro (Napoli, 1859-Torre Annunziata, 1906); fu professore di analisi algebrica a Palermo e di calcolo infinitesimale a Napoli. Mori nel tentativo di soccorrere il figlio Manlio sul punto di annegare nel mare in tempesta. Il ritrovamento del fondo ha consentito lo sviluppo di un'ampia serie di studi sulla sua figura (cfr. Dizionario Biografico degli Italiani, voce curata da E. Togliatti).

“Renato Caccioppoli” dell’Università di Napoli “Federico II”, è ben ordinato e vari materiali ivi contenuti sono già stati pubblicati (cfr. [Carbone *et al.* 1997]). La sezione epistolare del fondo, ricca di alcune migliaia di missive risalenti al periodo compreso approssimativamente tra il 1880 e il 1905, ha consentito di lumeggiare meglio la figura della Massarini in quanto vi sono contenute proprio alcune sue lettere, che riportiamo in appendice. Nella stessa sezione epistolare è stata ritrovata anche una lettera riguardante Matilde Medugno, la prima donna per la quale si può affermare con certezza che ha compiuto tutti gli studi universitari in matematica a Napoli nel primo decennio del Novecento.

Fonti primarie, infine, possono anche essere considerati [Istituto Centrale di Statistica] e [Ravà], con la loro abbondante messe di dati, parzialmente rielaborati in [Fenaroli *et al.*].

3. I DATI STATISTICI.

Gli annuari cominciano a pubblicare dati concernenti gli studenti universitari a partire dagli anni Settanta dell’Ottocento. Più precisamente vengono forniti i numeri degli immatricolati e dei laureati per corso di laurea, anno per anno, senza distinzione di sesso. A partire dall’annuario relativo all’anno accademico 1883-1884, invece, vengono pubblicati i nomi degli studenti che si immatricolano e che si laureano in ciascun corso; viene anche fornito il luogo di provenienza e la paternità. L’uso si interrompe con l’annuario dell’anno 1914-1915, che include ancora tali dati, evidentemente in concomitanza con lo scoppio del primo conflitto mondiale. Solo con l’annuario relativo all’anno 1934-1935 l’uso riprende parzialmente: vengono infatti pubblicati i nomi di quanti conseguono la laurea distinti per corso. Soltanto perciò a partire dal 1883-1884 è possibile seguire con precisione la presenza di donne nel corso di laurea in matematica. Va inoltre precisato che i dati forniti dagli annuari talora si riferiscono all’anno accademico precedente a quello al quale è relativo l’annuario, talora all’anno stesso. Si finiscono così col determinare qualche lacuna e qualche confusione.

Fino all’anno accademico 1902-1903, escluso, gli annuari riportano soltanto i nomi di Iginia Massarini, che consegue la laurea nell’anno accademico 1887-1888, e di Emilia Tagliacozzo, laureata nell’anno 1897-1898. Nel 1902-1903 compare tra le matricole per la prima volta una donna, Matilde Medugno. Si può costruire allora, a partire da quell’anno e

fino al 1914-1915, la seguente tabella che dà anno per anno il numero di immatricolati in matematica di sesso maschile e di sesso femminile.

Anno accademico	Uomini	Donne
1902-1903	20	1
1903-1904	9	1
1904-1905	7	0
1905-1906	10	0
1906-1907	24	5
1907-1908	manca	manca
1908-1909	10	1
1909-1910	4	2
1910-1911	8	3
1911-1912	13	3
1912-1913	16	3
1913-1914	12	4
1914-1915	14	11

Dalla tabella si può notare subito il basso numero assoluto di immatricolati, qualora si tenga conto che l'università di Napoli serviva l'intero Meridione peninsulare (come già segnalato e come peraltro si evince nitidamente dall'indicazione dei luoghi di provenienza degli studenti), e che a partire dall'anno 1906-1907 la presenza femminile diviene costante. Va notato che la seconda immatricolata è Aida Papalia mentre tra le immatricolate dell'anno 1911-1912 figura Rosaria Giordano e tra quelle dell'anno 1914-1915 Maria Del Re.

Per effettuare un confronto con quello che accadeva negli altri corsi di laurea si possono esaminare i dati contenuti nell'annuario relativo al 1907-1908 che fornisce nomi, paternità e luogo d'origine di tutti gli studenti iscritti all'università di Napoli e non solo degli immatricolati e dei laureati. La facoltà di lettere aveva 366 iscritti ai corsi di laurea, con 95 immatricolati 91 dei quali uomini e 4 donne, aveva inoltre 890 iscritti al corso di perfezionamento biennale dedicato ai licenziati delle scuole normali, con 271 iscritti al primo anno 134 dei quali uomini e 137 donne. La facoltà di giurisprudenza aveva 2627 iscritti in totale con 779 iscritti al primo anno tutti uomini. La facoltà di scienze matematiche aveva 318 iscritti al corso biennale di avviamento all'ingegneria, 139 dei quali immatricolati, tutti uomini; aveva inoltre 106 studenti frequentanti il corso

di laurea in matematica. La facoltà di scienze naturali aveva 38 iscritti complessivi a chimica con 4 immatricolati tutti uomini; aveva inoltre 17 iscritti in fisica, con 6 immatricolati anche questi tutti uomini, e 79 iscritti in scienze naturali, con immatricolati tutti uomini. La facoltà di medicina e chirurgia aveva 1328 iscritti con 220 immatricolati quattro dei quali donne, tre italiane e una quarta russa; v'era poi un corso biennale per levatrici con 200 iscritti, 144 dei quali immatricolati, naturalmente tutte donne. Nella scuola di farmacia v'era infine un corso di laurea in chimica e farmacia quinquennale con 24 iscritti, 14 dei quali immatricolati e tra questi una donna; vi era infine un corso per l'abilitazione all'esercizio della farmacia quadriennale con 601 iscritti, 185 dei quali immatricolati tutti uomini.

Un'analoga tabella si può costruire per i laureati.

Anno accademico	Uomini	Donne
1902-1903	10	0
1903-1904	5	0
1904-1905	4	1
1905-1906	2	0
1906-1907	4	0
1907-1908	manca	manca
1908-1909	4	1
1909-1910	13	0
1910-1911	7	1
1911-1912	2	1
1912-1913	6	2
1913-1914	1	0

Anche da questa tabella si può constatare il basso numero assoluto di laureati e che a partire dal 1908-1909 la presenza femminile tende a divenire stabile. Va notato esplicitamente che la terza laureata (la prima nella tabella) è Matilde Medugno, mentre la quarta (la seconda nella tabella) è Aida Papalia.

Anche in questo caso vale la pena di esaminare i dati forniti dall'annuario relativo all'anno 1907-1908. I laureati in lettere risultano essere 39 e tra di essi figura una sola donna; i quattro laureati in filosofia sono tutti uomini; i diplomati del corso di perfezionamento sono 77, 27 dei quali donne. I 313 laureati in giurisprudenza sono tutti uomini come i 285 nuovi medici; naturalmente le 105 levatrici sono invece tutte donne. I

licenziati in scienze fisiche e matematiche sono 61 e tutti uomini. Vi è un solo laureato in scienze fisiche, quelli in scienze chimiche sono 12 e quelli in scienze naturali 2, anche questi tutti uomini. Vi è un solo laureato in chimica e farmacia e 185 abilitati all'esercizio della farmacia; anche qui mancano donne.

Ancora a titolo di confronto vale la pena di osservare che fino al 1900 risultano aver conseguito in Italia la laurea 177 donne in discipline letterarie, 30 in discipline scientifiche, 20 in matematica), 24 in medicina, 6 in giurisprudenza ([Ravà]). Inoltre la prima donna a conseguire una laurea sembra sia stata Ernestina Paper nel 1877 presso l'Istituto di Studi Superiori a Firenze in medicina e fino al 1880 solo altre due donne conseguirono una laurea; nel decennio 1881-1890 si laurearono 21 donne su 2912 laureati complessivi, nel decennio 1891-1900 invece 233 su 3681, nel decennio 1901-1910 poi 211 su 3951, nel decennio 1911-1920 infine 368 su 4622 (dati elaborati in [Fenaroli *et al.*] sulle cifre riportate in [Ravà] e [Istituto centrale di Statistica])

Quando con l'annuario del 1934-1935 cominceranno a ricomparire i nomi dei laureati (relativi all'anno accademico precedente e con l'indicazione del titolo della tesi di laurea) i laureati in media (fino al 1938-1939) di sesso maschile saranno circa una ventina per anno e quelli di sesso femminile circa una decina. Va anche notato che appariranno anche i primi laureati (di entrambi i sessi) in matematica e fisica, ma si tratterà di poche unità.

L'annuario del 1939-1940 ad esempio ci consente di confrontare la consistenza dei laureati nei vari corsi per l'anno accademico 1938-1939. Va precisato peraltro che all'università risultano ormai aggregati istituti di istruzione universitaria un tempo autonomi. Si hanno allora 280 laureati in lettere con 132 donne; 60 laureati in filosofia con 14 donne; 458 laureati in giurisprudenza con 7 donne; 16 laureati in scienze politiche e nessuna donna; 38 laureati in scienze matematiche con 13 donne; 5 laureati in scienze matematiche e fisiche e nessuna donna; 12 laureati in chimica con 3 donne; 3 laureati in fisica con una donna; 21 laureati in scienze naturali con 10 donne; 217 laureati in medicina con 7 donne; 8 laureati in chimica e farmacia con 2 donne; 39 laureati in farmacia con 7 donne; 103 laureati nelle varie branche dell'ingegneria e nessuna donna; 15 laureati in architettura e nessuna donna; 35 laureati in scienze agrarie con 2 donne; 30 laureati in medicina veterinaria e nessuna donna; 143 laureati in economia

e commercio con 4 donne; 5 laureati in scienze diplomatiche e consolari e nessuna donna.

Ancora a titolo di confronto va segnalato che nel decennio 1921-1930 conseguirono la laurea 1166 donne su un totale di 8279 e nel decennio 1931-1940 invece 2020 su 11628 (dati elaborati in [Fenaroli *et al.*] sulla base delle cifre riportate in [Istituto Centrale di Statistica]).

Per dare un'idea della rilevanza del ruolo di professore incaricato è forse opportuno dare delle indicazioni sulla consistenza del corpo docente universitario napoletano dell'epoca.

L'annuario del 1914-1915, quando sia la Giordano che la Del Re erano studentesse, registra per l'area matematica (incluso in essa la geodesia e l'astronomia) un professore emerito, nove professori ordinari, quattro professori incaricati (erano tutti ordinari, che avevano anche un incarico), 12 liberi docenti, sette assistenti nella facoltà di scienze matematiche; vi era anche un professore incaricato nella facoltà di scienze naturali, che peraltro era ordinario nella facoltà di scienze matematiche. L'annuario, invece del 1937-1938, quando cioè la Giordano e la Del Re erano ormai entrambe liberi docenti, segnala la presenza di un emerito, cinque ordinari, uno straordinario, nove incaricati (tra i quali sei ordinari) cinque liberi docenti, sei assistenti nella facoltà di scienze e due incaricati nella facoltà di architettura..

Vale la pena di osservare che allo stabilizzarsi ad un livello consistente, per i tempi, del numero dei laureati di sesso femminile intervenuto negli anni Trenta non fece seguito un cambiamento significativo, sia pure sfalsato opportunamente nel tempo, nella presenza femminile tra i docenti universitari. La Giordano e la Del Re rimasero a lungo gli unici professori incaricati di sesso femminile. Per incontrare nuovi incaricati bisognerà attendere le laureate dei primissimi anni Sessanta. Questa volta però, il titolo di incaricato fu conquistato a brevissima distanza di tempo dal conseguimento della laurea. Così ad esempio Maria Laura Benevento, nata nel 1939, era professore incaricato presso la facoltà di economia e commercio già nell'anno accademico 1964-1965. Naturalmente ci si trovava ormai già agli inizi dell'università cosiddetta di "massa". Si osservi ancora esplicitamente che tra le date di nascita della Del Re e della Giordano da un lato e della Benevento dall'altro intercorre quasi mezzo secolo.

4. LE PRIME MATEMATICHE.

In questa sezione diamo dei profili delle prime matematiche attive nell'università di Napoli, più precisamente della prima laureata, Iginia Massarini; della prima studentessa che ha compiuto con certezza l'intero ciclo di studio a Napoli, Matilde Medugno ; della prima laureata straniera, Marya Kahanowicz; delle prime due matematiche che hanno avuto un ruolo nell'insegnamento universitario a Napoli, Rosaria Giordano e Maria Del Re. Si tratta naturalmente di figure talora piuttosto evanescenti sotto l'aspetto scientifico e i profili risultano pertanto piuttosto diversi in profondità e ricchezza, anche in dipendenza della minore o maggiore abbondanza di fonti. Pochissimo si sa ad esempio di Aida Papalia, che l'annuario riporta come proveniente da Gaeta e "di Ferdinando", della quale pure rimane la traccia di una pubblicazione, forse tratta dalla tesi di laurea, su un classico tema concernente le coniche ([Papalia])⁹.

4.1. IGINIA MASSARINI.

Iginia Massarini è indubbiamente la più nota tra le matematiche menzionate sia a livello nazionale che internazionale (cfr. *e.g.* [Creese], [Furinghetti], [Guillermo]), proprio per essere stata la prima donna a conseguire una laurea in questa disciplina in Italia, ma non moltissimo è noto della sua biografia. L'annuario del 1887-1888 dell'università di Napoli, nel quale viene riportata come laureata in quell'anno accademico la dice proveniente da Rieti, provincia di Perugia, e la dichiara "del fu Leopoldo". Negli annuari non viene comunque riportata la sua immatricolazione presso l'università di Napoli, cosa che peraltro potrebbe essere accaduta in uno di quegli anni accademici per i quali gli annuari condanno l'elenco nominativo degli immatricolati. Dati i suoi rapporti con

⁹ Una copia di questa pubblicazione, senza luogo e senza data di pubblicazione, è conservata nella biblioteca storica del Dipartimento di Matematica e Applicazioni "Renato Caccioppoli" dell'u

Università degli Studi di Napoli "Federico II" (Miscellanea Battaglini 1909, collocazione 132 Z). A conclusione della nota l'autrice appone la data, 29 maggio 1909, e il luogo, Napoli In esso viene più volte richiamato il corso di geometria superiore tenuto nel 1905-1906 da Domenico Montesano. La pubblicazione non figura sullo Jahrbuch fuer die Fortschritte der Mathematik, sul Zentralblatt, sull'OPAC e sul catalogo delle biblioteche dell'Università degli Studi di Napoli "Federico II".

Giuseppe Battaglini¹⁰, ai quali accenneremo nel seguito, tenuto conto del suo luogo di origine e del fatto che il Battaglini ritornò a Napoli con l'anno accademico 1885-1886, si può anche pensare ad una sua immatricolazione presso l'università di Roma e ad un successivo trasferimento a Napoli. A questo proposito va notato esplicitamente che gli annuari usualmente non riportavano i nomi degli studenti trasferiti. Un forte indizio a favore di questa tesi è contenuto nelle prime due lettere inviate dalla Massarini a Ernesto Cesaro e riportate in appendice. Esse risalgono al 10 febbraio e al 26 maggio 1885 e dunque si riferiscono all'anno accademico 1884-1885. In esse si fa menzione di quaderni quasi certamente di appunti presi a lezione dalla Massarini e prestati a Cesaro. Nell'anno accademico in questione questi frequentava (sia pure a modo suo) il corso di laurea in matematica presso l'università di Roma.

Insegnò matematica nella Regia Scuola Tecnica Femminile “Marianna Dionigi” e nel Regio Ginnasio Femminile “Regina Elena” di Roma. Fu socia dal 24 novembre 1895 del Circolo Matematico di Palermo. Nel 1897 fu una delle quattro donne a prendere parte al Congresso Internazionale della Matematica a Zurigo ([Guillermo]).

La sua tesi fu una dissertazione sulle coniche dal titolo “*Sul sistema di due coniche studiate sulle loro equazioni generali col sussidio delle forme invariantive*” ([Creese]) e ancora alle coniche è dedicato il suo lavoro pubblicato nel 1899 sul Giornale di Matematiche ([Massarini 1899]). In essa riprende la tesi di laurea, che dichiara di aver presentato alla commissione esaminatrice fin dal 1886, e si propone di “*determinare le quattro coniche rispetto a ciascuna delle quali due coniche sono polari reciproche, e le trentadue coniche rispetto a ciascuna delle quali sono polari reciproche una della prime quattro coniche e una della due coniche date.*” Fa inoltre esplicito riferimento ad una nota di Battaglini ([Battaglini]).

Nel 1895 pubblicò la traduzione in italiano di un celebre testo sulla teoria delle congruenze del matematico russo P.L. Tchebichef¹¹ (viene qui

¹⁰ Giuseppe Battaglini (Napoli, 1826-Napoli, 1894); fu assistente presso l'Osservatorio Astronomico di Napoli, nel 1849 si rifiutò di firmare una domanda al re Ferdinando II perché sospendesse la costituzione da poco concessa e si dimise volontariamente. Caduto il regime borbonico fu professore di geometria superiore a Napoli, poi di varie discipline a Roma, tra le quali calcolo infinitesimale, infine di calcolo infinitesimale di nuovo a Napoli (cfr. Dizionario Biografico degli Italiani, voce a cura di N. Virgopia).

¹¹ Pafnouti Lvovitch Tchebichef (Okatovo, 1861-San Pietroburgo, 1894); su di lui si veda [Kline].

utilizzata la traslitterazione d'epoca dal cirillico) con sue note ed aggiunte. La traduzione fu suggerita presumibilmente dal Battaglini. In effetti nell'introduzione la Massarini riporta un brano di una lettera del 20 maggio 1891 proprio del Battaglini al ministro della Pubblica Istruzione *pro tempore*, nel quale segnala l'opportunità della traduzione di quel testo. Il Battaglini comunque non riuscì a vedere completata l'opera di traduzione in quanto scomparve l'anno precedente alla pubblicazione. Battaglini stesso probabilmente le suggerì anche di tenersi in contatto con Cesaro, che egli scherzosamente chiamava il "papà dell'aritmetica" ed era stato suo studente, come ella riporta in un'altra delle sue lettere. In effetti Cesaro inviò alla Massarini qualche sua nota sulla teoria dei numeri.

Tchebichef nell'introduzione al testo osserva che Gauss¹² nelle sue *Disquisitiones arithmeticae* non aveva tenuto conto dei metodi dimostrativi utilizzati da Legendre¹³ nel suo *Essai sur la théorie des nombres*. Egli si propone allora di fondere i due approcci per dar vita ad una trattazione organica e scorrevole. Il testo si presenta dunque di lettura abbastanza agevole e in parte avrebbe potuto essere utilizzato nei collegi militari e negli istituti tecnici. Tuttavia Tchebichef aggiunge al corpo centrale tre appendici di natura più avanzata. Nella terza dà i suoi famosi risultati relativi alla valutazione della consistenza dei numeri primi inferiori ad un numero preassegnato; discute inoltre la celebre formula empirica di Legendre che stima questa quantità con l'espressione $x/(\log x - 1,08366)$. Si trattava dunque in questo caso di un argomento assai più elevato, esaminato con strumenti più raffinati di calcolo infinitesimale. La Massarini aggiunge a questa appendice una quindicina di note di chiarificazione. Va precisato peraltro che gli argomenti di Tchebichef erano ancora parziali; per ottenere la soluzione completa del problema bisognerà attendere la fine dell'Ottocento e i lavori di Hadamard¹⁴ e de La Vallée Poussin¹⁵. A questioni di tale natura aveva anche lavorato Cesaro, che, come si evince dalla corrispondenza salvatasi, in una delle sue lettere, quasi certamente perduta, promette di inviare qualche osservazione proprio in relazione a questa terza appendice..

¹² Carl Friedrich Gauss (Brunswick, 1777-Goettingen, 1855); su di lui si veda [Kline].

¹³ Adrien Marie Le Gendre (Parigi, 1752-Parigi, 1833); su di lui si veda [Kline].

¹⁴ Jacques Hadamard (Versailles, 1865-Parigi, 1863); su di lui si veda [Kline].

¹⁵ Charles de La Vallée-Poussin (Lovanio, 1866-Boitsfort, 1962); su di lui e sull'intera questione relativa all'andamento asintotico della consistenza dei numeri primi inferiori ad un numero assegnato si veda [Kline].

La Massarini si interessò infine di meteorologia. Un suo studio sui venti a Roma comparve in due parti, nel 1905 e nel 1918 ([Creese], [Massarini 1905]). In esso esaminò la direzione e la velocità dei venti utilizzando dati dalle registrazioni anemometriche dell'Osservatorio Meteorologico di Roma che coprivano gli anni dal 1876 al 1905. Analizzò le misure eseguite quotidianamente dai 16 punti della bussola e presentò i dati sia in forma tabellare che in forma grafica.

4.2 MATILDE MEDUGNO.

L'annuario per il 1903-1904, che riporta la sua immatricolazione, la dice di provenienza napoletana e indica il nome di suo padre in Leopoldo. Una lettera, conservata nel fondo Cesaro e datata 29 giugno 1904, la individua con molto maggiore precisione. La lettera, indirizzata appunto a Cesaro è di suo padre Leopoldo ed è su carta che porta come intestazione "Presidente del Tribunale Civile e Penale di Napoli". In effetti Matilde Medugno appartiene ad una famiglia rilevante anche nella storia economica italiana. Suo padre nella lettera, rifacendosi a qualche dichiarazione di disponibilità di Cesaro avvenuta forse in un incontro occasionale (i Medugno vivevano nell'allora via Materdei e i Cesaro poco lontano in vicolo Santa Maria della Neve a Materdei) chiede un colloquio per la giovane Matilde.

Matilde si laurea, nell'anno accademico 1905-1906, probabilmente con una tesi in geometria. La sua unica pubblicazione di natura matematica rintracciata fino ad ora (e non riportata nello *Jahrbuch fuer die Fortschritte der Mathematik*) riguarda le trasformazioni birazionali del piano. In essa viene ripreso uno studio iniziato dal celebre matematico Luigi Cremona¹⁶, che aveva per l'appunto introdotto tale tipo di trasformazioni, chiamate in seguito proprio per tale motivo cremoniane ([Medugno 1910]). È molto probabile che questa nota sia tratta dalla tesi ma in essa non vi è nessuna esplicita dichiarazione che possa sostenere questa opinione. Data la

¹⁶ Luigi Cremona (Pavia, 1830-Roma, 1903); partecipò nel 1849 alla difesa di Venezia, dopo l'unificazione del paese fu professore di geometria superiore a Bologna, di geometria superiore e statica grafica a Milano, di statica grafica e in seguito di matematiche superiori a Roma, fu senatore del Regno, vicepresidente del Senato e ministro della Pubblica Istruzione (Dizionario Biografico degli Italiani, voce a cura di L. Rossi).

tematica affrontata si potrebbe anche congetturare che il lavoro di tesi sia stato ispirato da Pasquale del Pezzo, esperto nel settore.

La Medugno oltre ad una propensione per la matematica possiede anche una vena poetica e pubblicherà numerosi componimenti sia durante i suoi studi matematici sia nel seguito ([Medugno 1907], [Medugno 1910 b], [Medugno 1915])

4.3 MARYA KAHANOWICZ.

La vicenda di Marya Kahanowicz è un po' più anomala. Già la grafia del nome, il patronimico, il luogo di provenienza si presentano negli annuari nelle forme più varie, forse segno questo di una traslitterazione da caratteri cirillici: nell'annuario 1907-1908, nel quale viene segnalata la sua immatricolazione, figura come Kahanoviey Maria di Jankiel da Pruzams (Varsavia); nella'annuario del 1911-1912 tra i laureati in matematica figura come Kahanowicz Maria di Jankiel da Prahna (Russia); nello stesso annuario, tra gli iscritti a fisica come Kahanoviez Maria di Fantirel da Pralura (Russia). La forma qui adottata coincide con quella che ella utilizzerà nel seguito per firmare i suoi lavori scientifici. Fa parte di quel gruppetto di studentesse provenienti dall'impero russo che studia a Napoli, tra la fine dell'Ottocento e l'inizio del Novecento, probabilmente per la chiusura (o parziale chiusura) delle università russe alle donne: molte di loro frequentano la facoltà di medicina.

Marya è la prima immatricolata (annuario 1907-1908) e laureata (annuario 1911-1912) a Napoli in matematica di origine straniera; si iscrive subito dopo al corso di laurea in fisica (annuario 1911-1912) e viene ammessa al terzo anno. Nel 1913-1914 ottiene anche questa seconda laurea. Già nell'annuario del 1914-1915 figura come aiuto nell'istituto di fisica terrestre diretto da Ciro Chistoni¹⁷ e tale figura fino al 1922-1923. Nel 1923-1924, al divenire emerito di Chistoni, assume il ruolo di assistente presso l'istituto di fisica sperimentale. Negli anni 1922-1923 e 1923-1924 è libero docente della stessa disciplina nella facoltà di scienze naturali.

¹⁷ Ciro Chistoni (Ostiano, 1852- Casalromano 1927); fu professore di fisica sperimentale a Modena e di fisica terrestre a Napoli (cfr. Dizionario Biografico degli Italiani, voce a cura di S.Caprino).

Le sue numerose pubblicazioni (la prima, [Kahanowicz 1913] risale a quando ancora è studentessa di fisica) si concentrano sullo studio dell'atmosfera.

A partire dall'annuario del 1924-1925 non viene più menzionata. La ritroviamo nell'università di Sassari, dove si occupa dello studio di sostanze colorate (si veda *e.g.* [Kahanowicz 1931]).

Alla morte di Michele Cantone¹⁸, suo direttore nell'istituto di fisica sperimentale a Napoli, avvenuta nel 1932 ne scrisse una biografia per una rivista polacca ([Kahanowicz 1934]).

Anche se laureata prima in matematica, la sua carriera scientifica si svolge dunque nell'ambito della fisica.

4.4 ROSARIA GIORDANO.

Rosaria Giordano nasce a Lucera il primo settembre 1894 e viene riportata tra le immatricolate nell'annuario del 1911-1912. Gli annuari non la segnalano tra le laureate in quanto a causa dello scoppio del primo conflitto mondiale cominciano, a partire da quello relativo all'anno 1915-1916, ad apparire, come già segnalato, in forma assai ridotta. Tuttavia già nell'annuario del 1915-1916 la troviamo come assistente nel gabinetto di geometria descrittiva diretto da Alfonso Del Re¹⁹ e dal suo fascicolo personale si apprende che la sua nomina risale all'ottobre 1915. È molto probabile dunque che avesse conseguito la laurea nell'anno accademico precedente. Come tale figura anche negli annuari successivi (salvo naturalmente in quelli nei quali i dati sui gabinetti vengono omessi) fino al 1923-1924. Dal 1924-1925, morto ormai il Del Re, figura ancora in tale gabinetto ma ora prima sotto la direzione di Gustavo Sannia²⁰, poi, alla morte anche di questi, sotto la direzione degli incaricati Enrico Amaturò²¹

¹⁸ Michele Cantone (Palermo, 1857-Napoli, 1932); fu professore di fisica a Pavia e a Napoli (cfr. Dizionario Biografico degli Italiani, voce a cura di M. Gliozzi).

¹⁹ Alfonso Del Re (Calitri, 1859- Sorrento, 1921); fu professore di geometria analitica e proiettiva a Modena e di geometria descrittiva a Napoli (cfr. Dizionario Biografico degli Italiani, voce a cura di F. S. Rossi).

²⁰ Gustavo Sannia (Napoli, 1875-Napoli, 1930); fu professore a Modena e poi a Napoli (cfr. [Scorza 1931]).

²¹ Enrico Amaturò (? , 1863- ?); fu professore incaricato di geometria a Napoli (le notizie sono tratte dagli annuari dell'Università degli Studi di Napoli e, per quanto concerne la nascita, dalla sezione "biografie" della Società Italiana di Storia della Matematica).

e Enrico Ascione²². Il gabinetto di geometria descrittiva si trasforma in gabinetto di geometria analitica e descrittiva nel 1936-1937, assorbendo alla morte di del Pezzo il gabinetto di geometria proiettiva, e ne diviene direttore prima come incaricato Generoso Gallucci²³, poi Nicolò Spampinato²⁴; in esso rimane incardinata la Giordano.

Come assistente dà dei corsi di esercizi di geometria descrittiva con disegno.

Ancora dal suo fascicolo personale si ricava che ha conseguito la libera docenza nel febbraio 1935. Così nell'annuario del 1936-1937 compare per la prima volta come libero docente di geometria descrittiva; solo negli anni Cinquanta diverrà professore incaricato.

La vita della Giordano subisce una svolta drammatica nel giugno del 1944. Suo marito, Enrico Sorrentino, ufficiale dell'esercito italiano, nel dicembre del 1943 va in missione oltre le linee tedesche a Roma per conto dell'Office of Strategic Service della Quinta Armata americana: comanda un nucleo radiotrasmittente. Viene scoperto ed arrestato. Nel corso della notte tra il tre e il quattro giugno del 1944, alla vigilia dell'ingresso delle forze alleate a Roma, viene caricato, insieme con altri tredici prigionieri, su un autocarro tedesco per essere trasferito a Verona. All'alba del quattro, al chilometro quattordici della Cassia presso la località detta La Storta, vengono tutti trucidati per motivi ancora non del tutto chiariti. Tra loro vi è anche il famoso sindacalista Bruno Buozzi.

Rosaria va in pensione da assistente nel novembre 1959 per raggiunti limiti di età, ma dà un corso libero di Geometria Proiettiva degli Iperspazi anche nell'anno accademico 1959-1960; muore a Napoli il cinque novembre 1967, come ancora testimonia il suo fascicolo personale.

L'attività scientifica della Giordano è strettamente legata a quella di Alfonso Del Re.

In un primo momento si indirizza verso la logica matematica. Del Re aveva pubblicato un corso nel 1907 ([Del Re A 1907]) sull'algebra delle classi ed era tornato sulla questione nel 1911 ([Del Re A 1911]) per

²² Enrico Ascione (Portici, 1869- Napoli, 1964); fu professore incaricato di geometria proiettiva a Napoli (cfr. [Fresa]).

²³ Generoso Gallucci (Napoli, 1874-Napoli, 1942); fu professore incaricato di geometria proiettiva a Napoli (cfr. [Berzolari]).

²⁴ Nicolò Spampinato (Adrano, 1892-Napoli, 1971); fu professore di geometria analitica, proiettiva e descrittiva a Catania e a Napoli (le notizie sono tratte dagli annuari dell'Università degli Studi di Napoli e, per quanto concerne la morte, dall'annuario della Società Nazionale di Scienze, Lettere ed Arti di Napoli).

provare l'indipendenza di alcuni assiomi. Sul problema era tornato anche Bernstein²⁵ ([Bernstein]) e Del Re aveva dato compito alla Giordano di tradurre la nota del Bernstein. Alla traduzione la Giordano aveva fatto seguire un *post scriptum* nel quale menzionava uno scambio epistolare tra Bernstein e Del Re e rinviava alla lettura delle due opere menzionate di Del Re per la soluzione di una difficoltà.

Un gruppo di tre lavori originali, pubblicati tra il 1917 e il 1918, è invece dedicato allo studio dell'analisi estensiva, a problematiche cioè ambientate in strutture di tipo grassmaniano, alle quali il Del Re dedicò tra il 1910 e il 1920 una lunga serie di note.

Alla morte di Del Re la produzione scientifica della Giordano si arresta. Solo dopo vari anni, nel 1931, pubblicherà una nota sulla rappresentazione degli spazi lineari; negli anni Quaranta infine dà una veste definitiva ad appunti di natura didattica, di tipo esercitativo, sulla geometria proiettiva²⁶.

4.5 MARIA DEL RE.

Le notizie concernenti Maria Del Re sono molto più complete e ricche. Nasce il 5 giugno 1894 a Reggio Calabria in una famiglia numerosa. Suo padre Leopoldo è un ufficiale e la famiglia lo segue nei suoi numerosi spostamenti. Si troveranno a Messina al momento del terremoto e perderà tre fratelli nell'evento. Sua madre si chiama Francesca Tommasini. Frequenta il Regio Istituto Tecnico di Caserta e supera l'esame di licenza fisico-matematica nell'ottobre del 1914. Si iscrive nell'anno accademico 1914-1915 al corso di laurea in matematica.

Della Del Re possiamo seguire il corso di studi in quanto si è conservato il suo libretto di iscrizione. Esso prevede, come corsi obbligatori, per il primo anno esami di Geometria Analitica con Salvatore-

²⁵ Benjamin Abram Bernstein (Posvol, Lituania, 1881-Berkley, California, U.S., 1964); fu professore all'università della California ([University]), voce a cura di V.F. Lenzen, A.L. Foster, D.H. Lehmer).

²⁶ L'intera produzione scientifica della Giordano è reperibile in rete sullo Jahrbuch fuer der Fortschritte der Mathematik alle voci "Giordano R." e "Sorrentino Giordano R." Allo Jahrbuch si rinvia anche per la lunga serie di note dedicate dal Del Re all'analisi estensiva.

Dino²⁷, Geometria Proiettiva con Disegno con del Pezzo, Algebra Complementare con Pascal, Fisica Sperimentale con Cantone (biennale); per il secondo anno di Calcolo Infinitesimale con Torelli²⁸, Meccanica Razionale con Marcolongo²⁹, Geometria Descrittiva con Alfonso Del Re, Fisica Sperimentale (biennale) con Cantone; per il terzo anno di Geometria Superiore con Montesano³⁰, Meccanica Superiore ancora con Marcolongo, Analisi Superiore con Pascal³¹; per il quarto anno di Matematiche Superiori con del Pezzo, Fisica Matematica con Pinto³². Sembra che abbia seguito come corso non obbligatorio anche quello di Storia della Matematica con Amodeo³³. Di qualche esame si può desumere anche il voto col quale è stato superato: Geometria Analitica con 24 su 30, Geometria Descrittiva con 27 su 30, Calcolo Infinitesimale con 25, Geometria Proiettiva con 21³⁴. Si laurea nel 1922, discutendo una tesi su di una trasformazione cremoniana tra spazi a tre dimensioni, con 110 su 110.

Dal fascicolo personale si desume che nell'ottobre del 1916 la Del Re, non ancora laureata, viene nominata assistente volontaria presso la cattedra di Geometria Proiettiva e come tale figura nell'annuario del 1917-1918, inquadrata nel gabinetto della stessa disciplina diretto da Pasquale del Pezzo. Scompare nell'annuario del 1918-1919 e la lacunosità degli annuari dal 1919-1920 al 1923-1924 (mancano i dati sui gabinetti scientifici) non consente di seguire la sua carriera accademica. Nel fascicolo personale comunque vi è notizia della sua nomina ad assistente

²⁷ Nicola Salvatore-Dino (Torre Annunziata, 1843-Portici, 1919); fu professore di geometria proiettiva e analitica a Roma e di analitica a Napoli; fu anche deputato al Parlamento del Regno (cfr. [Torelli]).

²⁸ Gabriele Torelli (Napoli, 1849-Napoli, 1931); fu professore di analisi algebrica e calcolo infinitesimale a Palermo e Napoli (cfr. [Marcolongo 1931]).

²⁹ Roberto Marcolongo (Roma, 1862-Roma, 1943); fu professore di meccanica razionale a Messina e Napoli (cfr. Dizionario Biografico degli Italiani, voce a cura di Giovanni e Giuditta Borghi).

³⁰ Domenico Montesano (Potenza, 1863- Salerno, 1930); fu professore di geometria descrittiva e proiettiva a Bologna e Napoli, di geometria superiore a Napoli (cfr. [Scorza 1930]).

³¹ Ernesto Pascal (Napoli, 1865-Napoli, 1940); fu professore di calcolo infinitesimale a Pavia e Napoli (cfr. [Picone]).

³² Luigi Pinto (Castellana, 1846- Castellana, 1920); fu professore di fisica matematica a Napoli (cfr. [Marcolongo 1920]).

³³ Federico Amodeo (Avellino, 1859- Agevola, 1946); fu professore incaricato di geometria superiore e di storia della matematica a Napoli (cfr. [Carbone *et al.* 2000]).

³⁴ Curiosamente non v'è cenno, ne libretto di iscrizione, al corso di Chimica Generale che era obbligatorio al secondo anno.

alla stessa cattedra avvenuta nel febbraio 1923. Nell'annuario del 1924-1925 riappare come assistente nello stesso gabinetto e vi compare fino all'annuario del 1934-1935 sotto la direzione per incarico in quell'anno di Enrico Ascione. Dal 1936-1937 è assistente, con la Giordano, del gabinetto di geometria analitica e geometria descrittiva. Come assistente dà corsi di esercizi di geometria proiettiva con disegno.

Dal fascicolo personale risulta che consegue la libera docenza nel dicembre del 1934 in Geometria Proiettiva e viene confermata nel 1939. Nel 1937-1938, un anno dopo la Giordano, figura tra i liberi docenti della facoltà di scienze; nel 1939-1940 mantiene la libera docenza presso la facoltà di scienze e diviene professore incaricato presso la facoltà di architettura di Analisi Matematica e Geometria Analitica, Geometria descrittiva ed Elementi di Proiettiva. L'anno successivo diviene professore incaricato di Matematiche Complementari presso la Facoltà di Scienze. È questo, in un certo senso, l'apice della sua carriera universitaria e il più significativo riconoscimento.

Abbandona il ruolo di assistente universitario il 30 ottobre 1949 “per esodo volontario con pensione”. In realtà, come si apprende dal suo fascicolo personale, già nel 1947 è entrata in violento conflitto col nuovo professore ordinario di geometria, Nicolò Spampanato, che non intende confermarla nei suoi compiti, e per un paio di anni si era trovata la soluzione temporanea di distaccarla presso l'istituto policattedra di matematica, allora appena costituito. Continuerà comunque a tenere corsi liberi di Geometria Analitica e Proiettiva almeno fino all'anno accademico 1957-1958. Dall'anno scolastico 1951-1952 all'anno scolastico 1958-1959 insegna presso il liceo classico Garibaldi in Napoli come professore incaricato con vari periodi di sospensione. Con l'anno scolastico 1959-1960 passa al liceo classico Umberto I e vi rimane fino al settembre 1964, quando cessa definitivamente dal servizio all'età ormai di settanta anni³⁵.

La sua produzione scientifica, tutta in geometria proiettiva, dipende notevolmente da quella di Pasquale del Pezzo che negli anni Venti appariva ormai un po' datata anche per i numerosi impegni politici e amministrativi ai quali si era dedicato³⁶. Questo forte legame si manifesta anche in alcune lettere conservatesi nel fondo Del Re, inviatele da del

³⁵ I dati sono desunti dagli stati di servizio e di famiglia conservati presso i licei Garibaldi e Umberto di Napoli.

³⁶ Per un'analisi attenta e aggiornata dell'opera scientifica di del Pezzo si rinvia al già citato [Ciliberto *et al.*].

Pezzo. In esse, infatti, vengono prese in esame alcune questioni scientifiche concernenti note alle quali ella si stava dedicando. Alla scomparsa di del Pezzo anche la produzione scientifica della Del Re, come era accaduto per la Giordano, si interrompe³⁷.

Un altro esempio, piuttosto curioso, del legame tra il pensiero di del Pezzo e quello della Del Re è costituito dalla nota [Del Re M 1927], nota che fu letta il 5 giugno 1927 nell'Accademia Pontaniana³⁸. In effetti molti anni prima, nel 1895, del Pezzo aveva pubblicato il testo di una sua lezione magistrale che avrebbe dovuto tenere in occasione dell'inaugurazione dell'anno accademico 1894-1895 ([del Pezzo]), lezione che non si era potuta svolgere per l'atteggiamento indisciplinato tenuto dagli studenti ([Ciliberto *et al.*]). In questa nota del Pezzo affrontava anche la questione della concezione dello spazio alla luce degli allora più recenti sviluppi della matematica, in particolare della geometria. Questo tema viene ripreso dalla Del Re dal punto di vista sia delle nuove conquiste della fisiologia sia degli ulteriori sviluppi della matematica, in particolare della topologia. Esso viene inoltre trattato in uno stile piuttosto aulico, ricco di citazioni di quella Divina Commedia, che si diceva del Pezzo conoscesse a memoria, e in antico greco, che la Del Re non aveva studiato; caratteristiche queste tutte in comune col discorso non pronunciato di del Pezzo. La cosa a distanza di anni stimolerà ancora una certa bonaria ironia in Caccioppoli³⁹.

A partire dalla seconda metà degli anni Venti e negli anni Trenta la Del Re, giovane, colta, graziosa, libera si sentì e fu parte integrante di un'élite culturale e sociale nella quale era stata introdotta da Pasquale del Pezzo, suo maestro spirituale e a cui era legata sentimentalmente. Nel fondo sono conservate ad esempio varie fotografie che la ritraggono in pose quasi da attrice, alla Eleonora Duse o alla Sarah Bernhardt per

³⁷ La produzione scientifica della Del Re, concentrata nel decennio che va dal 1922 al 1932, è reperibile in rete sullo *Jahrbuch fuer die Fortschritte der Mathematik*; mancano però talune opere di carattere didattico non presenti peraltro neanche sul *Zentralblatt* ma presenti sul catalogo OPAC ([Del Re M 1941], [Del Re M 1947]) o assenti da anche dal catalogo OPAC, ma presenti sullo stato di servizio e di famiglia custodito presso il liceo Garibaldi, a firma della Del Re medesima, e reperibili sul catalogo delle biblioteche dell'Università degli Studi di Napoli "Federico II" ([Colucci *et al.*]).

³⁸ Nel fondo Del Re si conserva ancora l'invito a stampa ad assistere a questa conferenza, firmato dal presidente e dal segretario *pro tempore* dell'Accademia, Gabriele Torelli e Ruggiero De Ruggiero.

³⁹ Il commento di Caccioppoli è contenuto in una sua lettera a Maria Del Re. L'intera corrispondenza tra Caccioppoli e la Del Re, consistente in una quindicina di lettere, apparirà su questa stessa rivista.

intenderci, o ancora a fianco di un del Pezzo dall'aspetto un po' "faunescio"⁴⁰, quasi una Eliza Doolittle vicino al suo Pigmaliione, Henry Higgins, come nella celebre commedia di G.B. Shaw. Conosce la scrittrice Sibilla Aleramo, lo scultore Vincenzo Gemito, il poeta Salvatore Di Giacomo⁴¹. Ma si tratta pur sempre di un'élite non libera come nel periodo della sua massima fioritura tra la guerra franco-prussiana e lo scoppio del primo conflitto mondiale (la *belle époque*), bensì coartata nel suo agire dalla rigidità del regime fascista.

La Del Re, caduto il regime, a partire dalla seconda metà degli anni Quaranta, può dedicarsi pienamente ai suoi molti interessi sociali, politici, culturali.

È dirigente provinciale della Unione Donne Italiane, l'associazione vicina al Partito Comunista Italiano che aveva come obiettivo il coordinamento delle iniziative per i problemi femminili. Si interessa di problemi dell'infanzia (curava ad esempio l'invio in colonie estive dei bimbi più poveri).

Aderisce al Movimento dei Partigiani della Pace⁴² e partecipa ad una riunione del Consiglio mondiale della Pace che si tenne a Berlino nel 1950 e si concluse con un celebre appello (*Appello di Berlino*); al ritorno le viene ritirato il passaporto. In questo suo interesse è molto vicina a Renato Caccioppoli, col quale ha sempre un'intensa frequentazione con risvolti forse anche sentimentali. In occasione delle prime votazioni regolate dalla cosiddetta "legge truffa", nel 1953, si candida in una lista di opposizione denominata "Il pino".

⁴⁰ Il termine "faunescio" è associato all'aspetto di del Pezzo dal Tricomi, che lo aveva conosciuto personalmente assai bene e lo menziona nel suo repertorio biografico [Tricomi], ricordando come sul suo conto circolassero innumerevoli storielle salaci.

⁴¹ Nel fondo Del Re si è conservata una cartolina di saluti, risalente al settembre 1923, inviata da Salvatore Di Giacomo e da sua moglie in vacanza a Sant'Agata dei due Golfi.

⁴² Il Movimento dei Partigiani della Pace era sorto a Parigi nell'aprile del 1949; attraverso un comitato organizzò alcuni grandi congressi (a Parigi nel 1949, a Varsavia nel 1950, a Vienna nel 1952) e formulò alcuni appelli, che furono sottoscritti da centinaia di milioni di persone, per lo più concentrate nei paesi socialisti, ma anche in Italia e Francia. Il suo simbolo, una colomba, fu concepito da Pablo Picasso. Fu da molti considerato un movimento con finalità antioccidentali. Alcuni governi occidentali ne ostacolarono le iniziative negando la concessione dei visti di ingresso o espatrio. Lo stesso Caccioppoli, oltre la Del Re, rimase vittima di questo tipo di procedura (cfr. [Guerraggio *et al.*]).

Nella sua abitazione, ampliando e consolidando una consuetudine alla quale aveva già dato vita negli anni Trenta (con qualche aspetto allora cospirativo), anima riunioni frequentate da molti uomini di scienza, di cultura e da rappresentanti del mondo politico progressista napoletano. Tra i più assidui vanno ricordati almeno lo stesso Renato Caccioppoli e Mario Palermo⁴³.

In tanta pienezza di vita vi è però un'ombra: una maternità negata. In Maria, comunque, è forte il bisogno di donare affetto: vivrà con lei una nipote, figlia naturale di un cugino e di una donna eritrea, Nella Tommasini. Nella sarà amica affettuosa di Renato Caccioppoli e molto affetto riceverà anche da Pasquale del Pezzo, ma un destino tragico l'attende: sposa nel 1944, muore subito dopo di parto⁴⁴ a circa trent'anni. Ma Maria non si arrende: con lei prende a vivere Ester Paola de Pascale, che diverrà sua figlia adottiva⁴⁵ nel 1945, a quattro anni.

Maria muore a Napoli il 23 maggio 1970.

APPENDICE: LE LETTERE DI IGINIA MASSARINI A ERNESTO CESARO.

Le lettere, come già segnalato, sono custodite nel fondo Cesaro (epistolario, mittenti, alla voce) presso il Dipartimento di Matematica e Applicazioni "Renato Caccioppoli" dell'Università di Napoli "Federico II" nella biblioteca storica (collocazione 130 N 61).

La trascrizione è esatta: ci si è limitati solo a sciogliere qualche abbreviazione nelle formule di saluto.

⁴³ Mario Palermo (Napoli, 1898-Napoli, 1985); fu uomo politico aderente al Partito Comunista Italiano, per il quale fu eletto più volte senatore, e sottosegretario alla Guerra nel secondo governo Badoglio (cfr. la sua autobiografia, nella quale peraltro non menziona la Del Re, [Palermo]).

⁴⁴ Nella è una protagonista nella corrispondenza epistolare (o almeno nella parte che si è salvata) tra la Del Re e Caccioppoli e tra la Del Re e del Pezzo. Caccioppoli conia per lei anche un curioso linguaggio di fantasia e in questo linguaggio compone dei divertimenti poetici.

⁴⁵ Era possibile secondo le norme del tempo che un individuo non sposato adottasse un minore.

Lettera n. 1.

Chiarissimo Signore,
La ringrazio di avermi favorito gli ultimi Suoi scritti, novella prova della Sua elevata cultura. Se io non sarò da tanto da rilevarne tutti i pregi, ne trarrò pur sempre giovamento. Mi affretto inoltre ad assicurarLe che i miei quaderni⁴⁶ sono a Sua disposizione fintantoché Ella non avrà sostenuto la prova degli esami: potrà quindi restituirmeli al Suo ritorno a Roma ed evitare la pesante fatica di ricopiarli.

Sua devotissima
Iginia Massarini
Roma, 10 febbraio 1885.

Lettera n. 2.

Chiarissimo Signore,
ho ricevuto stamane il plico raccomandato dei nove quaderni⁴⁷ e La ringrazio. Io non so di poterLa servire in alcuna altra cosa, ma se per mia ventura se ne desse l'occasione, sarò ben lieta di testimoniarLe in quale onore io m'abbia i Suoi pregiati comandi.

Con la massima stima La riverisco.
Iginia Massarini
Roma, 26 maggio 1885
Via de' Serpenti, n. 44 p.4°.

⁴⁶ Potrebbe trattarsi di quaderni di appunti relativi al corso di Analisi Superiore, l'unico il cui esame fu dato da Cesaro durante suoi studi universitari a Roma. In effetti Cesaro, una volta lasciata Liegi nel 1883 per litigi con un suo docente all'Ecole des Mines, fu ammesso al quarto anno del corso di laurea in matematica a Roma. Ormai sposato e padre, non frequentò con assiduità i corsi, ma preferì per lo più essere a Torre Annunziata e dedicarsi con ardore alla ricerca: nel giro di tre anni (1884-1886) pubblicò circa ottanta note. Ottenne una laurea *honoris causa* solo dopo aver vinto nel 1886 il concorso per una cattedra di analisi algebrica all'università di Palermo (cfr. [Perna]).

⁴⁷ Si veda la nota precedente.

Lettera n. 3.

Roma , 24 VI '95
Via Nazionale n.158.

Memore del nome di Papà dell'aritmetica datoLe dal povero Battaglini nelle sue lezioni, e altresì di essere stata parecchie volte ricordata da Lei, io mi permetto di offrirLe un esemplare della mia traduzione della "Teoria delle congruenze" di Tchebichef⁴⁸. Non oso chiederLe di volermi dire tutte le mende che vi troverà. Tuttavia m'auguro che la Sua abituale cortesia L'induca un giorno a dirmene qualche cosa.

 Mi creda con perfetta stima
 obbligatissima Sua
 I Massarini

Lettera n. 4.

Monte Compatri, 25 VII '95.

 Chiarissimo Signore,
La ringrazio di cuore.

Non ho ricevuto la Sua memoria "sui principi fondamentali dell'aritmetica"⁴⁹ ed ora sono lieta che vuole ricordarsi di me. Se avessi conosciuto a tempo questa memoria Sua, ne avrei tenuto conto nella mia traduzione⁵⁰, e ciò mi sarebbe stato graditissimo.

Ella mi ripromette di darmi il Suo giudizio sulla terza appendice: non me ne avrò a male se le mende fossero molte.

 Mi congratulo con la prossima pubblicazione che è una prova di più della Sua fervida intelligenza e geniale attività.

 Io mi trattengo in villeggiatura a Monte Compatri sino ai primi di ottobre, e sarei lieta di ricevere Suoi caratteri prima di ritornare a Roma.

 Con perfetta stima La riverisco
 Devotissima
 I Massarini

⁴⁸ L'opera alla quale si fa riferimento è [Tchebichef].

⁴⁹ L'opera alla quale si fa riferimento è [Cesaro 1894].

⁵⁰ Il riferimento è ancora a [Tchebichef].

Lettera n. 5.

Roma, 31 ottobre 1896.

Chiarissimo Signore,

La ringrazio dell'onore che ha voluto farmi inviandomi un esemplare delle Sue importantissime lezioni di "Geometria intrinseca"⁵¹. Non arriverò a riconoscere tutti i moltissimi pregi della Sua opera, ma ricordando la fama che Le viene dai Suoi Lavori e le profetiche parole di Battaglini, mi congratulo con Lei sinceramente.

Con l'augurio che ancora quest'opera sia ovunque appassionatamente accolta dagli studiosi gradisca i sensi della mia ammirazione.

I Massarini

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI.

[Battaglini] Battaglini G.: *Nota intorno alla conica rispetto alla quale due coniche date sono polari reciproche fra loro*. Atti della Regia Accademia dei Lincei, 25, 1872, pp. 195-202.

[Bernstein] Bernstein B.A.: *Postulati per la logica delle classi in termini della operazione "eccezione" e pruova dell'indipendenza dei postulati dovuti a Del Re*. Tipografia De Robertis, Napoli, 1918.

[Burton] Burton L. (curatore): *Gender and Mathematics. An International perspective*. Cassel, London, 1991.

[Berzolari] Berzolari L.: *Generoso Gallucci*. Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, (2) 4, 1942, pp. 78-79.

[Carbone et al. 1997] Carbone L., Cardone G., Palladino F.: *Il fondo Cesaro: costituzione, recupero e consistenza*. Rendiconto dell'Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli, (4) 64, 1997, pp. 217-278.

[Carbone et al 2000] Carbone L., Gatto R., Palladino F.: *Carteggio Amodeo*. Nuncius, Annali di Storia della Scienza, 15, 2000, pp. 681-719.

[Cesaro 1894] Cesaro E.: *Nuova contribuzione ai principi fondamentali dell'aritmetica assintotica*. Atti della Regia Accademia di Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli, (2) 6, 1894, n.17; anche in [Cesaro 1964] volume I, parte seconda, pp. 419-448.

[Cesaro 1896] Cesaro E.: *Lezioni di geometria intrinseca*. Presso l'autore, Napoli, 1896.

⁵¹ L'opera alla quale si fa riferimento è [Cesaro 1896].

[Cesaro 1964] Cesaro E.: *Opere*. A cura dell'Unione Matematica Italiana, Edizioni Cremonese, Roma, 1964, volume I, parte prima; 1965, volume primo parte seconda; 1968, volume secondo.

[Ciliberto *et al.*] Ciliberto C., Sallent Del Colombo E.: *Pasquale del Pezzo, duca di Caianello, matematico napoletano*. In corso di pubblicazione.

[Colucci *et al.*] Colucci A., Del Re M.: *Esercizi di geometria analitica*. Casa Editrice Pironti R. e F., Napoli, 1944-1945.

[Compendio] Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia: *Compendio statistico*. Provveditorato Generale dello Stato, Libreria, Roma 1929.

[Creese] Creese M.R.S., with Creese T.M.: *Ladies in the Laboratory. II.-West European Women in Science 1800-1900. A Survey of their Contribution to Research*. Scarecrow Press Inc., Lanham, Maryland (U.S.), 2004.

[del Pezzo] del Pezzo P.: *Le ribellioni della scienza*. Annuario della R. Università degli Studi di Napoli pel 1895-1896. Anno DCLXXII di sua fondazione, Napoli, 1896, pp. 5-24.

[Del Re A 1907] Del Re A.: *Lezioni di algebra della logica ad uso degli studenti delle facoltà di matematica e di filosofia e lettere, dettate nella R. Università di Napoli*. Tipografia della Regia Accademia delle Scienze, Napoli, 1907.

[Del Re A 1911] Del Re A.: *Sulla indipendenza dei postulati della logica*. Rendiconto della Regia Accademia di Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli, (3) 17, 1911, pp. 450-458.

[Del Re M 1927] Del Re M.: *Dello spazio*. Atti dell'Accademia Pontaniana, (2) 57, 1927, pp. 108-122.

[Del Re M 1941] Del Re M.: *Esercizi di geometria proiettiva*. Circolo matematico di Catania per i tipi della Tipografia Gambardella, Napoli, 1940.

[Del Re M 1947] Del Re M.: *Esercizi di geometria proiettiva: testo e tavole*. Casa Editrice Pironti R. e Figli, Napoli, 1947.

[Enestroem] Enestroem G.: *A. Rebière, Les Femmes dans la Science [Recensionen]*. Bibliotheca Mathematica (neue Folge), 11, 1897, pp.25-27.

[Fenaroli *et al.*] Fenaroli ., Furinghetti F., Garibaldi A.C., Somaglia A.M.: *Women and Mathematical Research in Italy during the Period 1887-1946*. in [Burton], pp. 144-155.

[Fichera] Fichera G.: *Pia Nalli*. Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, (3) 20, 1965, pp. 544-549.

[Fresa] Fresa A.: *Enrico Ascione*. Atti dell'Accademia Pontaniana, (nuova serie) 14, 1964-1965, pp. 284-289.

[Furinghetti] Furinghetti F.: *The Emergence of Women on the International Stage of Mathematics Education*. ZDM The International Journal on Mathematics Education, 40, 2008, pp. 529-543.

[Istituto Centrale di Statistica] Istituto Centrale di Statistica: *Sommario di statistiche storiche d'Italia: 1861-1975*. Tip. Failli, Roma, 1976.

[Green *et al.*] Green J., La Duke J.: *Pioneering Women in American Mathematics. The pre-1940 PhD's*. American Mathematical Society, U.S., 2009.

[Grinstein *et al.*] Grinstein L.S., Campbell P.J. (curatori): *Women of Mathematics. A Biobibliographical Sourcebook*. Greenwood, Westport, 1987.

[Guerraggio *et al.*] Guerraggio A., Nastasi P. (curatori): *Renato Caccioppoli a 100 anni dalla nascita*. Pristem / Storia, Note di Matematica, Storia, Cultura numero 8-9; Springer-Verlag Italia, Milano, 2004.

[Guillermo] Guillermo P.: *Mathematicians of the World, Unite! The International Congress of Mathematicians. A Human Endeavor*. Urbera, Peters Ltd., Wellesley, MA (U.S.) 2009.

[Kahanowicz 1913] Kahanowicz M.: *I sondaggi dell'atmosfera : i risultati ottenuti da Rykatcheff nei sondaggi internazionali dell'atmosfera eseguiti in Russia negli anni 1900-1909 messi a confronto con quelli di Wagner*. Tipografia E. Voghera, Roma, 1913.

[Kahanowicz 1931] Kahanowicz M.: *Ueber das Absortionspektrum der waesserigen Loesungen der gefaerbtten Ionen Cu, Cr, Co*. Zeitschrift fuer die Physik, 68, 1931, pp.126.

[Kahanowicz 1934] Kahanowicz M.: *Michele Cantone*. Wiadomosci mat.,36, 1934, pp. 77-79.

[Kenschaft] Kenschaft P.C.: *Change is Possible: Stories of Women and Minorities in Mathematics*. American Mathematical Society, U.S., 2005.

[Kline] Kline M.: *Storia del pensiero matematico*. Giulio Einaudi editore, Torino, 1991.

[Loria] Loria G.: *Donne matematiche*. In *Scritti, conferenze e discorsi sulla storia delle matematiche*. CEDAM, Padova, 1936 (si tratta del testo di una conferenza tenuta a Mantova nel 1901).

[Marcolongo 1920] Marcolongo R.: *Luigi Pinto*. Rendiconto della Regia Accademia di Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli, (3) 26, 1920, pp. 89-93.

[Marcolongo 1931] Marcolongo R.: *Gabriele Torelli*. Rendiconto della Regia Accademia di Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli, (4) 1, 1931 pp. 104-118.

[Marcuzzo *et al.*] Marcuzzo M.C., Rossi-Doria A.: *La ricerca delle donne: studi femministi in Italia*. Rosenberg e Sellier, Torino, 1987.

[Massarini 1899] Massarini I.: *Intorno alle coniche rispetto alla quali due altre sono polari reciproche*. Giornale di Matematiche, 37, 1899, pp. 23-40.

[Massarini 1905] Massarini I.: *I venti a Roma. Parte prima*. Annali dell'Ufficio Centrale di Meteorologia e Geodinamica, (2) 27, 1905.

[Medugno 1907] Medugno M.: *Edelweiss: scena lirica*. Vecchi e C., Trani, 1907.

[Medugno 1910 a] Medugno M.: *Della trasformazione birazionale [2-4]*. Tipografia della Regia Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche, Napoli, 1910.

[Medugno 1910 b] Medugno M.: *Vox animae*. Vecchi e C., Trani 1910.

[Medugno 1915] Medugno M.: *Nel sogno*. Vecchi e C., Trani 1915.

[Osen] Osen L.M.: *Women in Mathematics*. The MIT Press, Cambridge, 1974.

[Palermo] Palermo M.: *Memorie di un comunista napoletano*. Edizioni Libreria Dante e Descartes, Napoli, 1998.

[Papalia] Papalia A.: *Involuzioni ed antiinvoluzioni nelle coniche complesse e nelle iperconiche*.s.l., s.d., ma Napoli, 1909.

[Perna] Perna A.: *Ernesto Cesaro*. *Giornale di Matematiche*, 45, 1907, pp. 299-332, ora anche in [Cesaro 1964], volume primo, parte prima, pp. VII-XXXVIII.

[Picone] Picone M.: *Ernesto Pascal*. *Rendiconto della Regia Accademia di Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli*, (4) 12, 1941-1942, pp. 54-82.

[Ravà] Ravà V.: *Le laureate in Italia*. *Notizie statistiche*. Cecchini, Roma, 1902.

[Rebière] Rebière A. *Les Femmes dans la Science*. Libraire Nony e C., Paris, prima edizione 1894, seconda edizione 1897.

[Scorza 1930] Scorza G.: *Domenico Montesano*. *Rendiconto della Regia Accademia di Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli*, (3) 36, 1930, pp. 145-154.

[Scorza 1931] Scorza G.: *Gustavo Sannia*. *Bollettino dell'Unione Matematica Italiana*, 10, 1931, pp. 181-182.

[Tchebichef] Tchebichef P. L.: *Teoria delle congruenze di P.L. Tchebichef*. Traduzione italiana con aggiunte e note di Iginia Massarini. Ermanno Loescher, Roma, 1895.

[Tee] Tee G.J.: *The Pioneering Women Mathematicians*. *The Mathematical Intelligencer*, (4) 5, 1983, pp. 27-36.

[Torelli] Torelli G.: *Nicola Salvatore-Dino*. *Rendiconto della Regia Accademia di Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli*, (3) 25, 1919, pp. 21-23.

[Tricomi] Tricomi G. F.: *Matematici italiani del primo secolo dello stato unitario*. *Memorie dell'Accademia delle Scienze di Torino, Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali*, (4) 1, 1962.

[University] University of California Academic Senate: 1965. *University of California, in memoriam*. University of California (System), U.S., 1965.

[Valentin] Valentin G.: *Die Frauen in den exacten Wissenschaften*. *Bibliotheca Mathematica (neue Folge)*, 9, 1895, pp. 65-76.

SVILUPPO DELL'INDUSTRIA CEMENTIERA E TUTELA DELL'AMBIENTE

CEMENT INDUSTRY DEVELOPMENT AND ENVIRONMENTAL PROTECTION

Nota del Socio Ord. Res. Riccardo Sersale

(Adunanza del di 9 Aprile 2010)

Riassunto. Vengono passate in rassegna le principali modalità che consentono uno sviluppo sostenibile dell'industria cementiera, riducendo, quanto più possibile, le emissioni che la decarbonatazione del calcare ed il processo di clinkerizzazione comportano. Si discutono benefici e limiti: della riduzione del tenore di clinker dei cementi, della produzione di cementi a basso consumo d'energia, dell'impiego di prodotti residuati sia come combustibili, che come materie prime, di combustibili alternativi e bio-combustibili, della fabbricazione di cementi non-Portland, del ricorso a calcestruzzi attentamente formulati in relazione al compito loro affidato ed all'ambiente di vita, del miglioramento del rendimento termico dei forni di cottura, della ridotta manutenzione che fa seguito all'uso di cementi ad alte prestazioni.

Parole chiave: Industria cementiera. Impatto ambientale. Moderazione.

Summary. The major ways allowing a cement industry sustainable development optimized for the lowest possible environmental impact, reducing, as much as possible, the emissions derived from limestone de-carbonation and from the fuel burned in the kiln, are reviewed. Benefits and limits: of the reduction of clinker amount in cements, of the preparation of low-energy clinkers, of the use of wastes, both as fuel and as raw materials, of bio-fuels and other alternative fuels, of Portland-free cement production, of the employment of carefully formulated concretes according to service and life cycle, of the reduced maintenance requirement resulting from the use of high-performance concretes, of the thermal efficiency of kiln systems, are investigated.

Key words: Cement industry. Environmental impact. Moderation.

Premessa.

La comunità internazionale ha preso coscienza del cambiamento climatico legato all'aumento della concentrazione di gas, quali: biossido di carbonio, protossido d'azoto, metano ecc., un aumento che genera un effetto-serra che, addizionandosi a quello, provvidenziale, di origine naturale, ha provocato uno squilibrio del bilancio radiativo della Terra, responsabile di un aumento di 0.6 °C della temperatura nel corso del XX secolo.

Le emissioni di biossido di carbonio, che raggiungono l'82% di quelle prodotte dal complesso delle attività antropiche, devono pertanto esser ragionevolmente moderate, senza eccessive ricadute sul livello della produzione. Poiché quella del cemento Portland, che, sotto forma di calcestruzzo, costituisce il materiale da costruzione più largamente impiegato nel mondo, contribuisce per il 5% alle emissioni di biossido di carbonio, si impone un'attenta valutazione della composizione e modalità di formulazione della materia prima e delle tecniche operative, al fine di assicurare uno sviluppo sostenibile della produzione, rispettoso della conservazione dell'ambiente.

Per sviluppo sostenibile, così come definito dal WBCSD (acronimo di World Business Council for Sustainable Development), devono intendersi: "forme di progresso che soddisfano i bisogni del presente, senza precludere alle future generazioni la possibilità di soddisfare i propri".

La produzione di clinker di Portland comporta un naturale rilascio di biossido di carbonio associato sia alla decarbonatazione del calcare, sia alla combustione del combustibile di alimentazione del forno di cottura, a parte quella associata alla fornitura di energia necessaria ad operazioni di macinazione ed altro, che varia considerevolmente a seconda dell'industria che la fornisce e che in media si aggira intorno a 0.08 tonnellate di CO₂ per tonnellata di cemento prodotto (1).

Le emissioni di biossido associate alla decarbonatazione della materia prima ammontano a circa 0.53 kg/kg di cemento e quelle associate alla combustione del combustibile a circa 0.34 kg/kg di cemento. L'industria emette pertanto 0.87 kg di biossido/kg di cemento.

La produzione media di cemento nel 2000 è stata pari a circa 1.57 miliardi di tonnellate e nel 2004 a più di 2 miliardi (2) ed un'analisi redatta dal Battelle prevede che le emissioni dell'industria cementiera drammaticamente cresceranno nelle prossime decadi (3).

L'industria del cemento è perfettamente consapevole di dover studiare vie che consentano un ridotto consumo di risorse naturali e di energia, al fine di emettere meno biossido di carbonio per unità di cemento prodotto.

Le vie più idonee per conseguire lo scopo sono già state analizzate in una precedente Nota (4), alla quale questa si ricongiunge per un ulteriore approfondimento e completamento che tenga anche conto dei più recenti avanzamenti.

Potenziamento dell'industria cementiera nel rispetto dell'ambiente.

Sembra opportuno incentivare la ricerca nelle seguenti direttrici:

- reperire nuovi materiali cementizi supplementari attivi, che consentano di ridurre il tenore di clinker e migliorare la resistenza iniziale dei cementi composti, affiancando alla produzione di cementi binari anche quelli di cementi ternari e quaternari ed utilizzare l'attitudine unica del calcestruzzo ad inglobare residuati;
- produrre clinkers a ridotto consumo d'energia;
- produrre cementi non-Portland;
- impiegare per il processo di cottura bio-combustibili e combustibili alternativi;
- migliorare il rendimento termico dei forni di cottura, con conseguente riduzione del consumo d'energia;
- preparare calcestruzzi strettamente formulati in relazione all'impiego ed all'ambiente di vita;
- guardare all'innovazione quale via per uno sviluppo sostenibile.

Riduzione del tenore di clinker.

Una linea di ricerca prioritaria è rappresentata dalla sostituzione di materiali tradizionali con materiali alternativi, generati dalle differenti attività industriali: scorie d'alto forno granulate, ceneri volanti, fumo di silice, scorie da forno elettrico ad arco, unitamente alle pozzolane naturali.

Una via praticabile per una significativa riduzione di emissioni rimane quella del rimpiazzo del clinker con tali prodotti attivi, denominati materiali cementizi supplementari. Possono esser aggiunti sia all'atto della formulazione del calcestruzzo, una modalità preferita negli Stati Uniti, sia nel corso della produzione del cemento (cemento composito), una modalità preferita in Europa, come risulta dalla Norma EN 197-1. In entrambi i casi la riduzione totale delle emissioni di CO₂, in funzione dell'abbassamento del contenuto di clinker di Portland per m³ di calcestruzzo, non varia. Ovviamente, la quantità di clinker rimpiazzabile con l'aggiunta, al fine di conseguire il comportamento programmato del calcestruzzo, dipende dalla reattività del prodotto aggiunto, dalla quantità di cemento necessaria, dalla distribuzione delle dimensioni dei suoi costituenti.

Pozzolane naturali.

Va sottolineato che sono abbondanti in parecchie zone vulcaniche e continueranno ad essere a lungo addizionate al cemento. Inizialmente tale addizione migliora la struttura fisica, poiché agisce come filler. Innalza invece le resistenze finali, per effetto della reazione con la calce, che si libera nel corso dell'idratazione dei silicati tricalcico e bicalcico del clinker. Tali variazioni nelle proprietà

sono di notevole interesse, poichè influenzano la durabilità delle strutture realizzate. L'impiego della pozzolana nella produzione di cementi multicomponenti consente però di superare lo svantaggio, precedentemente sottolineato, attribuito al primo periodo, in cui essa funziona da filler inerte.

Scorie d'alto forno e ceneri volanti.

La produzione globale di cemento nel 2003 ha raggiunto 1880 Mt, con un rapporto cemento/clinker 1.17 (5) e la media globale delle emissioni di CO₂ per peso di cemento è stata dell'81%.

Scoria e ceneri come materiale supplementare (4) concorrono a ridurre le emissioni di CO₂, ma in futuro la loro disponibilità potrà divenire ridotta, a seguito del passaggio dagli alti forni a quelli ad arco elettrico, dei cui rifiuti si cerca oggi un impiego (6) e dalla sostituzione delle centrali termoelettriche con altre tecnologie di trasformazione dell'energia. Inoltre scoria e ceneri dovranno anche competere con altri impieghi, fra i quali il loro ingresso nella materia prima di formulazione della farina cruda per clinker. È da tener presente, però, che le scorie d'alto forno granulate recano anche altri elementi che ne restringono il livello massimo d'ingresso, generalmente intorno al 10%.

In vista del rimpiazzo degli impianti tradizionali con forni ad arco elettrico, è stato recentemente proposto di utilizzare come aggiunta attiva anche la scoria silico-manganese (6), ottenuta nel corso della produzione della ferro-lega, per effetto dell'aggiunta di sostanze agglutinanti delle frazioni non utili dei prodotti di partenza e degli additivi usati nei forni di produzione della ferro-lega, per far acquisire alla colata determinate proprietà. Ricerche su di una scoria silico-manganese spagnola (7) ne hanno posto in luce l'attività "pozzolanica", che è risultata intermedia fra quella del fumo di silice e quella della cenere volante, denunciando buon comportamento reologico, stabilità di volume e comportamento meccanico simile a quello delle ceneri volanti. L'incorporazione di tale scoria in ragione del 5-15% nelle paste di cemento di miscela ha prodotto un affinamento delle dimensioni dei pori, che ha reso tali paste più durevoli in ambiente aggressivo.

Fumo di silice.

È un sottoprodotto industriale che si origina nella produzione di silicio metallico in forno ad arco elettrico. Riveste grande interesse nella formulazione di calcestruzzi ad alte prestazioni (8), tanto da diventarne un componente essenziale. Con molto interesse si studia il suo impiego quale accelerante della lenta velocità di reazione iniziale dei cementi composti, preparati per rimpiazzo del clinker di Portland con tradizionali materiali cementizi supplementari. In virtù della sua alta reattività, addebitabile alla altissima superficie specifica, favorisce infatti la neoformazione addizionale di notevoli quantità di silicato di calcio idrato, offrendo ad un tempo la possibilità di incrementare la frazione di materiale cementizio supplementare, la conseguente riduzione del tenore di clinker del cemento composito e la nascita di un cemento ternario.

La limitata disponibilità, l'alto costo ed il colore indirizzano la ricerca verso nuovi prodotti che manifestino comportamento competitivo. Come prodotto di sostituzione del fumo di silice è stato proposto il metacaolino (9), ottenuto mediante calcinazione della caolinite in letto fisso. In termini di proprietà meccaniche e durabilità si è dimostrato equivalente al fumo di silice. In molti Paesi la caolinite è facilmente disponibile, ciò che rende accettabile il costo di tale prodotto ultrafine. Il color bianco del metacaolino costituisce inoltre un aggiuntivo vantaggio estetico.

Filler calcareo.

È l'aggiunta più disponibile e più largamente usata in Europa.

Cementi Portland con filler calcareo sono frequentemente impiegati come cemento Portland composito (CEM II), perché tale aggiunta cambia la struttura dei pori del cemento indurito, grazie ad un aumento delle dimensioni di quelli capillari da 20 nm a 40 nm, se viene impiegato il quantitativo massimo di filler consentito (35%) dalla Norma EN 197-1. Viene d'altra parte favorita una più uniforme distribuzione delle dimensioni dei pori, attribuibile ad un miglior impacchettamento delle particelle, determinato da un effetto di riempimento operato dalla polvere

di calcare, con conseguente, più difficile, ingresso di specie chimiche nel cemento indurito. Migliora inoltre il comportamento al gelo-disgelo ed al degrado prodotto da sali.

L'aggiunta di filler calcareo al cemento produce pure pori geliformi più piccoli, determinando più alte velocità di reazione.

La struttura dei pori è una caratteristica microstrutturale estremamente importante in un solido poroso, poiché influenza le proprietà fisico-meccaniche e controlla la durabilità del materiale. Il comportamento fisico-meccanico di un materiale poroso è infatti fortemente influenzato dalla distribuzione delle dimensioni dei pori. Materiali con il medesimo volume totale dei pori, possono denotare comportamento completamente differente sotto sollecitazioni meccaniche ed ambientali, in funzione della struttura dei pori e, più specificatamente, della relazione piccoli-larghi pori (10).

Per quanto attiene al profilo chimico, buona parte dell'allumina recata dal clinker reagisce con il calcare, formando carboalluminato di calcio idrato. Ma l'allumina presente in un clinker ordinario è sufficiente a reagire al massimo con il 5% di calcare, limite imposto dalla Norma Europea EN197-1 e da quella ASTM C150. L'eccesso di filler agisce come accelerante dell'idratazione del silicato tricalcico (alite). Pertanto con appropriate tecniche di macinazione, la resistenza a 28 giorni di cementi al 20% di filler calcareo non risulta molto diversa da quella di un cemento Portland, a condizione, però, che si impieghi un basso tenore d'acqua d'impasto.

Al fine di incrementare l'aggiunta di filler calcareo e ridurre quella di clinker, la ricerca deve orientarsi nella direzione del reperimento di materiali cementanti supplementari, ad alto contenuto di allumina reattiva.

Va osservato infine che l'impiego di cementi con filler calcareo è sconsigliato in condizioni di potenziale attacco solfatico esterno, per possibile formazione di thaumasite (11).

Produzione di cementi a ridotto consumo d'energia.

Si preparano clinkers che siano più poveri di silicato tricalcico (alite), presente nei clinkers ordinari almeno nel 60% in peso e più ricchi di silicato bicalcico (belite) (12), (13).

La produzione di alite da calcite comporta l'emissione di 0.578 parti di CO₂ in peso, contro 0.511 derivanti dalla formazione di belite. Inoltre, un clinker belitico comporta minor consumo d'energia e minor volume di CO₂ prodotta per tonnellata.

Tale cemento ha riscosso attenzione in tutto il mondo, perché permette la riduzione della quantità di calcare da decarbonare ed anche per la durabilità del relativo calcestruzzo. Non ancora però ha conquistato il mercato, perché la belite è molto meno reattiva dell'alite e non si è riusciti a migliorarne la reattività, per raggiungere una più alta velocità d'idratazione.

Un'alternativa a tale cemento è la produzione di clinkers solfoalluminosi, che emettono una quantità assai più bassa di CO₂ rispetto al cemento Portland, per effetto di un contenuto totale notevolmente più basso di CaO.

Poiché la disponibilità di allumina si presenta limitata dalla difficoltà di reperire fonti economiche che ne siano ricche, una più praticabile soluzione sembra la produzione di clinkers costituiti da una miscela di silicato di calcio e solfoalluminato di calcio, una produzione messa a punto in Cina (cementi della terza serie). Possono contenere yeelimite (C₄A₃SO₄) fino al 75%. La CO₂ proveniente dalla materia prima raggiunge solo il 22%, rispetto al 53% del cemento Portland ordinario.

Produzione di cementi non-Portland.

Possono concorrere ad una netta riduzione di emissioni di CO₂ anche i cementi preparati per attivazione alcalina di materiali a comportamento "pozzolanico" (metacaolino, ceneri volanti, scorie d'alto forno) (14). La scelta del materiale a comportamento "pozzolanico," della composizione della miscela di partenza, dell'attivatore, consente di prevedere le proprietà del "polimero inorganico" prodotto, che si presta egregiamente anche alla formulazione di calcestruzzi.

Caratteristiche di questi cementi sono: rapido indurimento, stabilità dimensionale, resistenza agli acidi, eccellente aderenza agli aggregati ed all'armatura, accettabile comportamento a temperatura.

Naturalmente anche per la produzioni di questi cementi valgono le medesime limitazioni sulla disponibilità delle materie prime (ceneri volanti, scorie d'alto forno granulate, ecc.), già sottolineate a proposito della produzione di cementi compositi.

Impiego di bio-combustibili e combustibili alternativi.

Le emissioni totali di CO₂ di forni alimentati con materie prime e combustibili fossili convenzionali si aggirano fra 0.84 ed 1.15 Kg/Kg di clinker prodotto (3), in funzione principalmente del rendimento termico del forno. Al fine di ridurre tali emissioni, si cerca di sostituire i combustibili fossili convenzionali con combustibili alternativi a minor contenuto di carbonio.

La Fig.1 riporta la ripartizione di combustibili alternativi impiegati in Europa per la produzione di clinker (15).

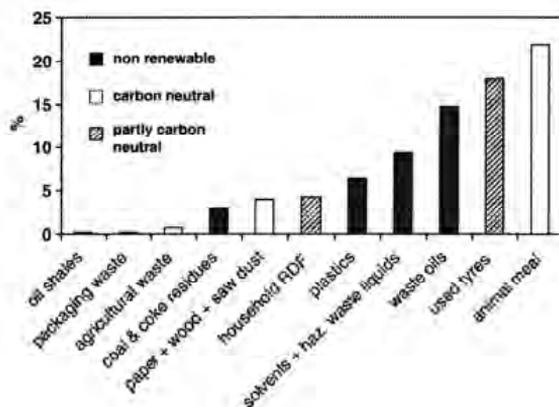


Fig.1. Ammontare complessivo di combustibili alternativi per la produzione di clinker in Europa (15).

Rappresentano il 14% di tutti i combustibili impiegati sulla base del potere calorifico. Risalta dall'esame della Figura che la maggior parte dei combustibili alternativi non è esente da carbonio. Esclusivamente le biomasse, che includono prodotti agricoli e forestali, rifiuti municipali biodegradabili, non rilasciano per combustione CO₂, poiché può essere adsorbita per fotosintesi, od addirittura convertita in biomasse che, a loro volta, possono essere impiegate come combustibile negli stessi forni a cemento (16).

Molteplici materiali di scarto, come anche copertoni usati (17) per autovetture, non sono considerati combustibili non-carbonio. Va però tenuto conto che il loro trasferimento dagli impianti d'incenerimento ai forni a cemento, provoca una significativa riduzione di emissioni di CO₂, grazie al più alto rendimento termico di questi ultimi, eliminando nel contempo problemi di discarica, poiché i rifiuti della combustione vengono totalmente incorporati nei clinkers.

Miglioramento del rendimento termico dei forni di cottura.

Riveste interesse ai fini della riduzione di CO₂. Il rendimento di energia di clinkerizzazione non è oggi lontano dalla barriera termodinamica imposta dalla chimica del processo: 3 GJ/t (3). Negli impianti moderni, un forno operante con materie prime sufficientemente essiccate, con combustibile tipico i cui fumi abbandonano il camino a temperatura superiore a 120°C, per evitare condensazione nei condotti, praticamente raggiunge tale valore.

Per ulteriormente migliorarlo si potrebbero impiegare combustibili speciali, aria arricchita d'ossigeno, perfezionare il recupero termico, adoperare calce non calcarea.

La sostituzione del calcare con calcio non calcareo è già stata sperimentata nel passato ed è stata esclusa per scarsa disponibilità di prodotti. Quella a partire da solfato di calcio si è poi rivelata inquinante, per emissioni di natura solforosa. È inoltre già stato fatto rilevare che l'impiego di materiali di risulta di altre industrie, come materie prime supplementari, determina riduzioni limitate di emissioni di CO₂, perché raramente ricchi di calce, o quando lo sono, recano anche altri elementi sgraditi. È ad esempio il caso della scoria d'alto forno, come già sottolineato, non solo per l'alto contenuto d'allumina, ma anche per ridotta disponibilità. La produzione mondiale di scoria d'alto forno granulata nel 2005 è stata infatti prossima a 150 milioni di tonnellate, a fronte di un consumo globale di calcare per la produzione di clinker prossimo a 2500 milioni di tonnellate. Sicuramente l'impiego d'ossigeno, in luogo di aria, migliorerebbe il rendimento termico, riducendo altresì le connesse perdite di calore ed il volume dei fumi, una semplice miscela di CO₂, che può esser catturata e stoccata, e vapor d'acqua. Oggi non può però esser preso in considerazione, poiché la produzione d'ossigeno con la tecnologia convenzionale richiede circa 420 kwh/t (18). Al fine di abbassare notevolmente la temperatura di clinkerizzazione è stato proposto di originare alinite (19) in luogo di alite, mediante addizione di cloruro di calcio ad un'appropriata miscela di residui industriali o di rifiuti solidi inceneriti.

Ottimizzazione della composizione del calcestruzzo.

Una sensibile riduzione delle emissioni può anche esser conseguita con formulazione ed impiego di calcestruzzi ottimizzati per un impatto ambientale più basso possibile e con il minor contenuto di clinker, meglio se ottenuto con l'impiego di bio-combustibili.

Un recente studio danese (20) ha posto in luce che è possibile raggiungere una riduzione del 30% di CO₂, selezionando attentamente la composizione del calcestruzzo più favorevole alla funzione da svolgere ed alla conservazione dell'ambiente. A tale proposito è stata formulata una serie di composizioni di calcestruzzo ottimizzate nei riguardi dell'ambiente, preparati con miscele ad alto contenuto di ceneri volanti e con clinker di Portland a ridotto consumo d'energia.

L'innovazione, un qualificato aiuto per uno sviluppo sostenibile.

È indiscutibilmente una soluzione da tener presente. L'impiego, ad esempio, di calcestruzzo autocompattante (21), la cui gettata riduce il costo della mano d'opera, in virtù della riduzione dei vuoti e di una aumentata omogeneità rispetto al calcestruzzo ordinario, riduce notevolmente gli interventi di restauro e può aumentare la produttività.

Anche il calcestruzzo ad alte prestazioni (8), dalla compattezza assai spinta, con caratteristiche che coinvolgono non soltanto il comportamento meccanico, ma, assai più, la durabilità nell'intero ciclo di vita e che diviene sempre più economico, grazie alle nuove concezioni nella formulazione degli impasti ed al ruolo giocato dagli additivi chimici, può dare un contributo integrativo al calo delle emissioni, attraverso la sostituzione di quote di clinker con aggiunte attive.

In tema di emissioni di CO₂ e di fabbisogno di energia conviene infine fare due riflessioni.

La funzionalità degli edifici comporta richiesta di energia ed emissioni di CO₂ ben maggiori di quanto compete alla loro realizzazione. È stato infatti calcolato (22) che l'energia impiegata per produrre una struttura tipica in calcestruzzo armato, od un edificio residenziale, corrisponde a 500 MJ per m³. Nei cinquant'anni della vita, per il loro riscaldamento e per i servizi elettrici, verranno impiegati 15.000 MJ per m³. Risalta pertanto che soltanto il 3% dell'energia totale consumata nel corso della vita della struttura riguarda la produzione del calcestruzzo e degli altri materiali che lo compongono. Di documentazione ben più difficile è invece il conteggio del biossido di carbonio emesso nel corso del processo di clinkerizzazione e di quello assorbito per carbonatazione, nel corso del ciclo di vita della struttura, per effetto della lentezza del processo. Si può però con sicurezza affermare che le strutture in calcestruzzo sono un eccellente sequestrante di CO₂ dall'ambiente in cui convivono (23).

Conclusioni.

L'imperativa limitazione della concentrazione di CO₂ a 450 ppm, nell'intento di contenere il riscaldamento del Pianeta fra 1,5 e 3,9°C, impone alle industrie manifatturiere di adottare ogni espediente che comporti riduzione delle emissioni e risparmio di energia. Per quanto attiene all'industria cementiera vengono proposte alcune vie che sembrano le più percorribili:

- Ridurre il tenore di clinker dei cementi, potenziando la ricerca di nuovi materiali supplementari attivi ed incrementare la produzione di cementi ternari e quaternari, per promuovere lo sviluppo delle resistenze a breve termine dei cementi compositi.
- Incrementare la produzione di clinkers a basso consumo d'energia, adottando metodologie che favoriscano una riduzione del suo tenore di silicato tricalcico.
- Aumentare, per quanto possibile, la produzione di cementi non-Portland, che originano emissioni molto ridotte.
- Impiegare rifiuti urbani ed industriali inceneriti come materie prime secondarie o scarti industriali come combustibili alternativi, unitamente a bio-combustibili.
- Curare attentamente preparazione e messa in opera di calcestruzzi, strettamente formulati in base all'impiego ed all'ambiente di vita, al fine di ridurre al minimo interventi di manutenzione.
- Tener presente che possono concorrere ad una riduzione delle emissioni anche i calcestruzzi innovativi (ad alta resistenza, autocompattanti, ecc.), grazie ad un più lungo ciclo di vita in servizio.

Bibliografia.

1. Price L., Worrel E., Phylipsen D. Energy use and carbon dioxide emissions in energy-intensive industries in key developing Countries. Proc. 1999 Earth Technologies Forum, Sept. (1999). Washington DC.
2. Humphreys K., Mahasenam M. Toward a sustainable cement industry. Sub-study 8; climate change. An independent study commissioned to Battelle by World Business Council for Sustainable Development. March, (2002).
3. Damtoft T.S., Lukasi K.J., Herfort D., Sorrentino D., Gartner E.M. Sustainable development and climate change initiatives. *Cement Concrete Res.*, 38, 115 (2008).
4. Sersale R. Il contributo dell'industria cementiera all'attenuazione del cambiamento climatico. *Rend. Acc. Sc. fis. mat., Napoli*, 75, 105 (2008).
5. Cement substitutes focus, Market Report by Onestone Intelligence GmbH (2004).
6. Frias H., Sanchez de Rojas I., Rodriguez C. The influence of SiMn slag on chemical resistance of blended cement pastes. *Construction and Building Mat.*, 23, 1472 (2009).
7. Frias M., Sanchez de Roias Ml., Santamaria J., Rodriguez C. Recycling of silicomanganese slag as pozzolanic material. Basic and engineering properties. *Cement Concrete Res.*, 36, 487 (2006).
8. Sersale R. Recenti sviluppi della scienza e della tecnologia del calcestruzzo. Il calcestruzzo ad alte prestazioni. *Rend. Acc. Sc. fis. mat., Napoli*, 70, 53 (2003).
9. Tafraoui A., Escadeillas G., Lebaill S., Vidal T. Metakaolin in the formulation of UHPC. *Construction and Building Mat.*, 23, 669 (2009).
10. Theoulakis P., Moropoulou A. Microstructural and mechanical parameters determining the susceptibility of porous building stones to salt decay. *Construction and Building Mat.*, 11, 63 (1997).

11. Sersale R. Attacco solfatico esterno di cementi Portland addizionati di filler calcareo. *Rend. Acc. Sc. fis. mat., Napoli*, 77 (2010).
12. Chatterjee A.K. High-belite Portland cement. An update on development, characterization and applications. *Proc. 11th ICCG*, 1,31. Durban (2003).
13. Sersale R. Produzione di clinker a ridotto consumo di energia. Nota III. Cementi belitici e solfobelitici. *Rend. Acc. Sc. fis. mat., Napoli*, 71, 125 (2004).
14. Sersale R. Il cemento di ceneri volanti alcali-attivate e la sua idoneità all'impiego per calcestruzzi. *Rend. Acc. Sc. fis. mat., Napoli*, 74, 171 (2007).
15. Cembureau Internal Document. Consumption of alternative fuels used in kiln. (2003).
16. Sersale R. Biomasse prodotte mediante cattura dell'anidride carbonica generata nel processo di clinkerizzazione. *Atti Accad. Pontaniana, Napoli*, 57, 232 (2008).
17. www.beumer.com. Used tires as alternative fuels. *Zement-Kalk-Gips Intern.* 62,1, 32 (2009).
18. Bolland O., Saether S. New concept for natural gas fired power plants which simplify the recovery of carbon dioxide. *Energy Convers. Manag.* 35, 5-8, 467 (1992).
19. Sersale R. Produzione di cementi a ridotto consumo di energia. Nota I. Il clinker ricco di alinite. *Rend. Acc. Sc. fis. mat., Napoli*, 71, 31 (2004).
20. Damtoft S., Glavind M., Munch-Petersen C. Danish Centre for Green Concrete. Supplementary Papers. Third CANMET/ACI Intern. Symp. Sustainable Development of Cement and Concrete. 401. Sept. (2001).
21. Sersale R. Recenti sviluppi della scienza e della tecnologia del calcestruzzo. Il calcestruzzo autocompattante. *Rend. Acc. Sc. fis. mat., Napoli*, 71, 115 (2004).
22. Kuhlmann K., Paschmann H. Beitrag zur Okologischen Positionierung von Zement and Beton. *Zement-Kalk-Gips Intern.* 50, 1, 1 (1997).
23. Pade C., Guimaraes M. The CO₂ uptake of concrete in a 100 year perspective. *Cement Concrete Res.*, 9, 1348 (2007).

**Studies on air quality in cultural heritage:
a preliminary research on Capodimonte Museum in Naples (Italy).**

Nota presentata dal socio Guido Barone
(adunanza del 9 aprile 2010).

Abstract

Pollutants can play an important role in the deterioration of works of art and other cultural heritages shown in permanent exhibitions, particularly in association with temperature and humidity variations so as micro organism action.

Aerosols can determine solid deposition on surfaces, with evident soiling effects; moreover because of the great quantity of chemical compounds absorbed, chemical reactions can develop at the particulate - artistic work interface.

O₃, SO₂, NO_x and other oxidants can oxidize materials on surface and induce paints discolouring. CO₂ and SO₂ can act as acidifying in presence of water vapour, causing surface erosion. For all these substances concentration levels in the indoor rooms must be below the limits established by national laws and must be controlled constantly.

In this work we present results obtained during a preliminary measuring campaign conducted in selected rooms of the Capodimonte Museum in Naples, mainly dedicated to exposition of painting collections.

Acknowledgements

Thanks are due to Superintendent of Neapolitan Museum Complex Prof. Nicola Spinosa and to Director of the Museum of Capodimonte Miss Utili for having allowed this work as well as to Miss Santucci for the collaboration on the planning of monitoring campaign.

1. Introduction

The need to investigate air quality derives from many factors as: dangerous effects on human, animal and vegetation health, as well as damages on works of art (ancient buildings, marble and bronze statues and other artistic works).

In the time gaseous and particle pollutants have reached levels so high to constitute a danger also in indoor environment. Particularly rooms hosting paintings, sculptures or old parchments and paper codices suffer the invasive entrance of pollutants from external sources, being not hermetically isolated [1]; for this reason it needs to study the exposition of internally hosted works of art to urban air pollutants [2-8]. Consequently national regulations establish limits for particular air pollutants and promote the recourse to monitoring systems properly designed.

In this field we performed a preliminary monitoring campaign, subject of this work, conducted in a limited number of rooms at Capodimonte Museum of Naples; this campaign was aimed to control concentration levels of substances as NO_x , O_3 , HNO_2 , SO_2 and air particulate matter as well as meteorological parameters as temperature, pressure and humidity. The aim of the present work is the characterization of any dangers in order to address next specific monitoring campaigns.

Capodimonte Museum is situated on the homonymous hill, in a slightly elevated position respect to urban centre and immersed in a large wooded park. All gaseous pollutants monitored are below alert limits, probably because the protection exercised by the park respect to urban traffic.

Vice versa significant limit overruns are observed in the case of particulate matter in all the monitored rooms. Because the distance from the Museum and urban roads, principal dust source may be attributed to the park soil carried or raised by the visitors. Moreover restructuring in some services of the Museum (in progress during the monitoring campaign) may have contributed to increase dust concentration levels. To assess the influence of internal and external sources on dust indoor pollutions, we have also carried on an outdoor brief dust monitoring campaign.

Italian Regulation. The environmental conditions in museums were usually checked respect to parameters such as lighting, temperature and humidity. Recently was established that a good conservation of works of art cannot be independent from the restraint of air concentration levels of some chemical and biological species. The attention was registered in two Decrees of the Italian Government [9, 10] setting out standards for good management of a museum indoor environment, respect to the physical parameters such as temperature, humidity and lighting; and for chemical [2] and biological parameters which can compromise the works of art preservation. For microclimatic parameters it needs to ensure constant values and avoid changes during the day (alternation from day and night) and during the year (alternation hot-cold periods), which are more harmful than unfavourable but constant conditions.

To ensure optimal environmental conditions for the works of art, it should perform periodic checks in museum environments so that one can promptly operate for avoid potential dangerous conditions.

2. Monitoring plan

The monitoring campaign was performed by selecting a limited number of halls. In particular, we worked at the first floor of the Museum, being the most visited. Rooms 8, 11 and 17 (see Figure 1) were selected according to their size, and the presence of particularly interesting paintings. Moreover these rooms have balconies, on which can be conducted further measurements for comparing internal and external conditions.



Figure 1. Plan of the Capodimonte Museum first floor.

During the measurement campaign conducted from 28/03/07 to 22/06/07, measurement of physical and chemical parameters listed below were performed:

- temperature
- humidity
- atmospheric pressure
- air concentrations of nitrogen oxides (NO_x)
- air concentrations of ozone (O_3)
- air concentrations of sulfur dioxide (SO_2)
- air concentrations of acid substances (HNO_2)
- air concentrations of particulate matter with diameter less than $10\mu\text{m}$ (PM_{10})
- air concentrations of particulate matter with diameter less than $2.5\mu\text{m}$ ($\text{PM}_{2.5}$)

For gaseous substances, such as O_3 , SO_2 , HNO_2 , NO_x were used Analyst passive samplers exposed in the monitoring rooms for a period of about one month (from 28/03/07 to 2/5/07). In rooms 8 and 17 we positioned four Analyst (one for each type of pollutant); in room 11 we positioned eight Analyst (two for each type of pollutant), four of which closed tight and used as a reference. The dust concentration was monitored using Duscant Scout Aerosol Monitor, a mobile continuous instrument based on light scattering principle, and placed in succession in each of the rooms of interest.

Dust measurements were performed on different days, corresponding to both tourist opened and closed days and always in the morning from 9:30 to 11:30; in particular we monitored dust fraction (PM₁₀ and PM_{2.5}) in the days:

- 28/03/07 (Closure)
- 23/04/07 (Opening)
- 2/05/06 (Closure)

Concentrations monitored in opening day result very high. So we performed measurements also in room 7 (closed to the public and therefore used as reference). That to determine the influence of soil from the external paths carried by the visitors (remember that the Museum is located in a park). Having found generally elevated dust concentrations (as explained in paragraph 5) measurements were also carried on outdoor, especially on the balcony of the room 8 on the day 22/06/07 (opening day).

Measurements of physical parameters were carried on simultaneously to all dust measurements using a mobile meteorological station, model La Crosse WS3500.

Table 1 shows chemical substances and particulate classes monitored and the corresponding detection system; data collected are analyzed as reported in section 3.

Table 1. Pollutants monitored and corresponding detection system.

Pollutant	Detection system
NO _x	Analyst+Ionic Chromatography
O ₃	Analyst+Ionic Chromatography
HNO ₂	Analyst+Ionic Chromatography
SO ₂	Analyst+Ionic Chromatography
PM _{2.5}	DustScan Aerosol Monitor
PM ₁₀	DustScan Aerosol Monitor
Temperature	Mobile meteorological station
Humidity	Mobile meteorological station
Pressure	Mobile meteorological station

3. Gaseous pollutant concentration analysis

Inorganic oxidants and acidic gaseous pollutants recorded in the Museum rooms are exclusively attributable to urban traffic; this is not true for CO₂, due to human respiration that superimposes on that originating from combustions. For that reason CO₂ was not researched.

Gaseous pollutants monitored in that campaign were: NO_x, O₃, HNO₂ and SO₂. NO_x I indicates the mixture of nitrogen monoxide, NO, in a percentage of 94-92% and nitrogen dioxide (NO₂) in a percentage of 6-8%. Both pollutants come from the air excess used for an exhaustive combustion. The ozone (O₃) and nitrous acid (HNO₂) originate by partial dissociation of NO₂ due to the photochemical action of solar radiation.

For all the substances are not available instantaneous data, but a single concentration value given by the hourly average calculated on a monthly base. That depends on the necessity to use specific filters collecting pollutants for a long time because of their limited sensitivity.

There are no alert thresholds overruns, being pollutant concentrations always below the limits established by law. The concentrations result less than 85% and 50% of the limit for NO_x and O₃ respectively. For HNO₂ the concentrations are always negligible or even below detection limit as for room 7 closed to the tourists.

That means that in the Museum there is not a relevant pollution state due to gaseous substances: the park surrounding the building clearly exercises an efficient protection against the urban gaseous pollutants. Moreover sulfur dioxide, principal responsible of improvement of combustible quality and to industrial activity dismissing on the Campania Region, that determine for the SO₂ a reduction of limit overruns for the overall urban air quality.

4. Dust concentration analysis: PM_{2,5} and PM₁₀

The results obtained for the dust monitoring are more interesting. The Italian laws for the conservation of museum properties establish concentration limits only for the PM₁₀ fraction, while does not place constraints on the PM_{2,5} fraction (note that the PM_{2,5} is obviously contained in PM₁₀). However, due to the growing interest in the most fine powders, during this campaign were also collected data for the PM_{2,5} fraction.

For each of the monitored rooms difference are evident between the concentrations recorded in the opening and closure days, the first presenting highest values. The closure days show differences except for room 7, always closed. This can be attributed to the fact that during the first day of measurement (28/03/07), corresponding to the closure day with highest concentration, there were a lift restructure works.

The influence of works in progress on dust concentration is well illustrated by the PM_{2,5} concentration trend, that decreases along the visitor route going away from the place of works (atrium of the floor), walking from room 8 to room 11 to room 17. The highest concentration values were recorded during opening days: this may be caused by the soil carried inside by visitors from the paths of the park surrounding the Museum, by the dust produced by restructure works, and finally by the lifting of dust left in the previous days. To confirm that hypothesis, in the same day it was measured PM_{2,5} concentration in room 7 excluded from guided tours. The analysis conducted in room 7 confirms what we assumed, the PM_{2,5} values resulting lower than those recorded in other rooms in the same day.

Temporary trends of PM₁₀ show same characteristics as those registered for PM_{2,5}, with very high values for the opening day. The differences find between the values for the two closure days, are attributable to restructure works occurring during one of they.

In addition to the temporal profiles were also analyzed the average concentrations with their standard deviations and instantaneous values recorded (remember that in this case the limits should be applied also to each individual data). The mean concentration reported in Table 2 for PM_{2,5} and Table 3 for PM₁₀ highlight the achievement of dust concentration values significantly higher, both for the PM_{2,5} and the PM₁₀ fraction.

Table 2 and 3 show also the number of limits overruns, assuming that they are equally applicable to both the fractions and considering both the lowest (“alert”) and the highest (“alarm”) values: respectively 20 and 30 µg /m³.

During the opening day (23/04/07) we recorded overruns with respect to the limits with 100% overruns for the alert limit in all rooms (except for room 7, which was closed to the public) for both fractions and 100% overruns for the alarm limit for both the PM_{2,5} and PM₁₀ in the room 8 and 11. For PM₁₀ no overruns were find in the room 17.

The two days of closure differ in the number of overruns regarding room 8, more influenced by the restructuration works inside the Museum, while show the same trend for rooms 11 and 17. This suggest that the particulate pollution originates mainly by the soil carried on by the visitors from the path of the park.

Table 2. Average concentration, maximum and overruns for PM_{2.5} fraction.

Date	Room	Max (µg/m ³)	Average concentration and standard deviation (µg/m ³)	Overruns no. / measures no. 20 µg/m ³	Overruns no. / measures no. 30 µg/m ³
28/03	8	24	20.0±1.8	16/23	0/23
28/03	11	20	17.9±0.8	0/21	0/21
28/03	17	15	12.8±0.8	0/21	0/21
23/04	8	34	30.1±0.6	20/20	20/20
23/04	11	49	31.0±3.2	29/29	23/29
23/04	17	36	26.5±2.8	22/22	6/22
23/04	7	21	18.7±1.0	4/20	0/20
02/05	8	16	14.2±1.6	0/20	0/20
02/05	11	11	9.6±0.5	0/20	0/20
02/05	17	13	12.1±0.7	0/20	0/20

Table 3. Average concentration, maximum and overruns for PM₁₀ fraction.

Date	Room	Max (µg/m ³)	Average concentration and standard deviation (µg/m ³)	Overruns no. / measures no. 20 µg/m ³	Overruns no. / measures no. 30 µg/m ³
28/03	8	39	32.0±1.9	20/20	20/20
28/03	11	33	26.8±1.1	20/20	3/20
28/03	17	19	15.4±1.0	0/20	0/20
23/04	8	47	36.0±2.0	20/20	20/20
23/04	11	53	37.8±1.6	18/18	18/18
23/04	17	30	24.1±1.1	23/23	0/23
23/04	7	28	23.7±0.7	21/21	0/21
02/05	8	18	13.8±0.4	0/17	0/17
02/05	11	49	20.0±3.4	15/19	3/19
02/05	17	19	13.2±1.2	0/20	0/20

5. Indoor - outdoor correlations

From the analysis of data presented in previous paragraphs, it results that only the dust have high values that could represent a problem for the conservation of exposed works.

In order to determine the influence of external conditions, it was carried on a new measurement campaign (June 2007) for correlating the concentrations of internal and external fractions of atmospheric dust. We then collected data on PM_{2.5} of PM₁₀ concentrations both in the room 8 and on the balcony of the same room. As an additional reference we recorded novelty the concentration in room 11 kept closed.

Tables 4 e 5 show respectively mean values and overruns numbers for both PM_{2.5} and PM₁₀.

Temporary trends show that indoor concentrations are lower than outdoor concentration, the last being very variable according to the direction and intensity of wind. As in previous days, there is still a difference between the concentrations in the room 8 and in the room 11, although the restructuration works were finished. Table 4 shows more clearly the difference in concentration values between the inside and outside. It is clear that the values for rooms 8 are the highest indoor value recorded in that campaign, as confirmed

by the number of overruns reported in Table 5. That may be associated to the dry weather characteristic of June, that may have contributed to increase suspended particulate.

Table 4. Indoor-outdoor correlation.

Date	Room	Fraction	Average concentration and standard deviation ($\mu\text{g}/\text{m}^3$)
22/06	8 (in)	PM _{2.5}	40.1±1.2
22/06	8(out)	PM _{2.5}	62.2±6.1
22/06	11(in)	PM _{2.5}	29.4±1.6
22/06	8(in)	PM ₁₀	47.8±3.1
22/06	8(out)	PM ₁₀	79.0±9.1
22/06	11(in)	PM ₁₀	34.3±0.1

Table 5. Comparison among indoor and outdoor overruns.

Date	Room	Fraction	Max ($\mu\text{g}/\text{m}^3$)	Overruns respect to 20 $\mu\text{g}/\text{m}^3$	Overruns respect to 30 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
22/06	8 (in)	PM _{2.5}	44	20/20	20/20
22/06	8 (out)	PM _{2.5}	74	20/20	20/20
22/06	11(in)	PM _{2.5}	33	20/20	14/20
22/06	8 (in)	PM ₁₀	55	20/20	20/20
22/06	8 (out)	PM ₁₀	98	21/21	21/21
22/06	11(in)	PM ₁₀	38	20/20	20/20

6. Conclusion

The monitoring campaign carried on at the Capodimonte Museum was aimed to investigate the state of air quality within the building. It provides hypotheses on the pollution origin and suggests strategies for their control. Since this is a very preliminary measurement campaign, we select a limited number of rooms and pollutant species; for each pollutant we select the best monitoring technique also taking in account aesthetic and harmony of each hall. For this reason we avoided the use of automatic bulky instruments. Data analysis showed a situation within regulatory limits for gaseous substances. The situation is different for dust that is almost always above or near the limits; it should also be stressed that there is not an uniform distribution, with a tendency to decrease in the dust concentrations, according the visitor route going from room 8 to 11 and 17, were the lowest mean values are recorded. The differences among the different days of measurement identified two possible main causes: transportation of external dust due to the visitors passage and the raising during the following days, when not well eliminated by washing from the corridor floors (remember also that in the period of first monitoring campaign were restructuration works of services internal to the Museum that contribute in turn).

To confirm these assumptions, other measures were performed: inside the museum but in room usually closed to the public (Room 7), and on the balcony of room 8 to determine the effect of visitors and the existence of gradient between the internal and external particulate concentration. The comparison of obtained data shows a marked difference between the concentrations recorded in the rooms closed or open to the public, the first resulting significantly lower.

Measurements carried out on the balcony showed values significantly high: this confirms that the soil and the dust of the park can influence indoor concentrations. Moreover the dust pollution is due mainly to PM_{10} , that suggests a prevailing composition of gross particulate more than combustion products.

As the dust are the only real problem highlighted in that measurement campaign, we can suggest the following precautions:

- adopt an internal system of conditioning and air circulation, with regularly maintained filters (this prevents the possibility of bacterial colonies formation);
- prefer cleaning systems based on air active suction and avoiding if possible even the anhydrous washing detergents that can even glue part of the dust to the floors more than remove it.

These operations ensure the preservation of works of art and the protection of staff officer who remain for several hours in the rooms. From this point of view the determination of $PM_{2,5}$ represents an important goal of this research.

Measurements should also be programmed using other sample analyzers to determine the presence or hydrocarbons of biogenic origin (products from the park) and kerosene or partially oxidised products released by the airplane raising from the near airport.

In particular should be appropriate to carry an analysis on outdoor samples to assess particulate matter composition with the aim of establishing the presence of heavy metal clusters and partially oxidized species.

Along with air quality data were also recorded temperature and pressure data and relative humidity. The data analysis showed the non-constancy of the parameters, with a spatial variability (differences among different rooms) and a temporary variability (differences among different days). Although the changes were contained in few units for both the temperature and humidity is advantageous to provide:

- to install an automatic control system for both parameters,
- to establish a system for air conditioning in order to keep constant basic parameters such as temperature and humidity.

In any case must be emphasized that in this campaign these parameters were always find to be below the values which may promote the formation of bacterial and fungal colonies. Moreover the intensity of light radiation was not recorded, because of the existence of shielding panels sufficient to ensure the protection of exposed works.

References

- [1] Chianese E., Barone G., Castaldo R.M., Riccio A., 2007. "Indagine sull'inquinamento indoor da polveri fini". *Biologi italiani*, Organo Ufficiale dell'Ordine Nazionale dei Biologi; **3**, 28-34.
- [2] Barone G., Chianese E., Fotticchia I. 2009. "Indagine preliminare sulla concentrazione di polveri sottili presso gli ambienti dell'Istituto Italiano per gli Studi Filosofici di Napoli". *Biologi italiani*, Organo Ufficiale dell'Ordine Nazionale dei Biologi; **4**, 39-45.
- [3] Camuffo D., Brimblecombe P., Van Grieken R., Busse H. J., Sturaro G., Valentino A., Bernardi A., Blades N., Shooter D., De Bock L., Gysels K., Wieser M., Kim O., 1999. "Indoor air quality at the Correr Museum, Venice, Italy". *The Science of the Total Environment*, **236**: 135-152.
- [4] Gysels K., Deutsch F., Van Grieken R., 2002. "Characterisation of particulate matter in the Royal Museum of Fine Arts, Antwerp, Belgium". *Atmospheric Environment*, **36**: 4103-4113.
- [5] Gysels K., Delalieux F., Deutsch F., Van Grieken R., Camuffo D., Bernardi A., Sturaro G., Busse H.J., Wieser M., 2004. "Indoor environment and conservation in the Royal Museum of Fine Arts, Antwerp, Belgium". *Journal of Cultural Heritage*, **5**: 221-230.
- [6] La Gennusa M., Rizzo G., Scaccianocce G., Nicoletti F., 2005. "Control of indoor environments in heritage buildings: experimental measurements in an old Italian museum and proposal of a methodology". *Journal of Cultural Heritage*, **6**: 147-155.
- [7] Costanzo S., Cusumano A., Diaconia C., Giaconia G., 2006. "Preservation of the artistic heritage within the seat of the Chancellorship of the University of Palermo A proposal on a methodology regarding an environmental investigation according to Italian Standards." *Building and Environment*, **41**: 1847-1859.
- [8] Cappitelli F., Fermo P., Vecchi R., Pizzalunga A., Valli G., Zanardini E., Sorlini C. 2009 "Chemical-physical and Microbiological Measurements for Indoor Air Quality Assessment at the Ca' Granda Historical Archive, Milan (Italy)" *Water Air Soil Pollution*, 201, 109-120.
- [9] MINISTERO PER I BENI E LE ATTIVITÀ CULTURALI. "Atto di indirizzo sui criteri tecnico-scientifici e sugli standard di funzionamento e sviluppo dei musei", D. Lgs n.112/98 art. 150 comma 6.
- [10] MINISTERO PER I BENI E LE ATTIVITÀ CULTURALI AMBITO VI "Conservazione e Restauro" D. Lgs. 10 May 2001

Guido Barone, Elena Chianese*, Ida Duro and Marco Trifuoggi

Dept. Chemistry, Univ Federico II, via Cintia Monte S. Angelo, 80126 Naples

*Dept. Environmental Science, Univ Parthenope, Centro Direzionale, Isola C4, 80134 Naples,

guido.barone@unina.it

CACCIOPPOLI INTIMO

Nota di Luciano Carbone¹ e Maria Talamo²

Presentata dal socio Luciano Carbone
(Adunanza del 9 aprile 2010)

Key words: history of mathematics, letters.

Abstract - In this work we present some letters between Renato Caccioppoli, the well known mathematician, and Maria Del Re, the first woman who was professor of mathematics at the university of Naples. The letters have some private character. They give a new light on the life and ideas of Caccioppoli.

Riassunto - In questo lavoro presentiamo alcune lettere scambiate tra Renato Caccioppoli , il celebre matematico napoletano, e Maria Del Re, la prima donna che fu professore incaricato di matematica all'università di Napoli. Le lettere hanno carattere privato e gettano nuova luce sulla vita e le idee di Caccioppoli.

1. INTRODUZIONE.

Recentemente si è avuta la possibilità, grazie alla cortesia e alla disponibilità del senatore Luigi Marino e della dottoressa Maria Carmela Del Re, che qui ringraziamo, di iniziare l'esame della documentazione conservata in quella che fu l'abitazione di Maria Del Re³. Tra quanto fino ad

¹ Dipartimento di Matematica e Applicazioni "Renato Caccioppoli" dell'Università degli Studi di Napoli "Federico II"; e-mail: luciano.carbone@unina.it.

² Dipartimento di Matematica e Applicazioni "Renato Caccioppoli" dell'Università degli Studi di Napoli "Federico II".

³ Maria Del Re (Reggio Calabria, 1894-Napoli, 1970) si laureò nel 1922, si interessò di geometria proiettiva e fu la prima donna a divenire professore incaricato in una disciplina matematica nell'università di Napoli. Su di lei e per qualche notizia sul fondo, solo parzialmente esplorato e attualmente in casa Del Re in via Carlo Poerio a Napoli, si veda [Carbone *et al.* 2009]. Durante gli anni coperti dalla corrispondenza epistolare padovana con Caccioppoli, qui presentata, era assistente di Pasquale del Pezzo nel gabinetto di geometria proiettiva della facoltà di scienze dell'università di Napoli.

ora emerso spicca per importanza un gruppo di una ventina di lettere che Renato Caccioppoli⁴ inviò a Maria e alcune sue risposte conservatesi sotto forma di minute.

Sono stati anche ritrovati tre divertimenti poetici, due dei quali certamente di mano di Caccioppoli, il terzo suo con molta probabilità. Fu forse un dono di Renato a Maria o Maria, entratane in qualche modo in possesso, decise di custodirle.

È questo il materiale che qui presentiamo.

1.1. L'occasione delle lettere.

Caccioppoli non amava molto la corrispondenza epistolare: lamentele⁵ su questo suo atteggiamento sono abbastanza diffuse ed egli stesso lo

⁴ Renato Caccioppoli (Napoli, 1904-Napoli, 1959) si laureò a Napoli nel 1925; fu assistente di Mauro Picone nel gabinetto di analisi infinitesimale della facoltà di scienze della stessa città dall'anno accademico 1926-1927 all'anno 1929-1930; fu libero docente di calcolo infinitesimale nel 1928-1929 e di complementi di calcolo infinitesimale nel 1929-1930 (si vedano per queste notizie gli annuari relativi agli anni accademici menzionati dell'università di Napoli). Vincitore di un concorso a cattedra nel 1930 fu a Padova prima per un anno professore incaricato, poi professore straordinario di analisi algebrica dal 1931 al 1934; si trasferì subito dopo all'università di Napoli sulla cattedra di teoria dei gruppi, per passare nel 1936 su quella di analisi superiore e nel 1943 su quella di analisi matematica. Morì suicida. Tra il 1930 e il 1950 è stato senza dubbio la figura più rilevante della matematica italiana. Fu un abile pianista, esperto di cinematografia, profondo conoscitore della poesia francese. La bibliografia su di lui è molto ampia (per una rassegna si vedano le referenze bibliografiche segnalate in questa nota e quelle riportate in [Carbone *et al.* 1997]; per le notizie essenziali cfr. Dizionario Biografico degli Italiani, voce curata da A. Figà Talamanca). Una raccolta quasi completa delle sue opere matematiche è in [Caccioppoli 1963]; il testo di una sua conferenza scientifica stenografata è riportato in [Carbone *et al.* 1997]; qualche sua lettera a Federico Cafiero (tutte quelle conservatesi) è contenuta in [Chiacchio *et al.* 2009]; qualche sua lettera a Giulio Andreoli e alcune sue lettere a Mauro Picone (si tratta di tutte quelle conservatesi) sono pubblicate in [Guerraggio *et al.* 2004]; una lettera di presentazione per un giovane ricercatore è contenuta ancora in [Chiacchio *et al.* 2009].

⁵ Accenni a questa ritrosia a mantenere una corrispondenza epistolare si trovano in una lettera di Miranda a Caccioppoli riportata in [Carbone *et al.* 1997], in alcune lettere di Caccioppoli e di altri corrispondenti in [Guerraggio *et al.* 2004] e in vari punti delle stesse lettere qui presentate.

confessa. La presenza dunque di un gruppo di sue lettere abbastanza numeroso ha dell'eccezionale ed effettivamente è legata ad un motivo particolare che lo tenne lontano da Napoli per periodi di tempo abbastanza lunghi durante un intero quadriennio, dal 1931 al 1934 (e questi furono gli unici periodi lunghi durante i quali fu lontano dalla sua città natale).

L'occasione⁶ fu il suo trasferimento a Padova, giovane vincitore di un concorso bandito da quell'università.

Caccioppoli era di una decina d'anni più giovane della Del Re ma era un assiduo frequentatore della casa di Maria. Si intratteneva spesso a cena, si proponeva nelle discussioni con le sue brillanti e spiritose osservazioni, giocava a scacchi con Maria, scherzava con i suoi gatti e con Nella, la giovane nipote di Maria, figlia naturale di un suo cugino e di madre eritrea⁷.

Forse tra di loro vi era (o vi era stato o vi sarebbe stato) anche un coinvolgimento sentimentale come lascia intravedere una lettera, qui riportata, di Gianfranco Cimmino⁸, anch'essa ritrovata nel fondo Del Re (e qualche battuta contenuta nel loro epistolario)⁹. Certo vi era sia una forte simpatia sia una notevole diversità di vedute e di caratteri, ma in ogni caso Maria sarebbe stata sempre vicina a Renato: in una lettera, purtroppo senza data, egli avrebbe riconosciuto la bontà "cristiana" manifestata da Maria nei suoi confronti e si sarebbe scusato di averla criticata per quelle che gli erano sembrate delle "querimonie".

⁶ Delle 20 lettere di Caccioppoli ritrovate e qui trascritte 17 sono relative al periodo della sua permanenza da Padova e a tale periodo risalgono anche le tre minute certe della Del Re. Due della altre tre risalgono alla tarda estate del 1940 quando la Del Re si trovava in Abruzzo; per la terza non si può stabilire con certezza la data.

⁷ Michelina Tommasini, detta affettuosamente Nella, era di sei anni più giovane di Caccioppoli e viveva con la zia Maria. Era nata a Cheren nella "colonia eritrea" il 22 ottobre 1910 (come si evince dal suo diploma di maturità elementare, custodito in casa Del Re); suo padre, il generale Paolo Tommasini, era morto nel 1922.

⁸ Gianfranco Cimmino (Napoli, 1908-Bologna, 1989), fu professore di analisi a Cagliari e a Bologna. Ha lasciato significative testimonianze sulla figura di Caccioppoli e scrisse la prefazione all'edizione della raccolta delle sue opere (cfr. [Pini 1991]). A partire dall'anno accademico 1928-1929 fu assistente di Gaetano Scorza nel gabinetto di geometria analitica della facoltà di scienze dell'università di Napoli; nell'anno 1932-1933 divenne anche professore incaricato di istituzioni di analisi superiore (per la notizia si vedano gli annuari universitari relativi a tale anni).

⁹ Ester Amato, ospite della Del Re durante il corso dei suoi studi in matematica a Napoli negli anni Quaranta e moglie in seguito del fratello Eduardo, tende ad escludere questa ipotesi.

La casa di Maria era in quegli anni frequentata da vari giovani matematici, amici di Caccioppoli: lo stesso citato Cimmino, Giuseppe Scorza¹⁰. Spesso era presente anche l'ormai anziano maestro di Maria, Pasquale del Pezzo¹¹.

Un ricordo di qualche aspetto del clima, sia pure di una decina di anni dopo, di quegli incontri è sopravvissuto¹².

Lina Maione¹³, figlioccia della Del Re, raccontava spesso un episodio del quale era stata involontaria protagonista.

Giovane studentessa di matematica abitava in casa di Maria, ove quasi ogni sera incontrava Caccioppoli. Stava preparando proprio il suo esame e finalmente venne il giorno di darlo. Durante la prova Renato fu molto gentile; quando l'esame sembrava concluso, chiese a Lina di disegnare una retta. Lina, meravigliata, cominciò a tracciarla; arrivata alla fine della lavagna si arrestò, ma Caccioppoli l'invitò a continuare accennando alla parete. Sempre più meravigliata Lina continuò fino a giungere alla porta dell'aula; allora Renato sempre con gentilezza la invitò ad uscire tra gli sguardi sorpresi, divertiti e impauriti degli altri studenti¹⁴. Lina corse naturalmente in lacrime da Maria per cercare conforto. In serata Caccioppoli si recò a cena da Maria e, come ben si immaginava, vi incontrò una Lina dall'aria piuttosto mogia; appena la vide, subito le chiese: "Lina, ti vedo abbattuta. Che ti è capitato?".

I frequentatori di casa Del Re diventano i protagonisti di questo epistolario e con esso di un'autentica commedia nella quale sono tra i

¹⁰ Giuseppe Scorza Dragoni (Palermo, 1908-Padova, 1996) fu professore di analisi a Padova e Roma, di algebra a Bologna (cfr. Dizionario Biografico degli Italiani, voce senza indicazione del curatore). Anche Scorza ha lasciato ricordi molto interessanti di Caccioppoli. Sostituì l'amico nell'anno accademico 1931-1932 come assistente di Mauro Picone nel gabinetto di analisi infinitesimale della facoltà di scienze dell'università di Napoli (si veda per la notizia l'annuario universitario relativo a tale anno).

¹¹ Pasquale del Pezzo (Berlino, 1859-Napoli, 1936); fu professore di geometria proiettiva all'università di Napoli, rettore, sindaco della città e senatore del Regno (cfr. Dizionario Biografico degli Italiani, voce curata da F.S.Rossi).

¹² Un altro ricordo è contenuto in [De Crescenzo 1987], volume secondo, pg. 220.

¹³ Raffaella Maione (Napoli, 1924 - Napoli, 1988), madre della seconda autrice di questa nota, chiamata affettuosamente Lina. Durante gli anni dei suoi studi universitari in matematica fu ospite a casa della Del Re.

¹⁴ L'episodio della retta è stato riportato varie volte con diversi protagonisti, segno che Caccioppoli deve averne riproposto la trama.

principali oggetti dei frizzi di Caccioppoli: Cimmino, l'amico del cuore e giovane allievo, naturalmente più degli altri.

Le lettere non hanno rilevanza scientifica e non gettano luce particolare sugli eventi della vita universitaria patavina o napoletana, tuttavia svelano molti dei pensieri e degli atteggiamenti intimi di Caccioppoli (o almeno del Caccioppoli dei primi anni Trenta) e forse anche di una certa élite culturale dell'epoca, élite fortemente compressa dal regime che si stava consolidando.

È un vero peccato che molte siano probabilmente andate perdute, in particolare quella cui accenna la Del Re nella sua risposta del 20 aprile 1931. Renato deve aver scritto delle sue convinzioni più profonde e Maria, notando forse qualche segno di perdita di contatto con la vita comune, lo invita a un *carpe diem*, sostenendo di non aver nulla compreso della sua "filastrocca [...] sull'eternità, l'umanità ecc."

Nella lettera del 30 gennaio 1931 Renato invece ha modo di affermare con calore ed ironia, quel primato del sentimento, dello stato d'animo sulla volontà e sulla razionalità, che vede come elemento fondante della natura umana e riproporrà arditamente anche come fondamento delle teorie scientifiche¹⁵.

In esse Caccioppoli rivela altre sorprendenti capacità oltre quelle comunemente riconosciutegli. È uno scrittore abile e godibile: in poche battute, nella lettera del 7 giugno 1934, riesce a dare un quadro della vita universitaria durante gli anni Trenta.

Ma la protagonista indiscussa delle lettere è Nella Tommasini. Alta, snella, pelle color caffelatte¹⁶, capelli neri, sorriso solare riempie di vita la pagina. Con Nella Caccioppoli si libera, scherza, torna bambino.

E già Mario Palermo¹⁷ aveva notato che talvolta Caccioppoli ritornava un bambino, pronto allo scherzo, spesso inconsapevole delle conseguenze.

Renato, con lei, è anche tenero, dolce, affettuoso: è il suo "vecchio zio".

Il destino non sarà benevolo con Nella: morirà durante la sua prima gravidanza, poco più che trentenne.

¹⁵ Si veda sulla questione quanto afferma nelle ultime battute della sua conferenza ad un convegno matematico ([Carbone *et al.* 1997]).

¹⁶ "molto latte e non tloppo tafè" scriverà Caccioppoli il 14 gennaio 1931.

¹⁷ Nelle sue memorie ([Palermo 1998]) narra come Caccioppoli, che frequentava spesso anche casa sua, tendesse con i suoi figli degli agguati alla rigida governante tedesca. Quando arrivava, le strappavano il tappeto sotto i piedi facendola cadere.

Lina Maione non avrà il tempo di incontrarla, ma racconterà che a distanza ormai di anni, quando qualcosa finiva col ricordarla nelle serate in casa Del Re, un fremito scuoteva Maria e Renato.

Di lei rimangono qualche fotografia un po' sbiadita tra le carte di Maria e la bella immagine che Renato ne dà in quel linguaggio un po' esotico, un po' infantile, un po' magico che insieme avevano costruito. Ma

'Beauty is truth, truth beauty' – that is all

Ye know on the earth, and all ye need to know'

e forse, quando bellezza e giovinezza spirituali svaniscono, la vita stessa non è più degna di essere vissuta.

Anche un'altra figura spicca vividamente nelle lettere e nelle poesie: è Alfonso Belliazzi, il custode dell'istituto di antropologia dell'università di Napoli. L'istituto era adiacente ai gabinetti di matematica e il Belliazzi finiva con l'essere un po' il *fac totum* anche per i matematici. Intelligente, astuto, dotato di un grado di istruzione superiore a quella elementare, apparteneva ad una famiglia di ausiliari presenti da lungo tempo nell'università (Gennaro Belliazzi era stato lo storico custode del gabinetto di geodesia fin dagli anni precedenti il primo conflitto mondiale): era in grado di risolvere qualsiasi problema di vita comune. Negli anni Cinquanta un'altra figura simile sarà vicina a Caccioppoli, Luigi Allocca, "capo bidello" dell'allora neonato istituto di matematica, e con Allocca e tanti studenti Renato comparirà in una celebre fotografia tante volte riprodotta¹⁸. I suoi modi di fare colpiscono la fantasia di Caccioppoli, che li rivive, naturalmente, in forma grottesca. Il suo nome verrà deformato in "Belliasi" e "Beliassi".

Ma dalla corrispondenza epistolare, sia dalle poche minute conservate sia dai molti cenni presenti nelle lettere di Caccioppoli, emerge energica la figura di Maria. Non ha timori reverenziali verso il ragazzo prodigio: si preoccupa affettuosamente per lui, di cosa mangia, di come veste; gli fa le prediche e gli tiene il broncio; continuamente, in alleanza con la madre di Renato, cerca di frenarne la tendenza a mettere in pratica le sue estrose trovate, spesso divertenti, ma potenzialmente gravide di pericolose conseguenze. In controluce appare anche quella Maria attenta al progresso della condizione femminile, che pienamente si manifesterà nel secondo

¹⁸ Si veda ad esempio [Chiacchio *et al.* 2009] e si leggano le osservazioni di P. de Lucia in uno dei contributi raccolti in questo volume.

dopoguerra: intorno a lei ruota un gruppo di ragazze che continuamente sprona agli studi universitari.

1.2. Le lingue di Renato Caccioppoli.

Le lettere di Caccioppoli sono scritte in una grafia molto nitida, per lo più su carte pregiate scelte con cura. Colpisce l'assoluta mancanza di correzioni. Si potrebbe presumere dunque l'esistenza di minute come minute sono le lettere conservatesi della Del Re.

Il registro linguistico è colto ma semplice, lo stile è fluido e naturale, tuttavia si ha anche l'impressione che ci si trovi di fronte a qualcosa di molto ben studiato per ottenere un generale effetto umoristico all'interno di un contesto familiare ed affettuoso¹⁹.

Vari classici espedienti retorici sono occultati con molta abilità ed usati con maestria e finezza: l'intera lettera del 30 gennaio 1931 è una parodia di uno stile di scrittura comune nei lavori di geometria proiettiva; le iperboli sono frequenti. Abbondano le deformazioni dei nomi propri e comuni: i giovani professori della lettera del 22 gennaio 1932 diventano subito i "professacchiotti". Non mancano le metafore: i colleghi e la stessa Nella si trasformano in pesci nella lettera del 20 gennaio 1931. Frequente è l'attribuzione agli amati gatti di Maria di comportamenti e pensieri umani o forse migliori di quelli umani: il "Popi" della lettera del 26 aprile 1932 viene salutato caldamente, quasi unica speranza di chi ormai dispera degli uomini e delle donne.

Qualche volta, per accrescere l'espressività della lingua e gli effetti umoristici, Caccioppoli non esita ad introdurre, sia pure con moderazione, qualche termine francese, latino o del dialetto napoletano; non rinuncia

¹⁹ Il primo degli autori di questa nota ricorda una testimonianza di Donato Greco (Cervinara, 1923-Napoli, 1995), allievo di Caccioppoli, secondo la quale questi sottoponeva anche le sue opere di natura matematica ad una attenta revisione linguistica mirante ad effetti di semplicità, stringatezza ed espressività. Ancora a sostegno della tesi sulla cura da riservare, secondo Caccioppoli, ai testi scritti si possono citare le osservazioni, che egli formula nel 1958 sullo stile di Ennio De Giorgi (Lecce, 1928-Pisa, 1996), allora astro nascente dell'analisi e suo naturale erede scientifico ([Guerraggio *et al.* 2004], lettera di Caccioppoli a Picone del 24 febbraio 1958, pg. 130).

nemmeno a qualche riferimento, finemente umoristico e garbato, a fatti o pratiche religiose; non si fa scrupolo di utilizzare accorgimenti grafici: parentesi, virgolette, sergenti, sottolineature semplici e doppie, marcatura forte di qualche lettera o qualche parola, note a piè di pagina.

Anche questi accorgimenti alla fine sono sentiti come insufficienti. Vengono così inventate delle vere lingue artificiali: se si includono anche le poesie, almeno tre. Non resiste alla tentazione allora, giocando a cavallo tra queste lingue, di permettersi qualche doppio senso anche un po' scurrile (si veda ad esempio il “peto” [la sottolineatura è di Caccioppoli] della già citata lettera del 22 gennaio 1932, versione per l'appunto in una di queste lingue dell'italiano “peso”).

Una di queste è un latino maccheronico, del quale si stanca subito, non senza inserire qualche strafalcione (forse anche per accrescere l'effetto comico) del tipo *corporem* come accusativo di *corpus* e qualche elemento licenzioso.

Un'altra lingua artificiale è introdotta nella poesiola *La vendetta dell'aragosda*. Il meccanismo di deformazione dell'italiano che è alla sua base è semplice ed umoristicamente efficace: si tratta di sistematiche sonorizzazioni e depalatalizzazioni. Le occlusive sorde diventano sonore (*p* si trasforma in *b*, *t* diviene *d*, *c* velare va in *g* velare); analogamente le fricative sorde vengono trasformate in sonore (*f* si trasforma in *v*, *s* dura va in *s* dolce) e le affricate sorde anch'esse in sonore (*z* dura va in *z* dolce, *c* di “cena” va in *g* di “giallo”). La nasale palatale del nesso *gn* di “gnomo” diviene semplicemente la nasale alveolare *n*, mentre la laterale palatale del nesso *gl* di “gli” si trasforma nella laterale alveolare *l*. Caccioppoli è allora costretto per rendere più perspicue le trasformazioni ad introdurre un simbolo speciale per la *s* dolce (una *z* minuscola stampatello, che viene qui resa con una *z* sottolineata). Curiosamente però l'affricata alveolare geminata sorda *zz* non viene sonorizzata, ma viene trasformata nella fricativa alveolare geminata sorda *ss* dura; analogamente l'affricata postalveolare sorda *sc* di “scena” non va nella corrispondente sonora e rimane imm modificata. Probabilmente il raffinato orecchio musicale di Caccioppoli rifiutava una sonorizzazione totale.

Più varia è invece la situazione della lingua della “Zilte”, che Caccioppoli utilizza con Nella Tommasini e, sembra di capire, con Gianfranco Cimmino. La lingua pare nascere da un'idea proprio della

Tommasini, che l'adotta nella sua prima lettera a Caccioppoli, e viene accolta da questi con grande entusiasmo.

La lingua si va perfezionando a poco a poco, tra varie incertezze, nelle lettere che si succedono e Nella viene scelta come autorità indiscussa sul suo uso: le parole dubbie vengono sottolineate da Caccioppoli (ma viene anche il sospetto che si tratti di proposte). Appare come un misto tra un linguaggio infantile e qualcosa di esotico, forse di africano ("Zilte" potrebbe stare per Sirte e Nella aveva origini, dal lato materno, eritree). Finisce un po' col ricordare quelle lingue che nei fumetti degli anni Trenta venivano messe in bocca ai "selvaggi buoni" o ai bambini; di tali lingue cerca di conservare il tipico oscillare nella resa della singola parola e un po' di sgrammaticature ("lasciatemi praticare un accomodamento del mio cristallino grammaticale" commenterà Caccioppoli passando all'italiano nella lettera del 20 gennaio 1931)²⁰.

Alcune caratteristiche (o "preziosità", per dirla con Caccioppoli) appaiono subito. Ancora una volta si ha depalatalizzazione: la nasale palatale *gn* di *gnomo* va nella nasale alveolare *n*, la laterale palatale del nesso *gl* di "gli" si trasforma nella laterale alveolare *l*. Vi sono, questa volta, fenomeni di desonorizzazione: la fricativa sonora *v* e l'occlusiva dentale sonora *d* tendono ad andare nelle corrispondenti sorde *f* e *t*. L'occlusiva velare sorda *c* tende a divenire la corrispondente alveolare *t*, la vibrante alveolare *r* va nella corrispondente laterale *l*. La *g* affricata postalveolare sonora di "giallo" si trasforma nell'alveolare sonora corrispondente *z* di "zibetto"; la *c* affricata postalveolare sorda di "cena" diviene la fricativa alveolare sorda *s*; analogo esito ha l'affricata alveolare sorda *z*; questo suono *s* cade dinanzi alla occlusiva *p*; dinanzi all'occlusiva *c* cade se in posizione iniziale, la fa geminare in posizione interna; dinanzi alla *t* dà luogo congiuntamente a questa al suono affricato sordo *z* e analogo esito ha se in posizione iniziale... Si ha dunque un generale cambiamento del luogo di articolazione delle consonanti che sembra tendere a spostarsi in avanti.

²⁰ Dietro l'idea della costruzione di questa lingua si può sospettare qualche influenza delle avanguardie, in particolare del futurismo e del dadaismo; tuttavia per il momento non vi sono indizi significativi che convalidino questa suggestione.

1.3. I criteri di edizione e l'orizzonte temporale delle lettere padovane.

Data l'attenzione che Caccioppoli pone ai fenomeni linguistici è sembrato inevitabile cercare di rendere con la massima fedeltà possibile quanto da lui scritto. Si è dunque rinunciato a sciogliere le abbreviazioni e alla consueta normalizzazione della punteggiatura e dei capoversi: si ritroveranno ad esempio i suoi usi di non andare a capo dopo la formula di saluto iniziale, di utilizzare, talora, un trattino orizzontale dopo la virgola e dopo il punto e virgola, di far preceder alla *e* coordinante due periodi una virgola, come peraltro comune nell'italiano degli anni Trenta. I periodi vengono conclusi spesso con un trattino orizzontale di lunghezza variabile, che si è reso, assimilandolo con un po' di arbitrarietà e a seconda della lunghezza, talora col punto talora col trattino orizzontale.

La successione temporale delle lettere segue naturalmente quelle delle assenze di Caccioppoli da Napoli. Parte per Padova, dopo le vacanze di Natale del Trenta, agli inizi di gennaio del Trentuno e ben tre lettere risalgono a quel mese, forse le più interessanti. Ad aprile vengono spedite una lettera conservata ed una al momento non ritrovata, alla quale fa cenno Maria in una sua minuta. Il dieci maggio Maria lamenta il silenzio di Renato e il giorno dopo si lamenta con energia della durezza, con la quale Renato la tratta in una lettera evidentemente appena arrivata, che non è stata ritrovata. Caccioppoli ritorna a Padova a luglio, forse per gli esami, e invia ancora almeno due lettere. Ad ottobre, dopo la pausa estiva, risale a Padova e subito lo raggiunge una lettera, perduta, di Maria: la risposta si è conservata frammentaria.

Dopo una lettera del gennaio Trentadue, Caccioppoli probabilmente tace per un po' e se ne scusa nell'aprile. È molto probabile che sia rimasto piuttosto a lungo a Napoli per la pausa estiva: la corrispondenza riprende con tre lettere fra novembre e dicembre.

Un'altra lettera è del febbraio Trentatrè, poco dopo le vacanze natalizie. Vi è poi un momento di freddezza e Caccioppoli tenta un riavvicinamento scrivendo a dicembre.

Nel Trentaquattro si hanno due lettere a giugno e una ad ottobre, ma ormai Caccioppoli è sul punto di ritornare a Napoli.

2. LE LETTERE.

Lettera n. 1, Renato Caccioppoli a Maria Del Re.

Padova 14-1- 1931²¹

Cara amica, non che venirmi incontro, mi avete preceduto. Trattenuto qualche ora a Roma ho dovuto modificare il mio orario, e non sono giunto qui dopo un viaggio piacevolmente “scombinato” che lunedì mattina. Così al mio primo contatto con la mia nuova vita, entrando all’università, ho ricevuto il vostro messaggio, e mi sono detto che se il mondo è forse più piccolo di quanto non si creda, il cuore umano è certo più grande di quanto si spera. (vedete come anch’io so essere gentile?).

Ho detto <<la mia nuova vita>>, – ma in verità non mi sono ancora definitivamente reso conto di quello che essa mi riserbi, e perciò non vi scrivo che in via provvisoria, rimandando ad un’altra volta notizie sicure –

Le prime che posso dare saranno già rassicuranti: tutto l’ambiente, hotel, restaurant, caffè²², seminario²³ respira tranquillità, agio, comfort, ed inviterebbe alla normalizzazione se non suggerisse, insieme e per contrasto, qualche clamorosa stramberia (che non farò, state tranquilla). Gli studenti non mi hanno ancora fischiato, ma ho fatto una sola lezione ed il primo atto di una commedia non si fischia mai. I colleghi sono, più che cordiali, affettuosi, e qualcuno si è già lasciato andare a darmi del ragazzino, cosa che non potete immaginare quanto piacere abbia fatto al vecchio cadente che mi sento purtroppo, a dispetto dello stato civile.

A proposito di vecchio, ho da dire una cosa a Nella, cui scrivo qui stesso, ma in una lingua che non si presta a dire alcunché di ragionevole: tutto quello che può scrivermi mi fa tanto tanto piacere, ma non vorrei in alcun modo che lei dovesse mettersi in ispese per me (spero di spiegarmi: se scrive

²¹ La lettera è scritta su carta pregiata grigioazzurina.

²² Caccioppoli alloggiava, come si evince da altre lettere, al Leon Bianco, situato poco lontano dalla sede dell’università, e frequentava il celebre e storico caffè padovano Pedrocchi, anch’esso poco distante.

²³ Il riferimento è al seminario matematico dell’università di Padova.

malvolentieri, se ha cioè l'idiosincrasia epistolare, che, essendo generale, non può essere offensivo per alcuno – (l'ho un po' anch'io, per pigrizia, e l'avete voi, come mi dite per modestia). Le cosiddette <<due parole>>, spesso e sopra tutto da giovani a vecchi, sono una corvée. Sicché quando mo scrivete, se Nella non ha voglia, sappia che è già eloquentissima una firma, quando può scegliersi tra queste: Nella, Nea, Neussa, Blutussa, 4 λ (o λ4, non ricordo bene), + ...

Ho qualche dubbio, che credo però infondato, sul vostro indirizzo. Correggetemi se v'è qualche errore, – che tanto la lettera saprà cercarvi raggiungervi in ogni caso con l'impulso che le do (vedete come ecc. ecc.) – Salutate per me vostra madre²⁴ ed Elisa²⁵. A voi i saluti più affettuosi del vostro

Renato Caccioppoli

Cara Nea, ti clivo col latte e tafè visino (molto latte e non tloppo tafè, ziusto il tollore della nipotina). Fuori la nefè cate, ma io zò taldo e tomodo, – zolo ogni tanto mi passo il mano nei tapelli, così pel distlassione. Non cledo te avlò da telegrafale; – l'ultimo neonato l'ho manziato a Bolonia, ma era nezessalio pettè ho dovuto apettare il tleno due ole della notte.

Dunque zio zà bene e così pela di te; ma è pule sazzio e così di te non pela affatto. Fanne di tutti i tololi, Neussa, zalta, balla, tanta (se vuoi tantà), fuma zelle, fuma pipa, fa labbiale Maliassa²⁶, e quando zai con la nota

²⁴ Il nome della madre della Del Re era Francesca Tommasini.

²⁵ Quasi certamente si tratta di Elisa Tommasini, sorella di Nella.

²⁶ Il nomignolo "Mariassa" con il quale Caccioppoli si rivolge alla Del Re evoca il nomignolo "Marussia" con il quale veniva comunemente chiamata la zia di Renato, Maria Bakunin, docente di chimica alla scuola di ingegneria e all'università di Napoli, figura, a detta di vari testimoni, molto presente nella vita del nipote.

ple Giudicata fa venire il finimondo davanti alla porta di Tolussi²⁷, e pule davanti a quella di Pacalotto²⁸ (di fronte), – e quando fai (cioè vai) nell’alta

società, con vezzito bianco, losa lossa e mattia nela “gambitta” e di quella coscia che zai²⁹.

Tante cose affettuosissime dal tuo vecchio zio

Lettera n. 2, Renato Caccioppoli a Maria Del Re.

Padofa, 20-1- 1931³⁰

Tala Blutussa, glassie pella lettera, te mi è allivata plopplio in un momento oppoltuno, te zavo buietto e mi zono zubito littialato. L’oltogliafia ela zupenda e io dipelo di potele allivale mai a tanta pelfessione.

Zalutami Ata³¹, Battizza, Zofà e tutti li altli (bei)mobili della tua gombania³². Zaluta pule Zanfelisie , e Nitola ze zi fa fetele. A Beliassi³³ devo, pozzo e folio clivele.

²⁷ Molto probabilmente il riferimento è ad Antonio Colucci; fu professore all’Accademia Aeronautica di Napoli e incaricato all’ateneo napoletano. Nel 1931 era assistente di Pascal nel gabinetto di analisi algebrica e libero docente alla facoltà di scienze di Napoli; nel 1932 divenne anche professore incaricato di calcolo infinitesimale (cfr. gli annuari dell’università di Napoli relativi a tali anni).

²⁸ Molto probabilmente si tratta di Ernesto Pascal (Napoli, 1865-Napoli, 1940); fu professore di calcolo infinitesimale a Pavia e Napoli (cfr.[Picone]) e relatore della tesi di Caccioppoli.

²⁹ Diamo qui di seguito la versione in italiano corrente della lettera (i termini di interpretazione dubbia sono riportati non modificati e sottolineati).

“Cara Nea, ti scrivo col latte e caffè vicino (molto latte e non troppo caffè giusto il colore della nipotina). Fuori la neve cade, ma io sto caldo e comodo,- solo ogni mi passo la mano nei capelli , così per distrazione. Non credo che avrò da telegrafare; - l’ultimo neonato l’ho mangiato a Bologna, ma era necessario perché ho dovuto aspettare il treno per due ore di notte. Dunque zio sta bene e così spera di te, ma pure è sazio e così di te non spera affatto. Fanne di tutti i colori, Neussa, salta, balla, canta (se vuoi cantare), fuma zelle, fuma la pipa, fa arrabbiare Mariassa, e quando stai con la nota pregiudicata fa succedere il finimondo davanti alla porta di Colucci, e pure davanti a quella di Pascal (di fronte), - e quando vai nell’alta società, col vestito bianco, rosa rossa e macchia <<gambitta>> e di quella cosa che sai.”

³⁰ La lettera è scritta su carta pregiata grigioazzurrina.

Mi piase te ziochi a zette (mamao³⁴) tantoni, ma non tlaculale il galsio, e ze una palla aliva zulla cossia di Pitetto³⁵ o zul berio di Patalotto³⁶ feti come limbalselà.

Altte lattomandasioni: tila ogni tanto la balba al ptofesciol Del Pezzo, e falli tuello intino te piase tanto a Maliassa.

In te labolatolio fai (vai)? Non ti ziupale la zalute.

Io fassio tutto tome hai dippozzo, e manzio molto. Pelò non cacco mai e tuezzo è un glafe intonfeniente, te mi dà una zentunesima lasione di limpianzele Maliassa.

Né cato pel izzlada, tuelle zele te zilo al buio e nella nebbia fitta fitta, te tu non fetelezzi la punta del tuo nazino. Pelò lincaso zemple pel mezzanotte, – e zolo in tuezzi ziolni mi plendelò un pittolo pelmesso (pell'una) e andelò all'Opela.

Ho zaputo te zeì zata a Mondlagone. Te vezzito poltavi? Zi dofefano zale molte mi tonosienze piuttosto “vezzosette”. Ti zeì tompoltata tome in tuel tale zonio? Ela una bella ottasione ...

³¹ Ada ritorna ancora in varie lettere di Caccioppoli: 26 aprile 1931, 18 ottobre[1931?], 7dicembre 1933. Da quest'ultima si comprende che deve essersi laureata forse nel 1933. Gli annuari universitari napoletani riportano due Ade laureate nella sessione autunnale dell'anno 1932-1933 e nell'anno accademico 1933-1934, cumulativamente: una è Ada De Martino, in chimica con una tesi dal titolo *Microanalisi del carbonio e dell'idrogeno*, l'altra è Ada Cuomo, in matematica con una tesi dal titolo *Sul calcolo delle differenze finite*. Riportano ancora due altre Ade laureate fra il primo ottobre 1932 e il 30 settembre 1933: si tratta di Ada Sanna, in lettere con una tesi dal titolo *La leggenda del Tannhaeuser*, e di Ada Mastropaolo, in filosofia con una tesi dal titolo *Teoria dello stato secondo Kant*. Viene la tentazione di identificarla con l'Ada matematica, tenendo anche conto che casa Del Re era frequentata da varie studentesse di questa disciplina.

³² Forse mellio tompania- ? (*nota di Caccioppoli*).

³³ Si tratta di Alfonso Belliazzi custode dell'istituto di antropologia dell'università di Napoli.

³⁴ Potrebbe essere una deformazione di “maramao”.

³⁵ Si tratta probabilmente di Mauro Picone, (Palermo, 1885- Roma, 1977) che fu professore di analisi matematica a Cagliari, Catania, Pisa, Napoli, di analisi superiore a Roma e fu il creatore dell'Istituto Italiano per le Applicazioni del Calcolo (cfr. Dizionario Biografico degli Italiani, voce senza indicazione dell'autore). Fu maestro di Caccioppoli. Durante gli anni della corrispondenza padovana tra la Del Re e Caccioppoli passò dall'università di Napoli a quella romana.

³⁶ Si tratta probabilmente ancora di Ernesto Pascal.

Tuando ti tapita di clivelmi (zemple te hai folia – feti te ti difendo pule da lontano) collezimi li elloli, te ze ne zalanno. Intanto za zana, tala Neussa, e fifi bene. Ti ablassia, ze pelmetti il tuo vecchio

Zio³⁷.

Cara amica, lasciatemi praticare dapprima un accomodamento del mio cristallino grammaticale.

Mi chiedete notizie non solo, ma anche buone. Prendo atto, e se ve ne saranno di cattive, mi asterrò dal comunicarvele; – ma non v'è troppo da contarci. In verità non vi sono notizie di sorta, e tutto procede secondo quella cosa profondamente scoraggiante che si chiama l'“ordine naturale”, e che riaccosta la nostra vita ad un problema di meccanica analitica con dati iniziali prefissati, e fa sì che allo studio dell'animale sociale possano applicarsi metodi simili a quelli di Volterra³⁸ in quella famosa memoria di biologia matematica, detta dei pesci grossi e pesci piccoli. Il bello si è che io, che sono pesce piccolo, debbo fingere qui il pesce grosso e da anguilla

³⁷ Diamo qui di seguito la versione in italiano corrente della lettera.

“Cara Blutussa, grazie per la lettera, che mi è arrivata proprio in un momento opportuno, che stavo rabbuiato e mi sono subito rischiarato. L'ortografia era stupenda e io dispero di arrivare a tanta perfezione. Salutami Ada, Battista, Sofà e tutti gli altri (bei) mobili della tua compagnia, Salutami pure Sanfelice, e Nicola se si fa vedere. A Belliazzi credo, posso e voglio scrivere. Mi piace che giochi a sette (mamao) cantoni, ma non trascurare il calcio, e se una palla arriva sulla coscia di Pichetto o sul serio di Pascal vedi come rimbalzerà. Altre raccomandazioni: tira ogni tanto la barba al professor Del Pezzo, e fagli quell'inchino che piace tanto a Maliassa. In che laboratorio vai? Non ti sciupare la salute. Io faccio tutto come hai disposto, e mangio molto. Però non caccio mai, e questo è un grave inconveniente, che mi dà una centunesima ragione di rimpiangere Maliassa. Né cado per istrada, quelle sere che giro al buio e nella nebbia fitta fitta, che tu non vedresti la punta del tuo nasino. Però rincaso sempre per mezzanotte - e solo in questi giorni mi prenderò un piccolo permesso (per l'una) e andrò all'Opera. Ho saputo che sei stata a Mondragone. Che vestito portavi? Ci dovevano stare molte mie conoscenze piuttosto <<vezzosette>>. Ti sei comportata come in quel tal giorno? Era una bella occasione. Quando ti capita di scrivermi (sempre se hai voglia - vedi che ti difendo pure da lontano) correggimi gli errori se ce ne saranno. Intanto sta sana, cara Neussa, e vivi bene. Ti abbraccio, se permetti, il tuo vecchio Zio.”

³⁸ Vito Volterra (Ancona, 1860-Roma, 1940); fu professore di meccanica razionale a Pisa, Torino, Roma e senatore del Regno. Rifiutò il giuramento di fedeltà richiesto dal regime fascista (cfr. [Somigliana 1942]). Il riferimento è ai celebri studi che Volterra condusse a partire dagli anni Venti del Novecento sulla competizione tra specie marine per la sopravvivenza e molto probabilmente, in maniera più specifica, a [Volterra 1927].

gonfiarmi ... davanti ai merluzzi del primo anno ed ai baccalari (donne sopra tutto) del terzo.

Che fa quel pesce luna del mio maestro³⁹? Continua a fare l'occhio di triglia agli scorfani? Ed a velare ogni sera il suo tiepido acquario segreto?

E quel luccio di Colucci, continua a gonfiare minacciosamente le branchie davanti alla mia nipotina⁴⁰ che ha della trota, della murena e della torpedine?

Vedo che non sono serio ma a che pro dirvi che mi corico presto, mi alzo tardi, faccio lezione, cioè dico cose cui non credo a gente che non le capisce, il pomeriggio, e la sera incontro al restaurant Tonolo⁴¹, che è quasi la mia sola compagnia, il buon Tonolo che rallegra la mia cena con l'inesauribile suo repertorio di storielle folichonnes⁴² e di oscenità veramente universitarie? Insomma che vivo da idiota? – ma questa forse è una buona notizia.

Vi saluto affettuosamente e voi salutate per me vostra madre ed Elisa.

Lettera n. 3, Renato Caccioppoli a Maria Del Re.

Padova 30-I-31⁴³

Cara e buona amica, la vostra massima <<un uomo ha i sembianti che vuole>> è bella nella sua forma ellittica, ma disgraziatamente, al pari di tanti teoremi ipotetici bellissimi alla formulazione, non solo non è vera, ma non ha senso – Dimostrazione: quello che motiva il volere una cosa anziché un'altra è appunto un desiderio, un'intenzione, una tendenza, chiamatela come volete, ma insomma un sentimento, dimodochè i sentimenti, nell'accezione completa, sono alla base di tutto – Ed eccovi colta in errore, senza nemmeno dover porre il problema se io sia un uomo o non.

³⁹ Il riferimento è ancora a Mauro Picone (Palermo, 1885 - Roma, 1977) che effettivamente con la maturità aveva acquisito un aspetto un po' rotondeggiante.

⁴⁰ Si tratta chiaramente di Nella Tommasini. I tre pesci, molto diversi tra di loro, scelti per rappresentarla evocano evidentemente i suoi diversi comportamenti.

⁴¹ Angelo Alessandro Tonolo (Casale su Sile, 1885-Padova, 1962); fu professore di analisi matematica, algebrica e infinitesimale a Padova (cfr. Dizionario Biografico degli Italiani, voce senza indicazione del curatore).

⁴² Si tratta naturalmente di storielle "allegre".

⁴³ La lettera è scritta su carta pregiata grigioazzurra.

Riprova: Se io dico <<voglio la tal cosa>>, voi potete legittimamente chiedermi <<Perché?>> (e lo fate tante volte). Come potrei rispondere, altro che invocando un qualche sentimento?

Esempi: Il vostro teorema avrebbe conseguenze come queste – <<Se io volessi amare E.M., la amerei>> – <<Se Nella volesse ballare col Narvo della Rica, ballerebbe con piacere>> – <<Se voi voleste trovare gusto ai calcoli numerici da **Pe**⁴⁴ alle 6 di sera (**Pe** accetterebbe con entusiasmo) ci trovereste gusto >>. È vero che il vostro aforisma è formulato per soli uomini; **ma voi altre donne** fate oggi così spesso pompa di fermezza, coscienza, propositi virili!

Dimostrazione sopra un caso particolare: che un uomo voglia amare una donna (amarla, e non già corteggiarla per ambizione, sedurla per scommessa o sposarla per calcolo) è segno evidentissimo che egli l'ama già.

Vedete dunque che dieci anni di insegnamento scientifico, e venti lavori di geometria sintetica non vi hanno ancora abituata al pensiero logico.

Ma non importa; la vostra massima può rendersi esatta correggendola come segue: <<Un uomo ha i sentimenti che vogliono i suoi amici>>. Ragion per cui, volendomi voi esultante, io esulto. Non diversamente, se io volessi voi con una bella barba fluente, voi non esitereste un attimo a lasciarvela crescere.

Basta per questa sera. Ci rivedremo alla fine della settimana ventura, o pure Lunedì 9. Si congeda intanto molto affettuosamente da voi il vostro

Renato C –

Tala Neussa, glassie delle buone palole, tloppe pel me tloppo millioli di me. Non disubbidilò più, e tuessa sela ho manziato, con tutto te zamattina afefo inzielito zelte zeppie più nele dei tuoi capelli, ton polenta, il tutto così petante te mi afefa fatto caccale lo zomaco sul berio dalla palte di dentro, – e te il mio collega, te afefa manziato la zessa coscia, zasera non siè fitato e ha digiunato. Tamelli⁴⁵ pelò debbo fumale pel folsa, te qua non zi trovano zelle. Ola te tolno, le liplenderò e fumeremo a molte. Non zono mai tloppo pettinato, ci ho la fila zemple un po' zolta, – pelò ho osservato te qui peldo meno capelli, Tome zi piega? Ma io me ne stlopissio e plefelicco che cacchino.

⁴⁴ Il riferimento potrebbe essere a Pasquale del Pezzo.

⁴⁵ Il riferimento sembra essere alla marca di sigarette Camel, che in dialetto napoletano venivano chiamate "camele".

Addio Nea. Zi lallegra tanto di litlovalti plesso

Il tuo vettio zio.

P.S. Di a Maliassa te qui ho trovato da caccale senza olio di lisino. E te zono zato caccato dal profesciole di Mettanica Lassionale⁴⁶.

Lettera n. 4, Renato Caccioppoli a Maria Del Re.

Padova, 26 IV 1931⁴⁷

Cara amica, perdonatemi la mia scarsa puntualità, ma ormai non risiedo quasi più a Padova, dove lascio ammucchiare le feste e la corrispondenza. Se, come conto, chiuderò la stagione a metà maggio, non ci vorrà meno della mia leggendaria (in buona parte d'altronde immaginaria) sfacciataggine per presentare in segreteria il magrissimo bilancio delle mie lezioni. Tanto peggio, ve n'è sempre più di quello per cui sono pagato, e non è colpa mia, tranne forse di complicità morale, se il destino ha attribuito quest'anno tutte le feste isolate ai miei unici giorni di lezione.

Preferisco non darvi "notizie dettagliate" del mio soggiorno a Milano, per non vedermi arrivare una lettera di quei rimproveri la cui efficacia sarebbe peraltro molto diminuita dalla mancanza della voce, del gesto, dell'«O»>>.

⁴⁶ Non è da escludere che Caccioppoli, approfittando della sua giovane età e del suo aspetto un po' trasandato, si fosse presentato, a fini scherzosi sotto le mentite spoglie di uno studente a qualche lezione di Meccanica Razionale.

Diamo inoltre qui di seguito la versione in italiano corrente della lettera (le parole di dubbia interpretazione sono riportate immutate e sottolineate).

“Cara Neussa, grazie delle buone parole, troppe per me e troppo migliori di me. Non Disubbidirò più, e questa sera ho mangiato, con tutto che stamattina avevo ingerito certe seppie più nere dei tuoi capelli, con polenta, il tutto così pesante che mi aveva fatto cascare lo stomaco sul serio dalla parte di dentro, - e che il mio collega che aveva mangiato la stessa cosa stasera non si è fidato e ha digiunato. Camel però debbo fumarle per forza, che qua non si trovano zelle. Ora che torno, le riprenderò e fumeremo a morte. Non sono mai troppo pettinato, ho la fila sempre un po' sciolta, - però ho osservato che qui perdo meno capelli - Come si spiega? Ma io me ne stropiccio e preferisco che caschino. Addio, Nea. Sii allegra di ritrovarti presto il tuo vecchio zio.

P.S. Di a Mariassa che qui ho trovato da cacciare senza olio di ricino - E che sono stato cacciato dal professore di Meccanica Razionale.”

⁴⁷ La lettera è scritta su carta pregiata grigioazzurra.

e soprattutto dell' ultraripetizione, dato che non sarei costretto a rileggerla. Le darò a Nella in latino.

D'altronde questo vi rassicuri: che a Padova non sfuggo alla più rigorosa <<normalità>>, che non vi sfuggirebbe nemmeno chi avesse il decuplo delle mie iniziative, con altrettante cattive intenzioni, – che dormo per noia, mangio per inerzia, e che per disperazione finirò col recitare ogni giorno il rosario, assicurandomi così anche nell'oltretomba un paradiso di normalità.

Vi saluto affettuosamente il vostro

Renato Caccioppoli

Cara Potassula,

avunculus tuus, inter luces civitatis charlotti⁴⁸ more parum cenatus, minus alloggiatus atque sfessatissimus in Aquilam Nigram⁴⁹ revertus, epistulam vestram cum summa laetitia reinvenit.

Canem deploro amicae **tuae**, tamen bui eius praecipue me miseret, et puto Battistae crassitudinem **Atam cupituram esse**.

Nesciebam humanum corporem pallas sex habere. Me miserum! Qui superiores parvas, inferiores minimas atque anteriores nullas è mellio te la pianto, tanto peltè non dile nella lingua della Zilte tuello te non dolevi falti zapele, e fale tuezza fatica, vizzo te il latino lo tapissi lo zesso? Addio Neussa, zalutami ata. Vale, et ambula lento pede, ut investmentum non facias.

Magister Renatus⁵⁰

⁴⁸ Il riferimento sembra essere al celebre film di Charlie Chaplin *Luci della città* che apparve nel 1931 e che non era certamente sfuggito ad un appassionato di cinema come Caccioppoli.

⁴⁹ Probabilmente ci si trova di fronte ad un gioco di parole: l'albergo presso il quale alloggiava Caccioppoli era il Leon Bianco, che potrebbe essersi trasformato in "aquila nigra".

⁵⁰ Diamo qui di seguito la versione in italiano corrente della lettera.

“Cara Potassula, tuo zio, avendo poco mangiato secondo il solito tra le luci della città di Charlot, ancor meno alloggiato e ritornato sfessatissimo all'Aquila Nera, trova la vostra lettera con somma letizia. Piango il cane della tua amica, tuttavia principalmente ho compassione del suo buio [*forse* “tristezza”, *n. dei c.*] e ritengo che Ada desidererà la grassezza di Battista.

Lettera n. 5, Renato Caccioppoli a Maria Del Re.Padova, 15 luglio 1931⁵¹

Considerevole Collega e <<tlasculabile>> nipote, il vostro malumore contro i miei esami di laurea ha certamente avuto un'occulta influenza maligna sul mio viaggio, Doveva essere stregato il vagone in cui, salito a Napoli, mi sono svegliato nel cuore della notte a...Livorno. Così mi fossi ritrovato, poiché ci stavo, a Parigi o a Istanbul. Ma il diavolo non fa le cose che a metà...Così, dopo aver arrancato una notte alla caccia di certi trenini anonimi, sono finito, com'era fatale, in questo buco, che ha dell'inferno per il calore e del limbo per la stupidità, – e dal cui profondo **clamo**⁵² verso quell'altro buco, la <<Proiettiva>>⁵³, cui almeno qualcosa del Paradiso è conferito dai vostri occhi (quelle delicatesse!) e del Purgatorio dalle indimenticabili partite a **scacchi**.

Non inviatemi parole di conforto – sono così intrattabile che a dare uno sbuiassone a qualcuno (o a qualcuna) ci rovinerei la – splancnologia⁵⁴ – A proposito quella di Nella a che punto sta? Povera figlia! Non me la costringa Maliassa a scrivere, né a scrivere mostrando di non essere stata costretta a scrivere, né a mostrare che non è costretta, ecc. ecc. (sono un po' diffidente dopo di aver collaborato a quella famosa lettera censurata).

Vogliatemi bene e (per Maliassa) *non allucate*⁵⁵.

Renato

Non sapevo che il corpo umano avesse sei palle. Me misero! Io che ho le superiori piccole, le inferiori minime e le anteriori nulle è meglio che la pianto, tanto perché non dire nella lingua della Sirte quello che non dovrei farti sapere, e fare questa fatica, visto che il latino lo capisci lo stesso? Addio Neussa, salutami Ada. Stammi bene e non correre per non investire qualcuno.”

⁵¹ La lettera è scritta su carta pregiata grigioazzurrina.

⁵² Il termine latino evoca una evidente reminiscenza biblica.

⁵³ Il riferimento è al gabinetto di geometria proiettiva frequentato dalla Del Re.

⁵⁴ La splancnologia consiste, come noto, nello studio degli apparati digerente, respiratorio e urogenitale. Evidentemente Nella doveva in quel periodo star affrontando qualche argomento di anatomia. In effetti era iscritta al corso di laurea in Scienze Naturali che prevedeva al secondo anno insegnamenti di anatomia comparata e anatomia e fisiologia umane. Evidentemente il termine di splancnologia aveva colpito la fantasia di Caccioppoli.

⁵⁵ L'espressione napoletana “allucate” sta per l'italiano “urlate”.

Lettera n. 6, Renato Caccioppoli a Maria Del Re.Padova 22 luglio 1931⁵⁶

Illustre Collega e <<ocula⁵⁷>> nipote, grazie a voi ed a <<Battizza>> della preziosa lettera, – non aggiungo nulla per Cimmino, perché suppongo che a quest’ora sarà partito. Ho constatato con piacere che <<Gianfrancuzzo>> comincia a familiarizzarsi con alcune preziosità della lingua della <<Zilte>>⁵⁸, – mentre che io comincio a dimenticarla, vecchio fossile universitario.

È qui Pagani⁵⁹, che mi ha condotto l’altro ieri ai Colli Euganei, in bicicletta – seduto sul davanti della macchina, di cui una sbarra di ferro faceva aspro governo della parte meno appariscente della mia persona (beninum ammaccavit direbbe Nella). La moglie non si decide a figliare, per quanto abbia una <<pansia>> che Pichetto ne sarebbe totalmente eclissato.

Ma chi ce lo fa fare a quella gente di mettere al mondo dei disgraziati col rischio che vengano al mondo rachitici, idioti, professori di Analisi Algebrica e via dicendo?

Credo che per gli esami di Calcolo troverò qualche altro <<vezzo>> che potrà sostituirmi. Sarei allora lunedì a Napoli dove spero trovarvi ancora. Nell’attesa vi saluta molto <<fetuosamente>> il vostro

Renato Caccioppoli

⁵⁶ La lettera è scritta su carta pregiata grigioazzurrina.

⁵⁷ Nella lingua della Sirte vale l’italiano “oscura”.

⁵⁸ Il nome della lingua potrebbe far riferimento, come già segnalato, alla Sirte e alle origini africane di Nella Tommasini.

⁵⁹ Si tratta probabilmente di Pietro Pagani; fu assistente volontario di Roberto Marcolongo nel gabinetto di meccanica razionale della facoltà di scienze a Napoli dall’anno accademico 1926-1927 all’anno 1930-1931, come riportato nei relativi annuari dell’università partenopea.

Lettera n. 7, Renato Caccioppoli a Maria Del Re.Padova 18 Ottobre⁶⁰

Cara Mariassa, P.O.P.O., e Atina, grazie del vostro premuroso saluto preceduto soltanto da un espresso di mia madre⁶¹, contenente a sua volta una cartolina espresso che ho dovuto rispedire, onusta del prezioso carico delle mie vicende. La più importante era che la gatta della padrona di casa del collega Tonolo aveva fatto P.I.P.I. nel salotto. Ora cosa dirò a voi? Che il cane del mio albergatore ha fatto P.U.P.U. sullo scendiletto del signore che abita la camera sottostante? Questo per dirvi quanto io sia a corto di notizie. Mi riprometto questa settimana di fare il possibile per avere un'altra volta modo di narrarvi qualche cosa di veridico ma interessante: getterò dei cerini accesi sul parquet di legno della Biblioteca del Seminario, lascerò aperto il rubinetto del lavamano, mangerò i funghi al Leon Bianco, parlerò al nuovo manovratore del⁶²

Lettera n. 8, Renato Caccioppoli a Maria Del Re.Padova, 22-I-32⁶³

Cara collega e nefasta creatura (per Nella) avreste ragione di andare in collera (per la collega) o in bestia (per Nella) se io, effettivamente <<occupato>>, anteporessi le ridicole mansioni e le inesistenti responsabilità al piacere di intrattenermi con voi (per la collega), al dovere di sbuiassonare te (per Nella), sia pure per iscritto soltanto, al conforto che m'è in questa vera Cimmer-ia il potermi ricondurre col pensiero entro il cerchio magico della vostra voce flautata (per la collega), dei tuoi urli

⁶⁰ La lettera era conservata all'interno di quella del 22 luglio 1931. Si potrebbe allora ipotizzare che risalga anch'essa al 1931. È scritta su carta pregiata grigioazzurra, come le altre del 1931 (dal gennaio 1932 Caccioppoli utilizzerà carta color avorio).

⁶¹ Il riferimento è a Giulia Sofia Bakunin, madre di Renato Caccioppoli (Orselina, presso Locarno, 1870-Napoli, 1956) (cfr. [Mongillo 2008]).

⁶² La parte rimanente della lettera è andata perduta.

⁶³ La lettera è scritta su carta pregiata color avorio.

infernali (per Nella), e l'evocare i ricordi delle scaccate (per la collega) e dei pernacchi (per Nella) comuni. Ma se io vi dico che non faccio niente, che avete da bofonchiare (per la collega), da squittire (per Nella)? Mi compiacchio che i due professacchiotti⁶⁴ diano grande peto alla loro nuova dignità. Se non ci fossero almeno loro, e chi li prenderebbe allora sul serio? Informateli però che le canzonature (per la collega) ed i meritati <<sberleffi>> (per Nella) sono soltanto differiti.

Intanto qui procuro di tenermi in esercizio.

Un baciamao per Nella [*il termine sottolineato è cancellato, n. dei c.*] la collega ed uno sbuiassone per la collega [*il termine sottolineato è cancellato, n. dei c.*] Nella. Scusate avevo sbagliato.

Renato Caccioppoli

Lettera n. 9, Renato Caccioppoli a Maria Del Re

Padova, li 26 aprile 1932⁶⁵.

Cara Collega, indovino, per quanto mi è dato penetrare la vostra psicologia, che siete, giusta le buone norme dei rapporti veramente amichevoli, furibonda contro di me miserello. Veramente avrei dovuto rispondere in versi a Nella, ma mi è mancata l'ispirazione, dato che sono da alcuni giorni sfortunato come non mai. Sfortunato poi posso davvero dirmi, che mi hanno venduto tutti i leoni, come avrete appreso dai giornali, e non ho avuto il mio (vi prego risparmiarmi su questo punto i tesori della vostra saggezza).

Ho ricevuto i francobolli tubercolotici, ma non valeva la pena di farne giungere sin qui così pochi. Speditemene degli altri, ed io vi manderò un vaglia. Salutatemmi i vari mobili del vostro negozio, i belli ed i brutti (che sarebbero i professacchiotti) ed informatemi del Nulla di Battista, e se ha trovato modo di riempirlo.

Davvero c'è bisogno di chiederlo il nulla? Che altro c'è mai stato così generosamente compartido?

⁶⁴ Caccioppoli potrebbe riferirsi a Scorza e Cimmino, che, un po' più giovani di lui, si avviavano sulla strada dell'insegnamento universitario; il riferimento comunque non è pienamente comprensibile.

⁶⁵ La lettera è scritta su carta pregiata color avorio.

Tante cose affettuose a voi e tante a Popi, che è l'unica bestia che mi rimanga dopo il crollo delle mie ultime speranze (agli uomini, per tacere delle donne, avevo rinunciato da un pezzo)

Con [illeggibile, *n. dei c.*]⁶⁶
Renato Caccioppoli

Lettera n. 10, Renato Caccioppoli a Maria Del Re.

[s.l., ma Padova, *n. dei c.*] 13-XI-32⁶⁷

Cara Collega, grazie a voi, Nella e Ada degli auguri⁶⁸ che ricambio per voi specificandoli conformemente ai vostri desideri – o necessità.

A proposito inviatemi presto notizie.

Dunque per A. l'avete spuntata. Non me ne congratulo affatto.

Affettuosamente

Renato Caccioppoli

Lettera n. 11, Renato Caccioppoli a Maria Del Re.

Padova 19-XI-32⁶⁹

Cara Collega, trovo appena ora parole per ringraziarvi, avendo ingollato l'ultimo boccone. Questi marroni erano se possibile ancora più opimi dei

⁶⁶ Si può intravedere un "affetto".

⁶⁷ Si tratta di una cartolina postale illustrata, che raffigura Il cortile del Sansovino della Regia Università di Padova; peraltro presenta l'intestazione "R. Università degli Studi di Padova".

⁶⁸ Il 12 novembre cade la ricorrenza di San Renato; gli auguri potrebbero essere stati inviati per l'occasione.

⁶⁹ Della lettera si è conservata anche la busta, che porta il seguente indirizzo: Signorina Maria Del Re, Largo Ferrantina 1, Napoli.

precedenti e mi hanno validamente aiutato a sopportare il severo regime che mi impone la mia speciosa concezione dei miei rapporti col mondo esterno.

Prendo atto delle vostre dichiarazioni sul povero Andreoli⁷⁰. Simili reazioni femminili (sta per un'altra parola) sono in una donna conformi a natura, – ma ciò che mi desola è di ritrovarle in uomini con tanto di barba⁷¹.

Spero che vi sarete giovata del rinvio dell'intervento chirurgico per rafforzare la vostra preparazione. Non mancate di informarmi.

Abbiamo avuto ieri l'Inaugurazione⁷², cui sono intervenuto in toga accademica (e tocco). Porterò una volta a Napoli l'indumento – e lo

⁷⁰ Giulio Andreoli (1892-1969), fu professore di analisi a Catania e Napoli. Aderì con entusiasmo al regime fascista e ne fu un importante rappresentante all'interno del mondo universitario. Il secondo titolo d'onore che gli annuari dell'università di Napoli per lui segnalavano era quello di Seniore in servizio permanente della Quinta Legione Universitaria della Milizia Volontaria per la Sicurezza Nazionale (il primo titolo è un titolo militare). Tra gli altri titoli viene riportato anche quello di commissario per la ricostituzione del fascio catanese e membro del direttorio (1927-1929).

Nell'anno accademico 1933-1934, quando Picone si mosse verso l'ateneo romano, egli si trasferì alla facoltà di scienze dell'università di Napoli, ove trovò, quarantenne, cinque colleghi matematici (questo era il numero degli ordinari nel 1933) quattro dei quali molto più anziani di lui e ben tre sui settanta anni. Bruschi dovettero apparire anche i comportamenti del suo assistente, poi professore incaricato, Guido Barba, per il quale l'annuario del 1940-1941 segnala i titoli d'onore “squadrista”, “marcia su Roma”, “sciarpa Littorio”.

Il motivo puntuale della polemica, alla quale si fa cenno nella lettera non è attualmente noto. Caccioppoli, comunque, il 17 marzo 1932 aveva scritto una lettera ad Andreoli di solidarietà pubblicata in [Guerraggio *et al.* 2004] e [Gatto *et al.* 2009]; anche Picone fu coinvolto in essa (cfr. ancora [Guerraggio *et al.* 2004]). Alla luce della lettera del sette dicembre 1933 si può, forse, formulare l'ipotesi che vi sia stato un tentativo da parte dei matematici della facoltà di scienze di non chiamare o ritardare il ritorno di Andreoli a Napoli sulla cattedra lasciata vacante da Picone o quanto meno di farlo coincidere con quello di Caccioppoli, considerato probabilmente più omogeneo all'ambiente, da Padova. Andreoli potrebbe aver mosso amicizie politiche suscitando forti risentimenti. Caccioppoli, valutando anche l'imminenza del ritiro dall'insegnamento di del Pezzo e dunque il fatto che entrambi avevano la possibilità di un rapido ritorno a Napoli, avrebbe allora preferito attenuare il conflitto, consentendo prima il ritorno di Andreoli.; egli ritornò in effetti l'anno accademico seguente.

Per qualche altra notizia sui rapporti tra Caccioppoli e Andreoli e sui procedimenti di epurazione e di riammissione in servizio, subiti da Andreoli alla caduta del Fascismo si può consultare [Borrelli *et al.* 2002].

⁷¹ Tra gli uomini “con tanto di barba” è difficile non immaginare Pasquale del Pezzo, la cui barba Caccioppoli aveva in altra lettera invitato Nella a tirare.

⁷² È evidentemente l'inaugurazione del nuovo anno accademico.

mostrerò a Nella, se saprà nel frattempo prepararsi dei pernacchi che ne siano degni.

Affettuosa [mente, *n. dei c.*] vostro
Renato Caccioppoli

Lettera n. 12, Renato Caccioppoli a Maria Del Re.

Padova 3-12-32⁷³

Cara Mariassa, apprendo da mia madre che l'intervento chirurgico è stato indolore ma infruttuoso, – o piuttosto che i vostri giudici, come già quelli di Giovanna d'Arco, vi hanno risparmiato la tortura, ritenendovi già abbastanza compromessa per ascendere il rogo (per voi con la lieve attenuante che era solo in effigie). Scusatemi se la prendo su questo tono, ma si è perché vorrei che anche voi la pigliaste sullo stesso. Avete abbastanza spirito per questo, ed intanto dovrete cominciare col non perdere la buona abitudine di scrivermi. Considerate poi che alla vostra "personalità" – nonché alla vostra vita pratica – la docenza⁷⁴ non era in verità più necessaria che – poniamo – la conferenza "Dello spazio"⁷⁵. Infine, se hanno liquidato il processo in un'unica seduta, dovrebbero restituirvi un bel gruzzolo, e con quello potreste anche offrire un banchetto agli amici... Ora me ne arriva una⁷⁶, ma io lo dico a fin di bene – State dunque di buon animo, e comunque di buono o malanimo, scrivete al vostro

Aff.mo e amicissimo

Renato Caccioppoli

Come sono andati gli esami di Nella? Sta cominciando la tesi di laurea?

⁷³ La lettera è scritta su carta pregiata color avorio.

⁷⁴ Il riferimento sembra essere ad un esame per il conseguimento della libera docenza sostenuto con esito non troppo favorevole alla Del Re. Ci riproverà un paio di anni dopo e chiederà l'intervento di Caccioppoli (si confrontino le lettere del 25 giugno e del 30 ottobre 1934).

⁷⁵ Il riferimento è a una conferenza tenuta dalla Del Re presso l'Accademia Pontaniana di Napoli ([Del Re 1927]).

⁷⁶ *Sc.* "di sgridate" (o molto più probabilmente Caccioppoli aveva in mente il termine napoletano "male parole", cioè impropri).

Lettera n. 13, Renato Caccioppoli a Maria Del Re.Milano 5-II-33⁷⁷

Grazie per l'abbraccio, che contraccambio senza che peraltro occorra qui la raccomandazione di non irsene di capa⁷⁸. Rinunzio ad – approfondire la posizione dei marroni.

Apprendo con piacere che le ragazze fanno uova – ma con sbalordimento perché sin qui l'unica distinzione indubitabile che facevo tra le donne e le galline era che le prime sono vivipare e le seconde ovipare (le tre grazie non si offendano, perché vi sono bellissime galline).

A Milano sono per riposarmi dalle fatiche accademiche, in attesa dell'estremo riposo che mi preparano a Napoli. Tante cose affettuose al pollaio e all'allevatrice⁷⁹. Renato Caccioppoli.

Lettera n. 14, Renato Caccioppoli a Maria Del Re.Padova 7-XII-33⁸⁰

Cara Mariassa, la lunga sospensione dei nostri rapporti fa sorgere in me il desiderio di riprenderli, – se sono ancora in tempo, poiché in voi probabilmente avrà acuitizzato il puntiglio di continuarla indefinitamente.

⁷⁷ Si tratta di una cartolina postale illustrata che raffigura il duomo di Milano. La cartolina, comunque, non presenta annulli postali né indicazione di indirizzo; si deve ritenere di conseguenza o che non sia mai stata spedita e sia stata consegnata, in qualche modo, a mano o che, invece, sia stata inserita in un plico contenente un altro scritto.

⁷⁸ L'espressione napoletana "irsene di capa" equivale all'italiano "montarsi la testa". L'accenno potrebbe riferirsi ad un'offerta mossa a Caccioppoli per un suo ritorno a Napoli, offerta che egli deve aver declinato, almeno per l'anno accademico 1933-1934. La lettera del sette dicembre 1933 fornisce qualche sostegno a queste tesi.

⁷⁹ La lettera è alquanto criptica, ma, alla luce delle altre, si può formulare qualche ipotesi. Si potrebbe pensare alla conclusione degli esami universitari (o al superamento di qualche esame particolarmente ostico) da parte di Nella. La Del Re deve aver dato la notizia a Caccioppoli con un'espressione del tipo "ha finalmente fatto l'uovo".

⁸⁰ La lettera è scritta su carta pregiata color avorio; di essa si è conservata la busta, che porta l'indirizzo: Signorina Maria Del Re, Largo Ferrantina 1, Napoli.

Ma forse vi calunnio... Fatto sta che in tutto questo tempo qualche cosa meritevole di venire comunicata deve pure essere accaduta, per inerte che sia la Vita. Per ciò che mi riguarda sarete certamente già informata, e non dubito mi avrete aspramente biasimato, sfoderando magari all'occasione qualche paragrafo inedito del vostro trattatello *De Amicitia*⁸¹. Ma mettetevi un po' nei miei (alquanto consunti e polverosi dopo sì lunga sottrazione alle cure familiari) panni, e ditevi che per me il ritorno a Napoli sarà definitivo come l'ingresso nel Regno dei cieli. Ed il miglior credente, se può ritardarla – ritardarla soltanto – la sua assunzione nel Seno di Abramo, volete che non lo faccia⁸²?

Si intende che voi potete continuare a darmi torto, – anzi lo dovete, essendo ciò nell'ordine naturale delle nostre...affinità elettive. Intanto ho ricevuto gli applausi degli studenti, le congratulazioni dei camerieri del Pedrocchi, e l'approvazione incondizionata del tabaccaio.

Il barbiere è rimasto indifferente, come era facile prevedere.

Forse resterò qui ancora un paio di settimane prima delle vacanze, – saprete che il Superiore Ministero manifesta quest'anno uno zelo f... (completate come volete, tanto è lo stesso) da far paura.

Se intanto mi scrivete, non mancate di darmi copiosi ragguagli sulla vezzosa Nella, se ha fatto la laurea, se non l'ha fatta, se in questo secondo caso vi siete lasciata prendere dai turchi⁸³, ecc. La vezzosa Adina mi ha mandato una cartolina da Palermo. Che ci sia per l'esame di Stato?

Affettuosamente

Renato Caccioppoli

I miei umili omaggi
al vostro Direttore⁸⁴.

⁸¹ Il riferimento è naturalmente al noto trattatello ciceroniano.

⁸² Come già segnalato in nota alla lettera del cinque febbraio 1933, il riferimento potrebbe essere ad un'offerta mossa a Caccioppoli per un suo ritorno a Napoli nell'anno accademico 1933-1934 e da lui non accettata.

⁸³ Nella conseguì la laurea, con 110 su 110, due giorni dopo la spedizione di questa lettera, il 9 dicembre 1933, discutendo una tesi dal titolo *Sui terreni terziari della Pirenaica con particolare riguardo alle rocce fossilifere raccolte dal professor Cavara* (la notizia appare sull'annuario dell'università di Napoli relativa a quell'anno, la data esatta è tratta da una copia conforme di un attestato di laurea conservato in casa Del Re).

⁸⁴ Si tratta naturalmente di Pasquale del Pezzo, direttore dell'Istituto di Geometria Proiettiva.

Lettera n. 15, Renato Caccioppoli a Maria Del RePadova 7 giugno 1934⁸⁵

Cara Mariassa, dopo la vostra cartolina da Roma attendevo un telegramma che mi avesse annunziato il trionfo delle nostre ragazze, classificate, esaminate, tastate, complimentate e chieste in matrimonio dai membri della commissione⁸⁶. Mi decido ora a solleccitarlo, e colgo l'occasione per informarvi che non sto peggio e che la mia anima non è più in pericolo del solito. Appetito, alimentazione, ricambi, circolazione ormonica normali, almeno per me. Conquiste anch'esse stazionarie. Spero che queste buone notizie varranno a confortarvi della mia assenza, destinata a prolungarsi. Il nostro ineffabile Ministro⁸⁷, così degno per altro di chi comanda (e di chi lo comanda⁸⁸), ci dispensa in qualche modo dalle lezioni, purché la nostra presenza assicuri la continuità della "vita accademica". E così, fra le circolari ministeriali, raddoppiato zelo del nostro pencolante Rettore⁸⁹, i fez (senza giochi di parole) del Senato Accademico, il Guf⁹⁰ che siede in aula magna e i balilla che fanno p.... nel cortile, l'Università è diventata una vera caserma di Courteline⁹¹. Non mancano quindi le gaités⁹² de l'escadron, e però non v'è troppo da lagnarsi ...

⁸⁵ La lettera è scritta su carta pregiata di color avorio.

⁸⁶ Il riferimento potrebbe essere al conseguimento dell'abilitazione all'insegnamento da parte di Nella e di qualche amica.

⁸⁷ Il ministro dell'Educazione Nazionale (questo era il nome che aveva assunto dal 1929 il ministero della Pubblica Istruzione) dell'epoca era Arrigo Solmi (Finale Emilia 1873-Roma, 1944), che ricoprì la carica dal 20 luglio 1932 al 24 gennaio 1935.

⁸⁸ Il riferimento è, naturalmente a Benito Mussolini.

⁸⁹ Si tratta di Carlo Anti (Villafranca di Verona, 1889-Padova, 1961), archeologo.

⁹⁰ Si tratta dei Gruppi Universitari Fascisti, che organizzavano i giovani universitari durante il regime.

⁹¹ Il riferimento è a Georges Victor Marcel Moinaux, noto con lo pseudonimo di Georges Courteline (Tours, 1858-Parigi, 1929), scrittore, poeta drammaturgo autore di satire amare ed esilaranti, tra le quali era celebre *Les gaités de l'escadron* (1886), che qui Caccioppoli cita.

⁹² Caccioppoli cita a memoria e "gaités" diviene "gaités".

Quando tornerò definitivamente a Napoli mi parrà d'essere congedato, e vi manderò una di quelle belle cartoline a colori e sovrimpressioni, che si ammirano nelle mostre dei tabaccai.

Intanto me ne vado su e giù da Venezia dove la biennale porge una nuova interessante documentazione di quella mediocrità universale che è stata eufemisticamente chiamata <<chiarificazione>>⁹³.

Fatemi sapere di voi e delle “jeunes filles en fleur”⁹⁴...Affettuosamente vs
Renato Caccioppoli

Lettera n. 16, Renato Caccioppoli a Maria Del Re.

Padova 25 –VI- 1934

Cara Collega, a cose fatte sono contento anch'io per Nella. Vorrei però una conferma prima di congratularmi ufficialmente. E l'altra⁹⁵?

Se credete che io sia in grado di “aiutarvi efficacemente”, ditemi come.⁹⁶ Per me vedo solo una cosa che potrei fare, parlare a Scorza, e questo farò certamente, ma temo senza grande vantaggio per la causa (che d'altronde non escludo possa essere già vinta). Si è che io manco deplorvolmente di quell'autorità morale che sola dà peso agli argomenti, buoni o cattivi, anzi che non argomenta nemmeno ma dice sì oppure no. Se ne avessi un minimo, di questa specie di magnetismo, credete forse che avreste potuto...iscrivere a v/ credito quelle £ 21 (ventuno)? E non giova ripetermi le solite oziose

⁹³ Il riferimento potrebbe essere al movimento pittorico lombardo detto “chiarismo”, sorto intorno al 1929, che ebbe come esponenti di spicco Lilloni, Spilimbergo e De Amicis e fu sostenuto da Piovene, Borghese e Persico. Uno degli obbiettivi del movimento era appunto “chiarificare”, eliminando le pesantezze che si manifestavano in altre forme di pittura.

⁹⁴ Il riferimento è, quasi certamente, a Nella Tommasini e ad un'altra ragazza per il momento non identificata.

⁹⁵ L'interessamento di Caccioppoli per quest'altra ragazza, per il momento non identificata, appare anche nella lettera del sette giugno 1934. Si potrebbe pensare che si tratti dell'Ada già menzionata in varie lettere (appare per la prima volta in quella del 20 gennaio 1931). Il riferimento sembra comunque volutamente ellittico.

⁹⁶ Gli accenni contenuti in questa lettera e in quella del 30 ottobre 1934 si riferiscono con molta probabilità ad un esame che la Del Re doveva sostenere per ottenere la libera docenza.

considerazioni che so a memoria. Se non mi fossero mancati quei poteri che sarei ora felice di esercitare a pro vostro, le avreste fatte ugualmente, queste considerazioni, ma non avreste agito in conseguenza. Comunque, non voglio lasciare l'argomento senza rinviarvi, per la gratitudine che meritate, alla tribolata Famiglia, – al padre invalido, alla madre mendica, al denutrito fratello, allo zio deceduto, a tutti i miei mortacci, settanta braccia sotto la terra, e alla mia improbabile posterità.

Come vi salta poi in mente di aprirvi a P. e di prendere per buoni i suoi consigli e incoraggiamenti? Ma non capite che se egli vi dà corda, è solo perché ce l'ha con la facoltà di Napoli, che a sua volta ce l'ha con voi, – e magari per il gusto di dire segretamente corna di quel Severi⁹⁷ agli stivali del quale non tralascia occasione di dare il Brill⁹⁸? Gli uomini sono così, lasciatevelo dire alla vostra veneranda età (e P. è ancora migliore di tanti altri) –

Beninteso non voglio affatto scoraggiarvi, e credo anzi che la considerazione delle lodi precedenti, e delle speciali condizioni dei vecchi assistenti, disporrà favolosamente la commissione. Ma vorrei che sapeste ben distinguere il terreno solido dalle sabbie mobili.

Non so ancora quando tornerò a Napoli. Ma quando che sia questa volta cercherò di non essere da meno di Cimmino*

Vostro aff.mo

Renato Caccioppoli

*È lui il “gentile signor Presidente” che si può offrire un biglietto profumato rilegato in un foglio della Bibbia di Borso d'Este⁹⁹, per poi creare con esso, amante cinico ma amico generoso, un minuto di illusione ad un povero Charlot?

⁹⁷ Francesco Severi (Arezzo, 1879-Roma, 1961) fu professore di geometria proiettiva e descrittiva a Parma, Padova e Roma. A Roma coprì anche le cattedre di analisi, geometria algebrica e geometria superiore; fondò l'Istituto di Alta Matematica. Era stato maestro di quel Comessatti, che verrà citato nella lettera del 30 ottobre 1934. La sua autorevolezza, in quel periodo, sia per la valentia scientifica sia per le aderenze politiche, era altissima.

⁹⁸ Il Brill era un noto lucido per scarpe dell'epoca.

⁹⁹ Il riferimento è al celebre codice miniato custodito nella Biblioteca Estense Universitaria a Modena ed eseguito per Borso d'Este, duca di Modena, tra il 1455 e il 1461.

Lettera n. 17, Renato Caccioppoli a Maria Del Re.Padova, li 30 X 1934 ()¹⁰⁰

Cara Mariassa, Comessatti¹⁰¹ non ha ancora ricevuto alcuna partecipazione ufficiale. Peraltro non credo la cosa sia già decisa. Quando lo fosse, informatemi, ed io parlerò come meglio saprò. Inutile, ad acuire la pignoleria dell'uomo, segnalargli dei lavori (ed inopportuno tirare in ballo Severi). Comunque cercate di studiarveli bene.

Per quando dovrebbe essere approssimativamente?

Salutatemmi tanto Nella, ditele che svolgo per Campanile¹⁰² un'attiva propaganda presso i miei illustri e compianti colleghi (veramente, ormai il compianto sono io); e che se confeziona un altro ciambellone non mi dimentichi. Ricordatemi a madre e sorella¹⁰³.

Vostro aff.mo

Renato Caccioppoli

Lettera n. 18, Renato Caccioppoli a Maria Del Re.

Napoli 17 agosto [senza indicazione dell'anno, ma 1940, *n. dei c.*]¹⁰⁴

Cara Maria, ho appreso negli ambienti bene informati del Viale Calascione¹⁰⁵ che voi non sareste ancora completamente rimessa, e che non

¹⁰⁰ La lettera è scritta su carta pregiata color avorio con intestazione "Seminario Matematico, R. Università di Padova". Il luogo, la formula "li" e le parentesi sono prestampate. All'interno delle parentesi andava inserito l'anno dell'era fascista che Caccioppoli omette.

¹⁰¹ Annibale Comessatti (Udine, 1886-Padova, 1945); fu professore di analisi algebrica e geometria analitica a Cagliari e di geometria descrittiva, analitica e proiettiva a Padova (cfr. Dizionario Biografico degli Italiani, voce a cura di N. Janiro).

¹⁰² Dato l'interesse sia di Caccioppoli che della Tommasini per i temi umoristici, potrebbe trattarsi dello scrittore Achille Campanile (Roma, 1900-Lariano presso Velletri, 1977), la cui fama stava allora crescendo.

¹⁰³ Si tratta di Francesca Tommasini e di Angelina Del Re, sorella convivente di Maria.

¹⁰⁴ Della lettera si è conservata la busta. Su di essa si può leggere l'indirizzo apposto da Caccioppoli: signorina Maria Del Re, Genio Civile, Avezzano. Tale indirizzo appare cancellato da mano ignota, presumibilmente di un ufficiale postale, e risulta apposto un nuovo indirizzo Albergo Cavallino Bianco, Ovindoli, con la dizione "proseguire". Sulla stessa busta si può leggere una stampigliatura con la dizione "verificato per censura" ed è apposto un annullo postale con la data 29 agosto 1940.

vi trovereste del tutto bene ad Avezzano. Ho accolto queste voci con riserva, dato che le notizie false da circoli ben informati sono frutto di stagione. Ma se del vero vi fosse, spero questa mia, come si dice nello stile epistolare a me così poco familiare, vi trovi già a Ovindoli, o Scanno, o Roccaraso, o altro <<obbiettivo>> che avrete potuto facilmente riconoscere e raggiungere della vostra nuova <<base>>.

Su questo fronte marittimo, tranne un calore ancora più oppressivo di quello che vi avete lasciato, dei rumori misteriosi, più di spettri che di topi, a palazzo Cellammare¹⁰⁶ (che mi fanno sospettare mentre vi scrivo), e un rabbioso mal di denti di Sarah¹⁰⁷, che in assenza del nostro cavadenti di corte abbiamo dovuto curare con cataplasmi (trasferendoci per l'occasione al viale Calascione, che detiene il primato dei cataplasmi), – purtroppo nulla da segnalare.

Ho ascoltato molto il grammofono, questi ultimi giorni; la bella musica che ho sentito mi ha un poco (appena un poco!) rialzato il m orale.

Datemi ora vostre notizie. E che non siano brevi queste, cioè buone.

Affettuosamente vostro
Renato Caccioppoli
(se non vi offendete)

Lettera n. 19, Renato Caccioppoli a Maria Del Re.

Napoli 15 settembre [senza indicazione dell'anno, ma 1940 *n. dei c.*]¹⁰⁸

Cara Maria, ho telefonato a Nella senza avere risposta e l'indirizzo della vostra cartolina è illeggibile. Mi dispiace che, come temevo, abbiate dovuto

¹⁰⁵ In via Calascione, a Napoli, si trovava la casa di città dei Caccioppoli. Si deve intendere dunque che aveva avuto notizia dall'ambiente familiare.

¹⁰⁶ Il riferimento è all'appartamento che Caccioppoli andò ad occupare dopo il matrimonio nel palazzo Cellammare, a Napoli.

¹⁰⁷ Il riferimento è a Sara Mancuso, moglie di Caccioppoli.

¹⁰⁸ Si tratta di una cartolina postale illustrata che raffigura l'interno del cratere del Vesuvio e risulta indirizzata a Maria De Re, presso Genio Civile, Avezzano. Sull'annullo postale si può leggere la data 17 settembre 1940

lasciare Ovindoli. Anche qui il settembre ha dimenticato di essere un mese estivo, ma io mi consolo pensando che anche il maltempo ha del buono. Comunque Sarah¹⁰⁹ resterà ad Ischia tutto il mese, ed io mi dividerò al solito fra la pesca lì ed il grammofono qui. Affettuosamente vostro

Renato

Lettera n. 20, Renato Caccioppoli a Maria Del Re.

[s.l.,s.d., ma Napoli, *n. dei c.*]¹¹⁰

Cara amica, non trovo in tutta la casa deserta che questo banalissimo cartoncino per scrivervi. La piovra familiare si è ritirata a Capodimonte¹¹¹, e già mi urge il suo tentacolo implacabile, l'automobile. Ma state tranquilla: stasera stesso torno a Napoli, ad immergermi nel tempestoso oceano di stagno di Piedigrotta. Bagno altamente rigeneratore. E questi giorni starò benissimo.

Quanto siete stata buona, davvero cristianamente, con me, credo di rendermene conto soltanto ora. Come chi vede solo gli alberi, e non la foresta in cui si trova denunziavo le vostre querimonie e non sapevo riconoscere la vostra bontà. Perdonatemi: per apprezzare la linea di un paesaggio occorre un certo distacco, come tra Napoli e S. Agata, non è vero?

Salutatemi Nella. Ed abbiatevi tante cose affettuose da quello fra i vostri amici che, per essere il peggiore come uomo non pretende meno (che sfacciato!) di essere il migliore come amico.

¹⁰⁹ Il riferimento è ancora a Sara Mancuso, moglie di Caccioppoli.

¹¹⁰ Il riferimento alla festa di Piedigrotta consente di individuare in Napoli il luogo e agli inizi di un qualche settembre il tempo, nei quali la lettera è stata scritta.

¹¹¹ Il riferimento è all'abitazione della famiglia Caccioppoli a Capodimonte, Dovrebbe trattarsi della villa dell'avvocato Carlo Gambuzzi, dal quale furono allevati i figli del celebre anarchico Michail Bakunin (e dunque la madre di Caccioppoli; sulla questione si veda ad esempio [Mongillo 2008]).

Lettera n. 21, Maria Del Re a Renato Caccioppoli.

A Renato 20-4-31¹¹²

Carissimo amico,

io non ho capito una mezza parola su tutta la filastrocca vostra sull'eternità l'umanità ecc¹¹³.

Sono sorpresa di meraviglia e di stupore osservando che parlando delle vicende della vita adoperiate parole per le quali miglior consiglio è relegarle entro i confini della filosofia e della matematica e non farne alcun uso nel ristretto delle circostanze. Mi reco anche a meraviglia che un uomo come voi così valente nelle nebulose ricerche matematiche in ispecie in quelle dove si nuota negli infiniti e si è soffocati dagli infinitesimi non sospetti che basti una parola qualsiasi ornamentata di un suffisso più o meno negativo e transitivo perché un bel concetto matematico sia definito.

Qui non continuo.

Adesso invece abbiatevi esuberante manifestazione di simpatia, di affetto e di quanto più pretendiate e contenendo il problema della vita nei termini: "mi annoio o mi trastullo, triste o lieto sono" lo si risolva così giorno per giorno ora per ora:

"Chi vuol esser lieto sia
Del doman non v'è certezza"¹¹⁴.

E se per indurvi in letizia quattro versucci da me vergati col cuore vi possano suffragare eccoli. E se almeno un sorriso vi splenderà dalle labbra leggendo il quartuglio di questa mia io ne sarò contenta ed orgogliosa¹¹⁵ – Tanto più che anche a me pare lunghissimo, senza esagerazioni, un intero mese di vostra assenza.

Mi mancate come se foste il pane o meglio l'acqua: indarno vi cerco lamentando "per questo proiettivo istituto".

¹¹² Si tratta di una minuta. È scritta, a matita, su carta intestata "Senato del Regno", probabilmente appartenente a del Pezzo; la frase "A Renato 20-4-1931" è a penna e forse è stata scritta in un secondo momento.

¹¹³ Il riferimento è a qualche lettera di Caccioppoli non conservatasi e cronologicamente compresa nell'intervallo fra le lettere del 30 gennaio 1931 e del 26 aprile dello stesso anno.

¹¹⁴ La citazione è tratta dalla nota poesia *Il trionfo di Bacco e Arianna* Di Lorenzo dei Medici.

¹¹⁵ Sembra qui esservi riferimento ad una poesiola allegata, ma fino ad ora non è stata ritrovata.

Ho sentito una conferenza di Lorenzo Giusso¹¹⁶ dove ha ridotto in brandelli Papini¹¹⁷. Quanto a me pur compiacendomi e ammirando non convengo con lui.

Nella vi scriverà per dire le solite sciocchezze le quali certo vi parranno più fruttuose che le mie serissime parole.

Con una affezione a derivata nulla ma massima tra le massime ed aspettando impazientemente vostra risposta immediata non differita né differenziale.

Saluti affettuosi
Maria Del Re

Lettera n. 22, Maria Del Re a Renato Caccioppoli.

[s.l., ma Napoli, *n. dei c.*]¹¹⁸

Caro Caccioppoli,
non mi avete scritto. Ed io sono impaziente e sospirosa dei vostri caratteri. Si vede che non mi amate. Ed io mi illudevo che sì.

Le illusioni cadono come foglie di autunno.

Che pioggia lenta continua, silenziosa e gelida sulle morte zolle.

Tanta filosofia mi sta per la testa, ma perché ve la scriverei quando non ne fate alcun conto. Scrivete, scrivete, scrivete.

E se avete a sdegno prosa e versi scrivete in musica, eccome, il fondamentale motivo ed io mi commuoverò.

Sto già calcolando e contando i giorni quando vi vedrò di ritorno. Si approssima il 15 maggio che avete previsto al vostro ritorno ed io ho

¹¹⁶ Lorenzo Giusso (Napoli, 1899-Roma, 1957); fu professore incaricato di svariate discipline (filosofia toretica, letteratura italiana, francese, spagnola...) in numerose università italiane e straniere (Cagliari, Bologna, Pisa, Monaco, Nizza, Madrid, Barcellona...) (cfr. Dizionario Biografico degli Italiani, voce a cura di F. Intonti).

¹¹⁷ Giovanni Papini (Firenze, 1881-Firenze, 1957); fu scrittore poeta, studioso di filosofia e religione; fondò le riviste letterarie *Leonardo* e *Lacerba* (cfr. Dizionario Biografico degli Italiani, voce senza indicazione del curatore).

¹¹⁸ Si tratta di una minuta; essa è scritta su carta intestata "Regia Università di Napoli, Istituto di Geometria Proiettiva". Anche in questo caso la lettera della Del Re fa riferimento a qualche lettera di Caccioppoli, andata perduta, posteriore a quella del 26 aprile 1931.

bloccato lo zero al 15 di maggio l'uno al 16 e questi che corrono sono giorni negativi.

Oggi -10 maggio 1931 la vostra affezionatissima amica
Maria Del Re

Lettera n. 23, Maria Del Re a Renato Caccioppoli.

[s.l., ma Napoli, *n. dei c.*]¹¹⁹

11.5.1931

Caro amico ed illustre Collega,
non gradite le mie insistenze ed i miei desideri di ricevere vostre frequenti notizie. Mi volete trattare male, mi scrivete che dovete tenermi in miglior disciplina. Farete come il principe indiano che non discorreva con qualsiasi delle sue mogli se non armato di bambù E bravo! Intanto sono ansiosa del vostro ritorno ed appunto per questo non mi voglio dilungare in scrittura avvegnacchè scorga che voi non volete raccogliere la sfida di tanti bei pensieri scherzosi ed irritanti che mi sopravvengono ed io *pleno corde* vi rimando.

Saluti affettuosi dalla umile collega
ma non più collega Maria del Re.

Lettera n. 24, Maria Del Re a Renato Caccioppoli.

[s.l., s.d., *n. dei c.*]¹²⁰

greche non ricordo) e con un notissimo detto di Orazio credo aver dato fondo a tutto il mio latino.

¹¹⁹ Si tratta di una minuta. Subito dopo la lettera precedente, forse lo stesso 10 maggio 1931, deve essere pervenuta alla Del Re una lettera di Caccioppoli, non conservata, alla quale si fa riferimento.

¹²⁰ Il frammento di minuta (non è stato possibile fino ad ora ritrovare la prima parte) è scritto a matita su un mezzo foglio tipo protocollo. Il destinatario non è indicato esplicitamente, ma il contenuto (i riferimenti a Cimmino e ad una certa neghittosità nel rispondere, tipica di Caccioppoli e già menzionata nell'epistolario) e il tono piuttosto imperioso (anche al quale si fa cenno nell'epistolario) lasciano pensare che si possa trattare proprio di Caccioppoli.

Otto ore settimanali nelle quali imperversate sui vostri poveri alunni sono un nulla rispetto alle quattro e talora cinque ore al giorno che a me incombono nei mesi caldi quando più volentieri starei a svagarmi tra le fresche frasche, come benissimo potrete fare voi. Cimmino arriva sabato e voi quando?

Rispondetemi subito se no al vostro ritorno mi vedrete furibonda.

Lettera n. 25, Gianfranco Cimmino a Maria Del Re.

Cagliari, lunedì 13¹²¹.

Carissima Maria,

Vi ringrazio della lettera e Vi prego di consegnare l'accluso biglietto al "piccolo Franco".

Ho ricevute oggi le parole di Renato, sempre tanto affettuoso con me, che ho molto gradite.

Vi raccomando di non litigare: non è dubbio che vi volete bene, e ciò dovrebbe consentirvi di tollerare reciprocamente i vostri caratteri discordanti.

Quando tornerò, spero ci vedremo spesso, anche in previsione della nostra prossima separazione. Arriverò venerdì prossimo nel pomeriggio.

Scusatemi se sono di poche parole. A voce il resto.

Vi saluto affettuosamente, pregandovi di ricordarmi a Nella e Angelina¹²²

Vostro Gianfranco

3. DIVERTIMENTI POETICI DI RENATO CACCIOPPOLI.

Divertimento n. 1.

Si tratta di una poesiola in 12 quartine di settenari, il secondo dei quali rima col terzo e il quarto è ossitono; per conservare questa caratteristica al

¹²¹ La lettera è su carta intestata "Hotel Moderno, via Roma – Cagliari – (di fronte FF.SS.). Cimmino vinse un concorso di analisi all'università di Cagliari nel 1939 e rimase in quella città per un solo anno. È probabile che la lettera risalga a quel periodo.

¹²² Si tratta della sorella convivente di Maria del Re.

quarto verso Caccioppoli non esita ad effettuare dei troncamenti inusuali (ad esempio tronca “rete”, dopo averla sonorizzata, in “red”). La lingua utilizzata è quella descritta nel secondo paragrafo dell’introduzione. Protagonista (e soggetto dello scherzo) è Gianfranco Cimmino.

La vendetta dell’ aragosda¹²³

Ben endro il mar di berla
Viveva un’ aragosda
Che veniva dalla gosta
I suoi bagni a billiar.

Il besgadore sgaldro
Sulla gosda velliava
E lei dosdo besgava
Grudel!-gon la zua red.

Avvranda e derelida
Gridò l’aragosdedda;
Demi la mia vendetta
Ze non mi lasci andar-

Ze nella rea galdaia
mi mandi a guginare
mi medderò a bussare
gome niun’ aldra mai.

Ma l’ embio besgadore
Sen fege una risada
E lei ven guginada
Dal boia di Ambrosin.

Due zedimane dobo

¹²³ La poesiola è scritta su di un foglio di carta intestata “Regia Università di Napoli, Istituto di Geometria Proiettiva”.

Quel vezzo di Gimino¹²⁴
Invidado ad un veldino
Voleva varvi il grand.

Zi rega da Ambrosini
Ghe visda quela vazia
Gli abbiobba la besdiagia
Già meza pudrefad

I gommenzali adonidi
Non zanno che benzare
Ognuno di bussare
l' altro va sosbedand.

Belliassi sosbedoso
Indorno va viudando
E vra ze borbodando
Ma guesdo è un gimider.

Di Gimino in assenza
Mariassa va le sguse
E gon le nari oggluse
Subblica di mangiar.

Tra fiumi di limone
Sen va gualghe bogone
Ma a Gimin del leone
Rimane la borzione

Dell' aragosda l'anima
Dei besci dall' inverno
Indando ha preso un derno
E ganda in esuldanza!¹²⁵

¹²⁴ Si tratta naturalmente di Gianfranco Cimmino.

¹²⁵ Diamo qui di seguito la versione in italiano corrente della poesiola.

Divertimento n. 2.

Si tratta di una poesiola anche questa in quartine di settenari, dei quali il secondo rima col terzo e il quarto è ossitono. Anche in questo caso vi sono troncamenti arditì e il protagonista è Cimmino, cui tiene però compagnia Scorza, la lingua utilizzata è invece l'italiano.

Viveva un'aragosta
Che veniva alla costa
I suoi bagni a pigliare.

Il pescatore scaltro
Sulla costa vegliava
E lei tosto pescava
Crudel!-con la sua ret.

Affranta e derelitta
Gridò l'aragostetta:
Temi la mia vendetta
Se non mi lasci andar.

Se nella ria caldaia
Mi mandi a cucinare
Mi metterò a puzzare
Come niun'altra mai.

Ma l'empio pescatore
Sen fece una risata
E lei ven cucinando
Dal boia di Ambrosin.

Due settimane dopo
Quel fesso di Cimmino
Invitato ad un festino
Voleva farvi il grand.

Che vista quella faccia
Gli appioppa la bestiaccia
Già mezza putrefatta.

I commensali attoniti
Non sanno che pensare
Ognuno di puzzare
L'altro va sospettando.

Belliazzi sospettoso
Intorno va fiutando
E fra sé borbottando:
Ma questo è un cimiter.

Di Cimmino in assenza
Mariassa fa le scuse
E con le nari occluse
Supplica di mangiar.

Tra fiumi di limone
Sen va qualche boccone
Ma a Cimmin del leone
Rimane la porzione.

Dell'aragosta l'anima
Dei pesci dall'inferno
Intanto ha preso un terno
E canta in esultanza!

Si deve veramente¹²⁶
 In un carne[illeggibile, *n. dei c.*]¹²⁷
 Di come per incanto
 La Maria Battiston¹²⁸

Fece un esame scritto
 Ch'era da sbalordir
 Ma nulla seppe dir
 Poi all'esame oral.

Lo Scorza disse allora.
 Sotto certo c'è uno scoglio
 Tosto sbrogliar lo voglio
 E guai al malfattor!

Il povero Cimmino
 Dal rimorso straziato
 Ha tutto confessato
 E implora il suo perdon.

Ma Scorza furibondo
 Non ne vuol più sapere
 E a calci nel sedere
 Lo insegue per le scal.

Il misero Gianfranco
 Privo degli stipendi

¹²⁶ La poesiola è scritta a matita sull'involucro di spedizione di un fascicolo del Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, indirizzato a Prof. Maria Del Re, Gabinetto di Geometria Proiettiva, R. Università, Napoli. Sull'involucro non vi è annullo postale in quanto la spedizione avviene, come si può leggere su un'etichetta su di esso applicato, in "Conto corrente con la Posta". Sull'etichetta stessa viene individuato il fascicolo con la dizione "Pubblicazione bimestrale 15 giugno 1930-N.3". Sull'involucro è anche annotato a matita da Caccioppoli "Nella Tommasini".

¹²⁷ L'illeggibilità è legata non tanto al fatto che alcune lettere siano incomprensibili quanto al fatto che, scritte a matita, sono completamente svanite.

¹²⁸ Il manoscritto è in questo punto poco leggibile; si potrebbe anche trattare di "Battistin" o anche "Battisti" invece che di "Battiston".

Trascorre in duri stendi
 Gli ultimi tristi di

Mentre lo zio di Nella¹²⁹
 Per falso processato
 In galera è mandato
 Da Rapi ed Erricon.

Divertimento n. 3.

Nel fondo Del Re è conservato, insieme con i due precedenti e unitamente ad essi, un terzo divertimento poetico. È vergato a matita molto frettolosamente su un foglio forse di raccatto di colore rosato; in alcuni punti risulta poco comprensibile. Mentre i primi due sono certamente di mano di Caccioppoli, questo terzo è scritto in una grafia vicina alla sua, ma l'attribuzione rimane piuttosto dubbia

Si tratta di un componimento d'occasione e l'occasione sembra essere stata un banchetto, al quale presumibilmente partecipava un gruppo di soli uomini, piuttosto giovani, salvo uno di età più avanzata che potrebbe essere stato l'anfitrione, forse il festeggiato, e viene indicato come "il signor C.". Data la situazione, il tono è licenzioso e vengono, secondo un modello assai tipico, dileggiate le presunte residue capacità amatorie dell'anziano.

Si tratta di 10 strofe di otto settenari un po' irregolari (si hanno anche degli ottonari e dei senari). Il secondo verso è in rima col quarto, il quinto col settimo, il sesto con l'ottavo (ma anche nella rima vi è qualche irregolarità). Ogni strofa si apre con lo stesso verso: "Viva il signor C.". L'ispirazione è tratta quasi certamente da *La chiocciola* del Giusti.

Ne diamo qui di seguito, a titolo di esempio, l'ultima strofa.

Viva il signor C.
 Al fin tutti godiamo

¹²⁹ Il riferimento, molto probabilmente, è a Caccioppoli stesso, che spesso si presenta come zio di Nella Tommasini: in questo modo, secondo un accorgimento classico firma la composizione. Renato sembra anche voler sottolineare come l'episodio "cantato" sia di pura invenzione.

levando alti i bicchieri in
pro' a lui brindiamo.
Eleggiamolo capo
del convivial concorso
ché d'un convito a capo
spesso si elegge un f...!

REFERENZE BIBLIOGRAFICHE.

La presente bibliografia raccoglie sia articoli e volumi citati nella nota sia contributi dedicati più generalmente a Caccioppoli. Tali contributi vanno ad integrare quelli già segnalati in [Carbone *et al.* 1997]. Non vengono menzionati articoli apparsi su quotidiani o su stampa periodica non specializzata. Per una raccolta di tali materiali si rinvia a [Chiacchio *et al.* 2009]. Va esplicitamente segnalato che molti esponenti della sinistra politica napoletana hanno lasciato dei ricordi di Caccioppoli nei loro libri di memorie (si veda ad esempio [Amendola 1976], [Palermo 1998], [Valenzi 2007] o in interviste sulla stampa o televisive (si veda ad esempio [Chiacchio *et al.* 2009], nel quale vengono ripresi i ricordi di Abdon Alinovi e dell'attuale presidente della Repubblica Giorgio Napolitano; Alinovi peraltro è anche autore della prefazione di [Gramiccia 2004]).

[Alvino *et al.* 1999] Alvino A., Carbone L., Sbordone C., Trombetti G. (curatori): *In ricordo di Renato Caccioppoli*, Giannini Editore, Napoli, 1999.

[Amendola 1976] Amendola G.: *Una scelta di vita*. Rizzoli Editore, Milano, 1976.

[Borrelli *et al.* 2002] Borrelli A., Gatto R.: *L'insegnamento delle scienze*. È in Croce A., Tessitore F., Conte D.: *Napoli e la Campania nel Novecento. Diario di un secolo*. Edizioni del Millennio, Napoli, 2002, volume III, pp. 675-783.

[Caccioppoli 1963] Caccioppoli R.: *Opere*. Volume I, Volume II, Edizioni Cremonese, Roma 1963.

[Carbone *et al.* 1997] Carbone L., Cardone G., Palladino F.: *Una conferenza stenografata di Renato Caccioppoli*. Rendiconto dell'Accademia di Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli, (4) 64, 1997, pp. 361-396.

[Carbone *et al.* 2010] Carbone L., Talamo M.: *Gli albori della presenza femminile nello studio della matematica presso l'Università di Napoli nell'Italia*

unificata. Rendiconto dell'Accademia di Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli, in corso di pubblicazione su questo stesso volume.

[Chiacchio *et al.* 2009] Chiacchio F., Giannetti F., Nitsch C. (curatori): *Renato Caccioppoli: hanno detto di lui*. COINOR, Napoli, 2009.

[Ciliberto *et al.*] Ciliberto C., Sallent Del Colombo E.: *Pasquale del Pezzo, duca di Caianello, matematico napoletano*. In corso di pubblicazione.

[De Crescenzo 1987] De Crescenzo L.: *Storia della filosofia greca*. Mondatori, Milano, 1987.

[del Pezzo 1896] del Pezzo P.: *Le ribellioni della scienza*. Annuario della R. Università degli Studi di Napoli pel 1895-1896. Anno DCLXXII di sua fondazione, Napoli, 1896, pp. 5-24.

[Del Re 1927] Del Re M.: *Dello spazio*. Atti dell'Accademia Pontaniana, (2) 57, 1927, pp. 108-122.

[de Lucia 1988] de Lucia P.: *Analisi reale e teoria della misura a Napoli: R. Caccioppoli, C. Miranda e F. Cafiero*. in Società Nazionale di Scienze, Lettere ed Arti in Napoli. *Seduta inaugurale dell'anno accademico 1988*. Francesco Giannini e Figli, Napoli, 1988, pp. 23-33.

[Gatto *et al.* 2009] Gatto R., Toti Rigatelli L.: *Renato Caccioppoli: tra mito e storia*. Sicania, Messina, 2009.

[Gramiccia 2004] Gramiccia R.: *La regola e il disordine. Renato Caccioppoli, un matematico napoletano*. Editori Riuniti, Roma, 2004

[Guerraggio 1998] Guerraggio A.: *L'Analisi*. È in Di Sieno S., Guerraggio A., Nastasi P (curatori): *La matematica italiana dopo l'unità. Gli anni tra le due guerre mondiali*. Marcos y Marcos, Milano, 1998, pp. 1-158.

[Guerraggio *et al.* 2004] Guerraggio A., Nastasi P. (curatori): *Renato Caccioppoli a 100 anni dalla nascita*. Pristem / Storia, Note di Matematica, Storia, Cultura numero 8-9; Springer-Verlag Italia, Milano, 2004.

[Guerraggio *et al.* 2005.] Guerraggio A., Nastasi P.: *Matematica in camicia nera. Il regime e gli scienziati*. Mondatori, Milano, 2005.

[Guerraggio 2007] Guerraggio A.: *Renato Caccioppoli. Napoli: fascismo e dopoguerra*. È in Bartocci C., Guerraggio A., Lucchetti R.: *Vite matematiche. Protagonisti del '900 da Hilbert a Wiles*. Springer-Verlag, Milano, 2007.

[Mongillo 2008] Mongillo P.: *Marussia Bakunin Una donna nella storia della chimica*. Rubbettino Editore, Soneria Mannelli (Catanzaro), 2008.

[Palermo 1998] Palermo M.: *Memorie di un comunista napoletano*. Edizioni Libreria Dante e Descartes, Napoli, 1998.

[Picone] Picone M.: *Ernesto Pascal*. Rendiconto della Regia Accademia di Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli, (4) 12, 1941-1942, pp. 54-82.

[Pini 1991] Pini B.: *Gianfranco Cimmino*. È in Vanni A., Negrini D. (curatori): *Il dipartimento di matematica dell'università di Bologna. Personale, strutture, attività di ricerca. A.a. 1990-1991*. Editrice CLUEB, Bologna, 1991, pp. 105-111.

[Ramondino *et al.*] Ramondino F., Martone M.: *Morte di un matematico napoletano*. Ubulibri, Milano, 1992.

[Rea 1995] Rea E.: *Mistero napoletano*. Einaudi, Torino, 1995.

[Ricerche di Matematica 2005] *The Renato Caccioppoli Centenary Conference. Naples, September 23-25, 2004*. a cura di Ciliberto C., Rionero S., Alvino A., Carbone L., Curzio M., de Lucia P., Sbordone C., Trombetti G.; *Ricerche di Matematica*, 54 fascicolo 2°, 2005, con interventi sulla figura di Caccioppoli di Rionero S., Magenes E., Guerraggio A., Caricato G., de Lucia P., Salvatori L., Zappa G.

[Sbordone 2004] Sbordone C.: *Renato Caccioppoli, nel centenario della nascita*. Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, *La Matematica nella Società e nella Cultura*, (8) 7-A, 2004, pp. 193-214.

[Somigliana 1942] Somigliana C.: *Vito Volterra*. *Acta Pontificiae Academiae Scientiarum*, 6, 1942, pp. 57-85.

[Valenzi 2007] Valenzi M.: *Confesso che mi sono divertito*. Pironti, Napoli, 2007.

[Volterra 1927] Volterra V.: *Variazioni e fluttuazioni del numero di individui in specie animali conviventi*. *Memorie dell'Accademia Nazionale dei Lincei*, (6) 2, 1927, pp. 31-113.

EMBEDDING SEMILINEAR AND LINEAR SPACES IN GRASSMANN SPACES.

NICOLA MELONE, VITO NAPOLITANO

Presentata dal Socio Francesco Mazzocca
(Adunanza del 7 Maggio 2010)

Key words: Semilinear space, projective spaces, Grassmann spaces

ABSTRACT. In this paper we introduce the notion of generalized weak embedding in order to characterize the sub-Grassmann spaces $\mathcal{G}(H)$ of Grassmann spaces $\mathcal{G}(K)$, H a subdivision ring of the division ring K .

SOMMARIO. In questo si articolo introduce la nozione di immersione debole generalizzata per caratterizzare i sottospazi di Grassmann $\mathcal{G}(H)$ di spazi di Grassmann $\mathcal{G}(K)$, con H sottocorpo del corpo K .

1. INTRODUCTION

A semilinear space is an incidence geometry $\Gamma = (\mathcal{P}, \mathcal{L})$, with point-set \mathcal{P} and line-set \mathcal{L} , such that *any two distinct points belong to at most one line, every line contains at least two points, and each point belongs to at least two lines.*

Two points x and y are said to be *collinear* (or *adjacent*), in symbol $x \sim y$, if the line $x \vee y$ containing them exists. A *singular* point x is a point collinear with all the others. If any two distinct points of Γ are collinear, Γ is called a *linear* space. A semilinear space with no singular point is called *non-degenerate*.

A semilinear space Γ is *thick* if every line of Γ has at least three points.

The *adjacency graph* of Γ is the graph $G(\Gamma) = (\mathcal{P}, \sim)$. This graph allows to extend the language of graph theory to semilinear spaces. In particular, the distance in Γ is the distance in its adjacency graph, a subset X of \mathcal{P} is a *clique* if it is a clique in $G(\Gamma)$, i.e. if any two points of X are collinear, and Γ is *connected* if its adjacency graph is connected.

Nicola Melone – Seconda Università degli Studi di Napoli, Dipartimento di Matematica Via Vivaldi, 43, 81100 – Caserta – Italy. *E-mail address:* nicola.melone@unina2.it.

Vito Napolitano – Seconda Università degli Studi di Napoli, Dipartimento di Ingegneria Civile Via Roma 29, 81031 – Aversa (CE) – Italy. *E-mail address:* vito.napolitano@unina2.it.

A subset X of \mathcal{P} is a *subspace* if every line intersecting X in at least two distinct points is contained in X . A *singular* subspace is a subspace of Γ in which any two points are collinear, i.e. a subspace which is also a clique.

The intersection of (singular) subspaces is a (singular) subspace. Hence the subspace *spanned* by every subset X can be defined as the intersection $\langle X \rangle$ of all the (singular) subspaces containing X . Every singular subspace of Γ is contained in a maximal one. A subset X is called *independent* if $x \notin \langle X \setminus \{x\} \rangle$, for every point $x \in X$.

An *isomorphism* between two semilinear spaces $\Gamma = (\mathcal{P}, \mathcal{L})$ and $\Gamma' = (\mathcal{P}', \mathcal{L}')$ is a bijection $\phi : \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{P}'$ such that ϕ and ϕ^{-1} transform lines into lines.

Interesting examples of semilinear spaces are Grassmann spaces. Recall that a *Grassmann space of index h* associated with a projective space $\mathbb{P}(K)$ of dimension d ($\leq \infty$) over a division ring K is the semilinear space $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(K))$, whose points and lines are respectively the h -subspaces and the *pencils* of h -subspaces, a pencil consisting of all the h -subspaces contained in a fixed $(h+1)$ -subspace and containing a fixed $(h-1)$ -subspace. Obviously if $h = 0$ or $h = d - 1$, $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(K))$ coincides with the projective space $\mathbb{P}(K)$ or with its dual, respectively. In all the other cases, the set \mathcal{M} of maximal subspaces of $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(K))$ splits into the following two families Σ and Π :

$$S \in \Sigma \Leftrightarrow S = \{h - \text{subspaces through a fixed } (h - 1) - \text{subspace}\},$$

$$T \in \Pi \Leftrightarrow T = \{h - \text{subspaces contained in a fixed } (h + 1) - \text{subspace}\}.$$

Therefore, the maximal singular subspaces of $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(K))$ are either projective spaces of dimension $d - h$ over K , or projective spaces of dimension $h + 1$ over the opposite division ring K° .

Bichara-Tallini [1] and, independently, Shult [7] proved that $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(K))$ is characterized as a thick connected non-degenerate semilinear space $\Gamma = (\mathcal{P}, \mathcal{L})$ fulfilling the following properties:

- (A1) *Any three mutually collinear points belong to a subspace;*
- (A2) *The set \mathcal{M} of maximal subspaces splits into two families Σ and Π such that:*
 - (i) *any element $S \in \Sigma$ meets any element $T \in \Pi$ in a line or the empty set;*
 - (ii) *every line is contained in a unique element of Σ and a unique element of Π ;*
 - (iii) *the semilinear space (\mathcal{P}, Σ) verifies the Veblen-Young axiom.*
- (A3) *Some element of Π has an unrefinable chain of non-empty singular subspaces of length $h+1$.*

In this paper we deal with special embeddings of point-line geometries in Grassmann spaces in order to characterize sub-Grassmann spaces.

Recall that a *(lax) projective embedding* of a semilinear space $\Gamma = (\mathcal{P}, \mathcal{L})$ into a projective space $\mathbb{P} = \mathbb{P}(K)$, K a division ring, is an injective map $e : \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{P}'$ from the point-set \mathcal{P} of Γ to the point-set \mathcal{P}' of \mathbb{P} such that

(PE1) $\langle e(\mathcal{P}) \rangle = \mathcal{P}'$.

(PE2) For every line L of Γ , $\langle e(L) \rangle$ is a line of \mathbb{P} .

(PE3) $\langle e(L) \rangle \neq \langle e(L') \rangle$, for every pair of distinct lines L and L' of Γ .

A projective embedding $e : \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{P}'$ is said to be *full* if $e(L)$ is a line of \mathbb{P} for every line L of Γ , and *weak* if the following condition is fulfilled.

(W) $\langle e(L_1) \rangle \cap \langle e(L_2) \rangle = \langle e(L_1 \cap L_2) \rangle$, for any two lines $L_1, L_2 \in \mathcal{L}$.

Finally, $e : \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{P}'$ is called *faithful* if, for every singular subspace S of Γ , the map $e : S \rightarrow \langle e(S) \rangle$ preserves independent sets.

Projective embeddings of linear and semilinear spaces have been intensively studied, in particular in the special case of polar spaces (see for example C. Lefèvre Percsy [4, 5, 6], Thas-Van Maldeghem [11, 12], Steinbach-Van Maldeghem [8, 9, 10] and Ferrara Dentice–Marino–Pasini [3]).

In order to study embeddings of linear and semilinear spaces in Grassmann spaces, we introduce the following generalization of projective embeddings.

A (*lax*) *Grassmann embedding* of a semilinear space $\Gamma = (\mathcal{P}, \mathcal{L})$ into a Grassmann space $\mathcal{G}_h = \mathcal{G}_h(\mathbb{P}(K))$, associated with a projective space $\mathbb{P}(K)$ over a division ring K , is an injective map $e : \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{S}$ from the point-set \mathcal{P} of Γ to the point-set \mathcal{S} of \mathcal{G}_h such that

(GE1) $\langle e(C) \rangle$ is a maximal singular subspace of \mathcal{G}_h , for every maximal clique C of Γ .

(GE2) For every line L of Γ , $\langle e(L) \rangle$ is a line of \mathcal{G}_h .

(GE3) $\langle e(L) \rangle \neq \langle e(L') \rangle$, for every pair of distinct lines L and L' of Γ .

In the sequel Grassmann embeddings will be called *G-embeddings* for short.

A G-embedding $e : \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{S}$ is said to be *faithful* if $e : C \rightarrow \langle e(C) \rangle$ is faithful, for every clique C of Γ , and *weak* if it satisfies condition (W).

Obviously, if \mathcal{G}_h is either $\mathbb{P}(K)$ or $\mathbb{P}(K^\circ)$, the definitions of G-embedding and projective embedding coincide. Therefore, from now on, we shall suppose that $\mathcal{G}_h = \mathcal{G}_h(\mathbb{P}(K))$ is different from a projective space (i.e. $h \neq 0, \dim(\mathbb{P}(K))$).

Examples of weak G-embeddings of semilinear spaces in a Grassmann space $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(K))$ are the sub-Grassmann spaces $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(H))$, associated with a sub-projective space $\mathbb{P}(H)$ of $\mathbb{P}(K)$, H a subdivision ring of K .

It is well known that a lot of examples of semilinear spaces exist weakly G-embedded in a Grassmann space which are not sub-Grassmann spaces. In particular, lax weak G-embeddings very close to sub-Grassmann spaces can be easily constructed, as the following example shows.

Example 1.1. Let $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(K))$ and $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(H))$ be the Grassmann spaces of index h over a division ring K and a subdivision ring H of K , respectively. The semilinear space Γ , whose points are those of $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(H))$ and whose lines are those of $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(H))$ less a fixed one, is weakly G-embedded in $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(K))$ and it is not a sub-Grassmannian.

In order to characterize sub-Grassmann spaces we introduce the following generalization of weakness.

A G -embedding $e : \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{S}$ is said to be *generalized weak* if the following condition is fulfilled.

$$(GW) \langle e(C_1) \rangle \cap \langle e(C_2) \rangle = \langle e(C_1 \cap C_2) \rangle, \text{ for any two maximal cliques } C_1, C_2 \text{ of } \Gamma.$$

In this paper we completely characterize faithful weak G -embeddings of linear spaces and faithful generalized weak G -embeddings of semilinear spaces in Grassmann spaces.

Precisely, we obtain the following results.

Theorem 1.2. *Let $\Gamma = (\mathcal{P}, \mathcal{L})$ be a thick linear space, and $e : \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{S}$ be a faithful weak G -embedding of Γ into the Grassmann space $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(K)) = (\mathcal{S}, \mathcal{F})$ of index h associated with a projective space $\mathbb{P}(K)$ over a division ring K . Then, up to isomorphisms, Γ is a sub-projective space of the same dimension of a maximal singular subspace M of $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(K))$, coordinatized by a subdivision ring H either of K or of its opposite K° . Moreover, $H = K$ if and only if e is full, and $[K : H] = 2$ if and only if the lines $\langle e(L) \rangle$, $L \in \mathcal{L}$, give rise to a spread of $M \setminus e(\mathcal{P})$.*

Theorem 1.3. *Let $\Gamma = (\mathcal{P}, \mathcal{L})$ be a thick connected semilinear space, $\mathcal{G}_h = (\mathcal{S}, \mathcal{F})$ the Grassmann space of index h associated with a projective space $\mathbb{P}(K)$ over a division ring K and $e : \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{S}$ be a faithful G -embedding of Γ in \mathcal{G}_h . Then Γ is isomorphic to the Grassmann space $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(H))$, associated with a sub-projective space $\mathbb{P}(H)$, H a subdivision ring of K , if and only if, the following conditions are fulfilled.*

- (i) e satisfies condition (GW).
- (ii) $e^{-1}(M)$ is not a line of Γ , for every maximal singular subspace M of \mathcal{G}_h .
- (iii) Two points x, y of Γ are collinear if, and only if, the points $e(x), e(y)$ are collinear in \mathcal{G}_h .

Moreover $H = K$ if and only if $e : \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{S}$ is full.

Remark 1. Conditions (i) , (ii) and (iii) in Theorem 1.3 are all essential, as the following examples show.

Example 1.4. *Let $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(K))$ be the Grassmann space associated with a projective space $\mathbb{P}(K)$ over a division ring K , and $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(H))$ be the sub-Grassmann space of index h associated with a sub-projective space $\mathbb{P}(H)$, H a subdivision ring of K . The semilinear space Γ , whose points are those of $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(H))$ not on a fixed line L_0 of $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(H))$ and whose lines are those of $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(H))$ different from L_0 is faithful G -embedded in $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(K))$ and satisfies only conditions (ii) and (iii).*

Example 1.5. *Let $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(K)), \mathcal{G}_h(\mathbb{P}(H))$ be the Grassmann spaces of index h associated with a projective space $\mathbb{P}(K)$ over a division ring K , and a sub-projective space of the same dimension $\mathbb{P}(H)$ over a subdivision ring H*

of K . The semilinear space $\Gamma = (\mathcal{P}_0, \mathcal{L}_0)$, whose points and lines are those of $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(H))$ at distance 1 from a fixed point p_0 of $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(H))$, is faithfully G -embedded in $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(K))$ and satisfies conditions (i), (iii). Let now S be an $(h + 1)$ -subspace of $\mathbb{P}(H)$ intersecting p_0 in an $(h - 1)$ -subspaces and $M(S)$ the corresponding maximal singular subspace of $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(H))$. The maximal singular subspace $M = \langle M(S) \rangle$ of $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(K))$ intersects \mathcal{P}_0 at a line, thus condition (ii) does not hold.

Example 1.6. Let $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(K))$ and $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(H))$ be the Grassmann spaces as in Example 1.4. Let L_0 be a fixed line in $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(H))$ and x, y two distinct points of L_0 . The semilinear space, whose points are those of $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(H))$ and whose lines are $L_0 \setminus \{x, y\}$ and all the other lines of $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(H))$, is faithfully G -embedded in $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(K))$, and fulfills only condition (i), (ii).

Remark 2. In the case of Theorem 1.3 a geometric interpretation of condition $[K : H] = 2$, analogous to that of Theorem 1.2, does not hold as the embedding of $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(\mathbb{R}))$ in $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(\mathbb{C}))$ shows.

2. PROOF OF THEOREM 1.2

Let $\Gamma = (\mathcal{P}, \mathcal{L})$ be a thick linear space and $e : \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{S}$ a faithful weak G -embedding of Γ into the Grassmann space $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(K)) = (\mathcal{S}, \mathcal{F})$ of index h , associated with a projective space $\mathbb{P}(K)$ of dimension d ($d \leq \infty$) over a division ring K . In the sequel we let $X^e = e(X)$, for all $X \subseteq \mathcal{P}$, in particular $\mathcal{P}^e = e(\mathcal{P})$, and $\mathcal{L}^e = \{L^e = e(L) \mid L \in \mathcal{L}\}$. Obviously, the semilinear spaces $\Gamma = (\mathcal{P}, \mathcal{L})$ and $\Gamma^e = (\mathcal{P}^e, \mathcal{L}^e)$ are isomorphic.

Since \mathcal{P}^e is a clique in $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(K))$, then it is contained in a maximal singular subspace M of $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(K))$, i.e. in a projective space $\mathbb{P}(K)$ of dimension $d - h$, if $M \in \Sigma$, or in a projective space $\mathbb{P}(K^\circ)$ of dimension $h + 1$, if $M \in \Pi$.

Since the proof is the same in the two cases, without loss of generality we can suppose $M \in \Pi$.

Step 2.1. $(\mathcal{P}^e, \mathcal{L}^e)$ is an $(h+1)$ -dimensional sub-projective space of M .

Proof. Let L_1^e , and L_2^e two intersecting lines, and $L_1'^e$, and $L_2'^e$ two transversals of L_1^e , and L_2^e , such that the points $L_i'^e \cap L_j^e$, $i, j = 1, 2$ are distinct. Since the lines $\langle L_1'^e \rangle$ and $\langle L_2'^e \rangle$ of M are transversals of two intersecting lines, by the Veblen–Young axiom they meet in a point, which by (W) belongs to \mathcal{P}^e . Therefore Γ^e and Γ are isomorphic projective spaces and, still by condition (W), they are desarguesian, hence coordinatizable over a division ring H . Moreover, since the embedding is faithful, by Lemma 5.5 and Lemma 5.6 of [3] $\dim \Gamma = \dim M = h + 1$ and H is a subdivision ring of K° . \square

Moreover, $H = K$ if, and only if, each line of \mathcal{P}^e is a line of M , i.e. e is full.

Step 2.2. $[K : H] = 2$ if and only if the lines $\langle L^e \rangle$, $L \in \mathcal{L}$ form a spread of $M \setminus \mathcal{P}^e$.

Proof. Assume that the lines $\langle L^e \rangle$ give rise to a spread of $M \setminus \mathcal{P}^e$. Let $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in K$, not all equal to zero, and consider the point $p(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, 0, \dots, 0)$ of M . By assumptions there exists a line $\langle L^e \rangle$ of M through the point p whose equations

$$r : \begin{cases} a_{i1}x_1 + \dots + a_{ih+2}x_{h+2} = 0 \\ i = 1, \dots, h \end{cases},$$

have coefficients in H . Hence $a_{i1}\alpha_1 + a_{i2}\alpha_2 + a_{i3}\alpha_3 = 0$, and at least one of the triples (a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}) is different from $(0, 0, 0)$, otherwise the system of linear equations representing the line r should have rank at most $h - 1$. Therefore $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ are H -linearly dependent, i.e. $\dim_H K = 2$.

Conversely, let p be a point of $M \setminus \mathcal{P}^e$. Without loss of generality, we may assume that its homogeneous coordinates are of the type $p(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, 0, \dots, 0)$, with $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in K$ and not all in H . By assumptions $\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$ are linearly dependent over H , that is there exist $h_1, h_2, h_3 \in H$, not all equal to zero, such that

$$h_1\alpha_1 + h_2\alpha_2 + h_3\alpha_3 = 0.$$

Then the system of linear equations

$$r : \begin{cases} h_1x_1 + h_2x_2 + h_3x_3 & = 0 \\ & x_4 & = 0 \\ \vdots & & \\ & & x_{h+2} & = 0 \end{cases}$$

has rank h over H and so it represents a line $\langle L^e \rangle$ through the point p . \square

3. PROOF OF THEOREM 1.3

Let $\mathcal{G}_h = \mathcal{G}_h(\mathbb{P}(K)) = (\mathcal{S}, \mathcal{F})$ be the Grassmann space of index h associated with a projective space $\mathbb{P}(K)$ over a division ring K . Obviously, the Grassmann space $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(H))$ associated with a projective sub-space $\mathbb{P}(H)$ of $\mathbb{P}(K)$ ($\dim(\mathbb{P}(K)) = \dim(\mathbb{P}(H))$, H a subdivision ring of K) is faithful G -embedded in \mathcal{G}_h and satisfies conditions (i), (ii) and (iii).

Conversely, let $\Gamma = (\mathcal{P}, \mathcal{L})$ be a proper thick connected semilinear space and $e : \mathcal{P} \rightarrow S$ a G -embedding of Γ into \mathcal{G}_h satisfying the assumptions of 1.3. Moreover, let Σ and Π be the two families of maximal singular subspaces of \mathcal{G}_h and $\mathcal{M} = \Sigma \cup \Pi$ the set of all maximal singular subspaces of \mathcal{G}_h . Since the semilinear spaces $\Gamma = (\mathcal{P}, \mathcal{L})$ and $\Gamma^e = (\mathcal{P}^e, \mathcal{L}^e)$ are isomorphic, it is enough to prove the result for Γ^e .

Step 3.1. $\overline{M} = M \cap \mathcal{P}^e$ is a maximal singular subspace of Γ^e for every maximal singular subspace M of \mathcal{G}_h such that $|M \cap \mathcal{P}^e| \geq 2$.

Proof. First of all, by condition (iii) \overline{M} is a clique of Γ^e . If $x^e, y^e \in \overline{M}$ and L^e is the line of Γ^e through them, the line $\langle L^e \rangle$ is contained in M . Hence $L^e \subseteq M \cap \mathcal{P}^e = \overline{M}$ and so \overline{M} is a singular subspace of Γ^e . Assume \overline{M} not maximal, and let X be a singular subspace of Γ^e properly containing \overline{M} .

Since X is a clique in \mathcal{G}_h , there exists a maximal singular subspace M' of \mathcal{G}_h containing X and different from M , for $M' \cap \mathcal{P}^e \supseteq X \supset M \cap \mathcal{P}^e$. Thus, $M \cap M' \supseteq M \cap \mathcal{P}^e$. Then $M \cap \mathcal{P}^e$ has to be a line, that is $e^{-1}(M)$ is a line, a contradiction with (ii). \square

Define

$$\overline{\mathcal{M}} := \{\overline{M} = M \cap \mathcal{P}^e \mid M \text{ maximal singular subspace of } \mathcal{G}_h \text{ and } |M \cap \mathcal{P}^e| \geq 2\}.$$

Step 3.2. *If X is a maximal singular subspace of Γ^e then $X \in \overline{\mathcal{M}}$, i.e. $\overline{\mathcal{M}}$ is the set of all maximal singular subspaces of Γ^e .*

Proof. X is a clique in \mathcal{G}_h , so there exists a maximal singular subspace M of \mathcal{G}_h containing X . Hence $X \subseteq M \cap \mathcal{P}^e$ and, from maximality of X in \mathcal{P}^e , it follows that $X = M \cap \mathcal{P}^e$. \square

Denoted by

$$\overline{\Sigma} := \{\overline{M} = M \cap \mathcal{P}^e \mid M \in \Sigma \text{ and } |M \cap \mathcal{P}^e| \geq 2\}$$

$$\overline{\Pi} := \{\overline{M} = M \cap \mathcal{P}^e \mid M \in \Pi \text{ and } |M \cap \mathcal{P}^e| \geq 2\}$$

obviously we have $\overline{\mathcal{M}} = \overline{\Sigma} \cup \overline{\Pi}$.

Step 3.3. *The semilinear space Γ^e satisfies the following properties.*

- (a) *No line is a maximal singular subspace.*
- (b) *Every $\overline{S} \in \overline{\Sigma}$ meets every $\overline{T} \in \overline{\Pi}$ either in the empty set or in a line.*
- (c) *Every line L^e is contained in a unique element $\overline{S} \in \overline{\Sigma}$ and a unique element $\overline{T} \in \overline{\Pi}$.*
- (d) *If $\overline{S}_1, \overline{S}_2, \overline{S}_3 \in \overline{\Sigma}$ intersect at three distinct points, then any element $\overline{S} \in \overline{\Sigma}$ different from \overline{S}_3 and meeting \overline{S}_1 and \overline{S}_2 at distinct points intersects \overline{S}_3 , too.*

Proof. (a). Suppose the line L^e be a maximal singular subspace of Γ^e , i.e. $L^e = M \cap \mathcal{P}^e$ with $M \in \mathcal{M}$. Then $e^{-1}(M) = L$, contradicting condition (ii).

(b). Suppose $\overline{S} \cap \overline{T} \neq \emptyset$. By definition $\overline{S} = S \cap \mathcal{P}^e$ and $\overline{T} = T \cap \mathcal{P}^e$, $S \in \Sigma$ and $T \in \Pi$, and $S = \langle \overline{S} \rangle$, $T = \langle \overline{T} \rangle$. By (i) we have $S \cap T = \langle \overline{S} \rangle \cap \langle \overline{T} \rangle = \langle \overline{S} \cap \overline{T} \rangle$. Since $\overline{S} \cap \overline{T} \neq \emptyset$, then $S \cap T$ is a line F of \mathcal{G}_h , so by (i) $\overline{S} \cap \overline{T}$ is the line $F \cap \mathcal{P}^e$ of Γ^e .

(c). Let $S \in \Sigma$ and $T \in \Pi$ be the two maximal singular subspaces of \mathcal{G}_h intersecting in the line $\langle L^e \rangle$. Obviously we have $L^e = (S \cap \mathcal{P}^e) \cap (T \cap \mathcal{P}^e)$. Moreover, if M is a maximal singular subspace of \mathcal{G}_h such that $\overline{M} = M \cap \mathcal{P}^e \supseteq L^e$, then $M \supset \langle L^e \rangle$ and hence either $M = S$ or $M = T$.

(d). Since the property is true for the maximal subspaces $\langle \overline{S}_1 \rangle, \langle \overline{S}_2 \rangle, \langle \overline{S}_3 \rangle, \langle \overline{S} \rangle$ of $\mathcal{G}_h(\mathbb{P}(K))$, the assertion easily follows from (i). \square

Thus, Γ^e (and Γ) fulfils the assumptions of the Theorem of Bichara-Tallini [1] and so it is isomorphic to a Grassmann space $\mathcal{G}'_h(\mathbb{P}(H))$ of index h' associated with a projective space $\mathbb{P}(H)$.

Step 3.4. Each element $\bar{T} = T \cap \mathcal{P}^e \in \bar{\Pi}$ is a sub-projective spaces of dimension $h + 1$ of T . Then $h' = h$, H is a subdivision ring of K and $\mathbb{P}(H)$ is a sub-projective space of $\mathbb{P}(K)$. Therefore, Γ is isomorphic to a sub-Grassmann space $\mathcal{G}_h = \mathcal{G}_h(\mathbb{P}(H))$. Moreover, $H = K$ if, and only if, $e : \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{S}$ is full.

Proof. The subset $e^{-1}(\bar{T})$ is a maximal singular subspace of Γ and the map $e : e^{-1}(\bar{T}) \rightarrow T = \langle \bar{T} \rangle$ is a faithful embedding. Let L_1, L_2 be two lines of $e^{-1}(\bar{T})$ such that $\langle L_1 \rangle \cap \langle L_2 \rangle$ is a point $p \in T$. Denoted by S_1, S_2 the two maximal singular subspaces of Σ containing $\langle L_1 \rangle$ and $\langle L_2 \rangle$, respectively, by (i) we have $p = S_1 \cap S_2 = \langle \bar{S}_1 \rangle \cap \langle \bar{S}_2 \rangle = \langle \bar{S}_1 \cap \bar{S}_2 \rangle$, hence $p \in \bar{S}_1 \cap \bar{S}_2 = L_1^e \cap L_2^e$. Therefore $e : e^{-1}(\bar{T}) \rightarrow T = \langle \bar{T} \rangle$ is also weak. The assertion easily follows from Theorem 1.2. \square

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] Bichara, A. and Tallini G. (1983) *On a characterization of Grassmann space representing the h -dimensional subspaces in a projective space.* Ann. Discrete Math., 18, 113–132.
- [2] Buekenhout, F. and Cameron, P. (1995) *Projective and Affine Geometry over Division Rings.* Handbook of Incidence Geometry, Edited by F. Buekenhout, Elsevier, 27–62.
- [3] Ferrara Dentice, E., Marino, G. and Pasini, A. (2004) *Lax Projective Embeddings of Polar Spaces.* Milan J. Math. 72, 335–377.
- [4] Lefèvre Percsy, C. (1981) *Projectivitiés conservant un espace polaire faiblement plongé.* Acad. Roy. Belg. Bull. Cl. Sci. (5) 67, 45–50.
- [5] Lefèvre Percsy, C. (1981) *Quadrilatères généralisés faiblement plongés dans $PG(3, q)$.* Eur. J. Comb. 2, 249–255.
- [6] Lefèvre Percsy, C. (1982) *Espaces polaires faiblement plongés dans un espace projectif.* J. Geom. 16, 126–137.
- [7] Shult, E. (1982) *Characterization of Lie incidence geometries.* In Surveys in Combinatorics, E. Keith Lloyd (ed.), London Math. Soc. Lecture Notes Series 82, Cambridge University Press, 157–184.
- [8] Steinbach, A. (1996) *Classical polar spaces (sub)-weakly embedded in projective spaces.* Bull. Belg. Math. Soc.-Simon Stevin. 3, 477–490.
- [9] Steinbach, A. and Van Maldeghem, H. (1999) *Generalized quadrangles weakly embedded of degree > 2 in projective spaces.* Forum Math. 11, 139–176.
- [10] Steinbach, A. and Van Maldeghem, H. (2000) *Generalized quadrangles weakly embedded of degree 2 in projective spaces.* Pacific J. Math. 193, 227–248.
- [11] Thas, J.A. and Van Maldeghem H. (1996) *Orthogonal symplectic and unitary polar spaces sub-weakly embedded in projective space.* Compositio Math. 103, 75–93.
- [12] Thas, J.A. and Van Maldeghem H. (1998) *Generalized quadrangles weakly embedded in finite projective spaces.* J. Statistical PLanning and inference. 73, 353–361.
- [13] Thas, J.A. and Van Maldeghem H. (2006) *Embeddings of small generalized polygons.* Finite Fields Appl. (4) 12, 565–594.

Acknowledgements: This research was supported by G.N.S.A.G.A. of INdAM

Nonlinear stability for a class of generalized Lotka-Volterra models

Nota di R. De Luca*

Presentata dal socio S. Rionero
(Adunanza del 04 Giugno 2010)

Abstract - The nonlinear stability of a class of nonautonomous generalized Lotka-Volterra models having the positive ecological critical point of the unperturbed one, is studied. Via the classical energy and the Liapunov function introduced by Rionero [16], linked directly to the eigenvalues of the problem, criteria of stability-instability are obtained.

Riassunto - Viene studiata la stabilità non lineare per una classe di modelli non autonomi generalizzati di tipo Lotka-Volterra aventi la posizione di equilibrio ecologico positiva coincidente con quella del modello imperturbato. Attraverso la classica energia e la funzione di Liapunov introdotta da Rionero [16], collegata direttamente agli autovalori del problema, sono stati ottenuti criteri di stabilità e instabilità.

1 Introduction

The celebrated Lotka-Volterra model governing the predation between two species is based, as it well known, on the assumptions:

- i) in the absence of predators, the preys increase at a constant rate;
- ii) in the absence of preys, the predators decrease at a constant rate;
- iii) the rate at which preys are eaten is proportional to the product of the densities of predators and preys.

Therefore denoting by a, b, c, d positive constants and by x and y respectively the preys and predators densities, the equations governing the model are of the type:

$$\dot{x} = x(a - by), \quad \dot{y} = y(-c + dx). \quad (1)$$

*University of Naples Federico II, Department of Mathematics and Applications 'R. Caccioppoli', Complesso Universitario Monte S. Angelo, Via Cinzia, 80126 Naples, Italy.
email: roberta.deluca@unina.it

A well established criticism can be done to *i) – iii)* and hence to (1). In fact, the following remarks hold [1]:

- 1) the growth behaviour assumed by *i)* is reasonable only for a limited time, since, a continuous increasing of the population will exhaust its resources;
- 2) the density of each specie does not exhibit any structure (space location, age, differences of sex or genotype,...);
- 3) changes in density are deterministic, ignoring the random effects in the environment influence the interaction between x and y ;
- 4) the effects of interactions within and between the species are instantaneous, ignoring the influence of delayed processes.

In the literature can be found several perturbed Lotka-Volterra models

$$\dot{x} = x(a - by) + F, \quad \dot{y} = y(-c + dx) + G, \quad (2)$$

developed by many authors. Different types of perturbation terms F, G have been introduced in order to account for variations of the idealized hypotheses *i) – iii)* as well as to put controls on the growth of both predators and preys (see, for instance [1]-[17] and the references therein).

The influence of the perturbation terms on the stability of the positive ecological equilibrium state

$$\bar{x} = \frac{c}{d}, \quad \bar{y} = \frac{a}{b}, \quad (3)$$

of (1) or on the existence both of periodic solutions or perturbed critical points, have been studied. In particular, in [4]-[6] and [8], [10], [13], [14], [17], the perturbation terms are such that

$$[F]_{(\bar{x}, \bar{y})} = [G]_{(\bar{x}, \bar{y})} = 0. \quad (4)$$

Our aim here is to consider models different from (2). In fact we consider a general class of nonautonomous generalized Lotka-Volterra models (having the positive ecological equilibrium state (\bar{x}, \bar{y}) of the unperturbed system (1)) obtained generalizing the assumption *iii)* by requiring an higher non-linearity. Precisely since in the Lotka-Volterra model (1)

- i) (\bar{x}, \bar{y}) is stable but not asymptotically stable;
- ii) the perturbations $(\xi = x - \bar{x}, \eta = y - \bar{y})$, with $(\xi_0 \neq 0, \eta_0 \neq 0)$, are periodic in time with the same period;

our aim is to characterize

- i)' the asymptotic stability of (\bar{x}, \bar{y}) and hence the non-existence of periodic solutions $(x = \bar{x} + \xi, y = \bar{y} + \eta)$ for $(\xi_0 \neq 0, \eta_0 \neq 0)$;
- ii)' the instability of (\bar{x}, \bar{y}) .

In fact in this paper we study the nonlinear stability of the class of nonautonomous generalized Lotka-Volterra model given by

$$\begin{cases} \dot{x} = af_1(t)x - bf_1(t)\frac{x^{1+p}y^{1+q}}{\bar{x}^p\bar{y}^q}, \\ \dot{y} = -cf_2(t)y + df_2(t)\frac{x^{1+p}y^{1+q}}{\bar{x}^p\bar{y}^q}, \end{cases} \quad (5)$$

under the assumptions:

- 1) $f_i, \in L^\infty(\mathbb{R}^+) \cap C^1(\mathbb{R}^+)$ ($i = 1, 2$);
- 2) $f_i, (i = 1, 2)$ such that

$$|f_i(t_1) - f_i(t_2)| \leq L_i|t_1 - t_2|,$$

with $t_1, t_2 \in \mathbb{R}^+$, and $L_i, (i = 1, 2)$, positive constants;

- 3) a, b, c, d positive constants;
- 4) $(p, q) \in [\mathbb{N}^+]^2$;
- 5) f_i positive functions ($i = 1, 2$) of t ;
- 6) the preys grow up in the absence of the predators, while the predators decrease in the absence of the preys.

Obviously 1) and 2) guarantee the global existence (in time) and uniqueness of the solutions. Further (\bar{x}, \bar{y}) is the biological meaningful critical point of (5), $\forall p > 0, \forall q > 0$.

Model (5) in the case $p = q = 0$ reduces to the nonautonomous Lotka-Volterra model studied by Rionero in [18]-[19]. We here consider the case of higher nonlinearities ($p \geq 0, q \geq 0, p + q > 0$).

The plane of the paper is as follows. Section 2 is devoted to some preliminaries. The linear stability-instability of (\bar{x}, \bar{y}) is studied in Section 3 while the nonlinear stability is studied in Section 4. The paper ends with an appendix (Section 5) devoted to the essential ingredients of the Liapunov Direct Method for nonautonomous binary systems of O.D.Es.

2 Preliminaries

Setting

$$x = \bar{x}X, \quad y = \bar{y}Y, \quad \tau = a \int_0^t f_1(z) dz, \quad \psi(t) = \frac{cf_2(t)}{af_1(t)}, \quad (6)$$

(5) become

$$\begin{cases} \frac{dX}{d\tau} = X - X^{1+p}Y^{1+q}, \\ \frac{dY}{d\tau} = -\psi Y + \psi X^{1+p}Y^{1+q}. \end{cases} \quad (7)$$

Remark 1 *We remark that*

i) (1, 1) is a critical point of (7), $\forall (p, q) \in (\mathbb{N}^+)^2$;

ii) in view of (7) it follows that

$$\begin{cases} X = X_0 \exp \int_0^\tau [1 - X^p(z)Y^{1+q}(z)] dz, \\ Y = Y_0 \exp \int_0^\tau [-\psi(z) + \psi(z)X^{1+p}(z)Y^q(z)] dz, \end{cases}$$

and hence $\{X_0 > 0, Y_0 > 0\} \Rightarrow \{X(\tau) > 0, Y(\tau) > 0, \forall \tau > 0\}$.

Setting

$$X = u + 1, \quad Y = v + 1, \quad (8)$$

(7) can be written as

$$\begin{cases} \frac{du}{d\tau} = u + F, \\ \frac{dv}{d\tau} = -\psi v - \psi F, \end{cases} \quad (9)$$

with

$$F = 1 - (1 + u)^{1+p}(1 + v)^{1+q}. \quad (10)$$

Denoting by ξ the nonlinear part of F , it follows that

$$F(u, v) = -(1 + p)u - (1 + q)v + \xi. \quad (11)$$

Hence (9) becomes

$$\begin{cases} \frac{du}{d\tau} = -pu - (1 + q)v + \xi, \\ \frac{dv}{d\tau} = (1 + p)\psi u + q\psi v - \psi\xi, \end{cases} \quad (12)$$

In order to study the stability/instability of the null solution of system (12), we will consider the the standard “energy”

$$E = \frac{1}{2} [\mu_1 u^2 + \mu_2 v^2], \quad (13)$$

with

$$\mu_i \in C^1(\mathbb{R}^+) \cap L^\infty(\mathbb{R}^+), \quad (14)$$

and the Liapunov function introduced in [16]

$$V = \frac{1}{2} \left\{ A(u^2 + v^2) + [pv + (1+p)\psi u]^2 + [(1+q)v + q\psi u]^2 \right\}, \quad (15)$$

where

$$A = -pq\psi + (1+p)\psi(1+q) = (1+p+q)\psi, \quad I = -p + q\psi. \quad (16)$$

The temporal derivative of E , along the solutions of (12), is

$$\begin{aligned} \frac{dE}{d\tau} &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{d\mu_1}{d\tau} - 2p\mu_1 \right) u^2 + \left(\frac{d\mu_2}{d\tau} + 2q\psi\mu_2 \right) v^2 \right] + \\ &+ [\psi\mu_2(1+p) - \mu_1(1+q)]uv + \Phi, \end{aligned} \quad (17)$$

where

$$\Phi = (\mu_1 u - \mu_2 \psi v)\xi. \quad (18)$$

Moreover, setting

$$\begin{cases} \bar{F} = (\alpha_1 u - \alpha_3 v)\xi + (\alpha_2 v - \alpha_3 u)(-\psi\xi), \\ \alpha_1 = A + (1+p)^2\psi^2 + q^2\psi^2, \\ \alpha_2 = A + p^2 + (1+q)^2, \\ \alpha_3 = -[p(1+p) + q(1+q)]\psi, \end{cases} \quad (19)$$

along the solutions of (12) it turns out that

$$\frac{dV}{d\tau} = P(\tau, u, v) + \bar{F}, \quad (20)$$

with

$$\begin{cases} P = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 P_i(\tau, u, v), \quad P_1 = \left(2IA + \frac{dA}{d\tau} \right) (u^2 + v^2), \\ P_2 = (1+p)^2 \frac{d}{d\tau} \psi^2 u^2 + 2p(1+p) \frac{d\psi}{d\tau} uv, \\ P_3 = q^2 \frac{d}{d\tau} \psi^2 u^2 + 2q(1+q) \frac{d\psi}{d\tau} uv. \end{cases} \quad (21)$$

Remark 2 If $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, we denote by

$$f^* = \sup_{\mathbb{R}^+} f, \quad f_* = \inf_{\mathbb{R}^+} f.$$

Then it turns out that

i) since $A_* = (1 + p + q)\psi_* > 0$ and since the boundedness of ψ , then exists a positive constant m_1 such that

$$A_*(u^2 + v^2) < V < m_1(u^2 + v^2), \quad \forall \tau \in \mathbb{R}^+, \quad (22)$$

and hence V is bounded, has an infinitely small upper limit and is positive definite;

ii) property i) holds also for E when $\mu_i > 0$, ($i = 1, 2$). In fact one has

$$m_2(u^2 + v^2) < E < m_3(u^2 + v^2), \quad (23)$$

with

$$m_2 < \frac{1}{2} \inf((\mu_1)_*, (\mu_2)_*), \quad m_3 > \frac{1}{2} \sup((\mu_1)^*, (\mu_2)^*); \quad (24)$$

iii) when either $\mu_1 > 0$ or $\mu_2 > 0$, at any instant $\bar{\tau} \in \mathbb{R}^+$ and in any disk of the phase space, centered at the origin $O = (0, 0)$, exists a domain in which $E(\bar{\tau}, u, v) > 0$;

iv) we call critical case the case in which

$$\psi = \text{const.} = \frac{p}{q}, \quad (25)$$

and hence $AI \equiv 0, \forall \tau \in \mathbb{R}^+$. Apart from the critical case one immediately deduces that the existence of a positive constant h such that

$$P_1 \leq -h(u^2 + v^2),$$

is necessary for guaranteeing the (local) asymptotic stability.

For the sake of completeness we recall here some Lemmas proved in [18], that we will use to obtain stability/instability results.

Lemma 1 Let

$$I_* > 0. \quad (26)$$

Then does not exist a positive constant h such that

$$P_1 \leq -h(u^2 + v^2), \quad \forall \tau \in \mathbb{R}^+, \quad (27)$$

and P_1 is semidefinite positive for

$$\psi \geq \psi_0 e^{-2I_*\tau}, \quad \psi_0 = \psi(0), \quad (28)$$

and positive definite, according to

$$P_1 \geq A_* I_*(u^2 + v^2), \quad (29)$$

for

$$\frac{d\psi}{d\tau} \geq 0, \quad \forall \tau \in \mathbb{R}^+. \quad (30)$$

Lemma 2 *Let*

$$I_* < 0. \quad (31)$$

Then does not exist a positive constant h such that

$$P_1 \geq h(u^2 + v^2), \quad \forall \tau \in \mathbb{R}^+, \quad (32)$$

and P_1 is semidefinite negative for

$$\psi \leq \psi_0 e^{-2I_*\tau}, \quad \psi_0 = \psi(0), \quad (33)$$

and negative definite, according to

$$P_1 \leq -A_* |I_*(u^2 + v^2), \quad (34)$$

for

$$\frac{d\psi}{d\tau} \leq 0, \quad \forall \tau \in \mathbb{R}^+, \quad (35)$$

or according to

$$P_1 \leq -2\varepsilon A_* |I_*(u^2 + v^2), \quad 0 < \varepsilon = \text{const.} < 1, \quad (36)$$

for

$$\psi \leq \psi_0 (1 - \varepsilon) e^{2|I_*|\tau}, \quad \forall \tau > 0. \quad (37)$$

3 Linear stability-instability results for the null solution of (12)

Disregarding the contribution of nonlinear terms, model (12) becomes

$$\begin{cases} \frac{du}{d\tau} = -pu - (1+q)v, \\ \frac{dv}{d\tau} = (1+p)\psi u + q\psi v. \end{cases} \quad (38)$$

The following theorems hold.

Theorem 1 *Let*

$$0 < \psi = \text{const.} < \frac{p}{q}, \tag{39}$$

then the null solution of (38) is asymptotically (locally) stable.

Proof. When ψ is constant, then system (38) is autonomous. In the case (39), $A = \text{const.} > 0$, $I = \text{const.} < 0$ and $P_2 + P_3 \equiv 0$. Hence

$$\frac{dV}{d\tau} = AI(u^2 + v^2),$$

is negative definite.

Theorem 2 *In the critical case, i.e.*

$$\psi = \frac{p}{q}, \tag{40}$$

the null solution of (38) is simply stable.

Proof. The proof follows very easily since in the case (40) V is constant along the solutions of (38).

Theorem 3 *If*

$$\psi^* < \frac{p}{q}, \quad \frac{d\psi}{d\tau} < 0, \tag{41}$$

together with

$$\begin{aligned} [p(1+p) + q(1+q)]^2 \left(\frac{d\psi^*}{d\tau} \right)^2 &< 4 \left\{ AI + \frac{1}{2} \frac{dA}{d\tau} + [(1+p)^2 + q^2] \psi \frac{d\psi}{d\tau} \right\}_* \\ &\cdot \left\{ AI + \frac{1}{2} \frac{dA}{d\tau} \right\}_* , \end{aligned} \tag{42}$$

then the null solution of (38) is asymptotically stable.

Proof. If (41)₁ hold, then $I^* < 0$. (41)₂ and (42) assure that $\frac{dV}{d\tau}$ is negative definite and hence all the hypotheses of the Liapunov stability theorem *ii*) (Appendix) are satisfied.

Theorem 4 *If*

$$\psi \leq \psi_0 e^{-2h\tau}, \quad h = \text{const.} = \max \{p, 2q\psi^*\} > 0, \tag{43}$$

then the null solution of (38) is simply stable. If

$$\psi \leq \psi_0 e^{-2(h+\varepsilon)\tau}, \quad \varepsilon > 0, \tag{44}$$

then the null solution of (38) is asymptotically stable.

Proof. Choosing

$$\mu_1 = \psi^2, \quad \mu_2 = \psi \frac{1+q}{1+p}, \quad (45)$$

it follows that E is positive definite and has an infinitely small upper limit. Moreover

$$\begin{aligned} \frac{dE}{d\tau} &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{d\mu_1}{d\tau} - 2p\mu_1 \right) u^2 + \left(\frac{d\mu_2}{d\tau} + 2q\psi\mu_2 \right) v^2 \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[2\psi \left(\frac{d\psi}{d\tau} - p\psi \right) u^2 + \frac{1+q}{1+p} \left(\frac{d\psi}{d\tau} + 2q\psi^2 \right) v^2 \right], \end{aligned} \quad (46)$$

since $\psi\mu_2(1+p) - \mu_1(1+q) = 0$. (43) guarantees that

$$\begin{cases} \frac{d\psi}{d\tau} - p\psi \leq 0, \\ \frac{d\psi}{d\tau} + 2q\psi^2 \leq 0, \end{cases}$$

and hence $\frac{dE}{d\tau} \leq 0$. In the case (44), one has

$$\begin{cases} \frac{d\psi}{d\tau} - p\psi \leq -2\varepsilon(\psi)^* < 0, \\ \frac{d\psi}{d\tau} + 2q\psi^2 \leq -4\varepsilon(\psi)^* < 0, \end{cases}$$

and then the temporal derivative of E is negative definite and exists a positive constant m such that

$$\frac{dE}{d\tau} \leq -mE \Rightarrow E \leq E(0)e^{-m\tau}. \quad (47)$$

For the instability, the following theorems hold.

Theorem 5 *If*

$$\psi = \text{const.} > \frac{p}{q}, \quad (48)$$

then the null solution of (38) is unstable.

Proof. If (48) holds, then $I = \text{const.} > 0$ and

$$\frac{dV}{d\tau} = AI(u^2 + v^2),$$

is positive definite.

Theorem 6 *If (42) holds together with*

$$\psi_* > \frac{p}{q}, \quad \frac{d\psi}{d\tau} \geq 0, \quad (49)$$

then the null solution of (38) is unstable.

Proof. (42) and (49) assure that $\frac{dV}{d\tau}$ is positive definite.

Theorem 7 *Let*

$$\begin{cases} 1 + q \leq pq \\ \psi \leq \psi_0 e^{-2(p^2+\varepsilon)\tau}, \quad \varepsilon = \text{const.} > 0, \end{cases} \quad (50)$$

then the null solution of (38) is (Chetaiev) unstable.

Proof. Choosing

$$\mu_1 = -\psi, \quad \mu_2 = \frac{1+q}{1+p}, \quad (51)$$

it follows that E assumes positive values in any disk centered in the origin and

$$\begin{aligned} \frac{dE}{d\tau} &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{d\mu_1}{d\tau} - 2p\mu_1 \right) u^2 + 2q\psi\mu_2v^2 - 4(1+p)\mu_1\mu_2uv \right] \\ &\geq \frac{1}{2} \left[\left(\frac{d\mu_1}{d\tau} - 2p\mu_1 \right) u^2 + 2q\psi\mu_2v^2 - 4(1+p)|\mu_1|\mu_2|uv| \right]. \end{aligned} \quad (52)$$

But, from (50)₁, $(1+p)|\mu_1|\mu_2 = \psi(1+q) \leq pq\psi$. Then it follows that

$$2(1+p)|\mu_1|\mu_2|uv| \leq 2\sqrt{pq\psi}\sqrt{(1+p)|\mu_1|\mu_2}|uv|,$$

and hence, applying the Schwartz inequality

$$2\sqrt{pq\psi}\sqrt{(1+p)|\mu_1|\mu_2}|uv| \leq (p(1+p)|\mu_1|u^2 + q\psi\mu_2v^2).$$

Hence

$$\frac{dE}{d\tau} \geq \frac{1}{2} \left(\frac{d\mu_1}{d\tau} + 2p^2\mu_1 \right) u^2 = -\frac{1}{2} \left(\frac{d\psi}{d\tau} + 2p^2\psi \right) u^2.$$

If (50)₂ holds, then

$$\frac{d\psi}{d\tau} + 2p^2\psi < -2\varepsilon\psi_* < 0,$$

i.e. the temporal derivative of E is positive definite. All the hypotheses of the Chetaiev instability theorem (Appendix) are verified.

4 Nonlinear stability-instability results for the null solution of (12)

All the results obtained for the linear system, continue to hold also for the nonlinear one, if the nonlinear terms verify the following inequality

$$(|u| + |v|)(|\xi| + |-\psi\xi|) \leq \varepsilon_1(u^2 + v^2)^{1+\varepsilon_2}, \quad \varepsilon_i = \text{const.} > 0. \quad (53)$$

Theorem 8 ξ verifies (53).

Proof. Since ψ is bounded

$$(|u| + |v|)(|\xi| + |-\psi\xi|) = |\xi|(|u| + |v|)(1 + \psi) \leq k|\xi|(|u| + |v|),$$

with k positive constant. Since

$$|u| + |v| \leq \sqrt{2}(u^2 + v^2)^{\frac{1}{2}},$$

we have that (53) is satisfied when

$$|\xi| \leq M(u^2 + v^2)^{\frac{1}{2}+\varepsilon_2}, \quad (54)$$

with M positive constant.

$$\begin{aligned} F &= 1 - (1 + u)^{1+p}(1 + v)^{1+q} = 1 - \left[\sum_{h=0}^{1+p} \binom{1+p}{h} u^h \cdot \sum_{k=0}^{1+q} \binom{1+q}{k} v^k \right] = \\ &= 1 - \left[1 + \sum_{h=1}^{1+p} \binom{1+p}{h} u^h \right] \left[1 + \sum_{k=1}^{1+q} \binom{1+q}{k} v^k \right] = \\ &= - \left[\sum_{h=1}^{1+p} \binom{1+p}{h} u^h + \sum_{k=1}^{1+q} \binom{1+q}{k} v^k + \sum_{h=1}^{1+p} \sum_{k=1}^{1+q} \binom{1+p}{h} \binom{1+q}{k} u^h v^k \right] = \\ &= - \left[(1+p)u + (1+q)v + \sum_{h=2}^{1+p} \binom{1+p}{h} u^h + \sum_{k=2}^{1+q} \binom{1+q}{k} v^k + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{h=1}^{1+p} \sum_{k=1}^{1+q} \binom{1+p}{h} \binom{1+q}{k} u^h v^k \right], \end{aligned}$$

and hence

$$F = -(1+p)u - (1+q)v + \xi, \quad (55)$$

with

$$\xi = - \left[\sum_{h=2}^{1+p} \binom{1+p}{h} u^h + \sum_{k=2}^{1+q} \binom{1+q}{k} v^k + \sum_{h=1}^{1+p} \sum_{k=1}^{1+q} \binom{1+p}{h} \binom{1+q}{k} u^h v^k \right]. \quad (56)$$

But

$$\begin{aligned}
 |\xi| &\leq \sum_{h=2}^{1+p} \binom{1+p}{h} |u|^h + \sum_{k=2}^{1+q} \binom{1+q}{k} |v|^k + \sum_{i=1}^{1+p} \sum_{k=1}^{1+q} \binom{1+p}{h} \binom{1+q}{k} |u|^h |v|^k \leq \\
 &\leq \sum_{h=2}^{1+p} C_{h,p}^1 (|u| + |v|)^h + \sum_{k=2}^{1+q} C_{k,q}^2 (|u| + |v|)^k + \\
 &+ \sum_{i=1}^{1+p} \sum_{k=1}^{1+q} C_{h,p}^1 C_{k,q}^2 (|u| + |v|)^h (|u| + |v|)^k.
 \end{aligned}$$

Setting

$$z = \max(p, q), \tag{57}$$

one obtains

$$\begin{aligned}
 |\xi| &\leq \sum_{i=2}^{1+z} C_{z,i}^1 (|u| + |v|)^i + \sum_{i=2}^{1+z} C_{z,i}^2 (|u| + |v|)^i + \left[\sum_{i=1}^{1+z} C_{z,i}^1 C_{z,i}^2 (|u| + |v|)^i \right]^2 \leq \\
 &\leq C_1 \sum_{i=2}^{1+z} (|u| + |v|)^i + C_2 \left[\sum_{i=1}^{1+z} (|u| + |v|)^i \right]^2.
 \end{aligned}$$

If $|u| + |v| < 1$, then

$$|\xi| \leq C_1(1 + z - 2)(|u| + |v|)^2 + C_2 [(1 + z - 1)^2(|u| + |v|)^2] \leq C_4(u^2 + v^2),$$

then it is sufficient to choose $\varepsilon_2 = \frac{1}{2}$.

In the case $|u| + |v| \geq 1$, then

$$|\xi| \leq C_1(1+z-2)(|u|+|v|)^{1+z} + C_2 \left[(1+z-1)^2(|u|+|v|)^{2(1+z)} \right] \leq C_4(u^2+v^2)^{1+z},$$

then (54) holds with $\varepsilon_2 = \frac{1}{2} + z$.

Remark 3 *When the conditions assuring the asymptotic stability of the null solution of system (12) hold, then cannot exist cycles, neither if all the perturbations are periodic of the same period. Hence, in these cases, system (12) can not admit periodic solutions.*

5 Appendix: Essential ingredients of the Liapunov Direct Method for non autonomous binary systems of O.D.Es

We recall here the essential ingredients of the Liapunov Direct Method for nonautonomous binary systems of O.D.Es. {cfr [20], pp.221-228}.

Let $V(x, y, t)$ be a real single valued function - depending explicitly on t - defined in the space-temporal domain

$$D(t_0, r) : (t, x, y) \in D \equiv \{t \geq t_0, x^2 + y^2 \leq r\}, \quad (58)$$

where t_0 and r are constants such that ($t_0 \geq 0, r > 0$). If - for a sufficiently large t_0 and a sufficiently small r - exists (an independent of t) function $W(x, y)$, positive in $D(t_0, r)$, such that

$$\begin{cases} V(0, 0, t) = 0, & \forall t \geq t_0, \\ V(x, y, t) \geq W(x, y), & (-V \geq W(x, y)), \end{cases} \quad (59)$$

then V is said to be positive (negative) definite. V is said to be positive (negative) semidefinite if has only positive (negative) sign in D but can become zero at some point other than the origin.

A function $V(x, y, t)$ said to admit an *infinitely small upper limit* if exists a $t_0 \geq 0$ and $r > 0$ such that

$$|V| < W(x, y) \quad \text{in } D(t_0, \mu), \quad (60)$$

with W definite in the disk $x^2 + y^2 \leq r$ and such that

$$\lim_{x^2+y^2 \rightarrow 0} W(x, y) = 0. \quad (61)$$

The main stability theorems of the Direct Method for non autonomous systems can be summarized as follows

Liapunov stability theorems:

The existence of a positive function V implies

- (i) *stability of the null solution if the temporal derivative of V along the solutions is negative semidefinite;*
- (ii) *asymptotic stability if V admits an upper bound which is infinitely small at the origin and \dot{V} is negative definite*

The *main instability theorems* for nonautonomous systems {cfr [20], pp. 226-227} are

Liapunov instability theorem:

If exists a function V such that has an infinitely small upper limit and its temporal derivative \dot{V} along the solutions is definite and also if for $t \geq t_0$ (with arbitrarily large t_0) the function V can have the same sign as \dot{V} in a neighborhood of the origin, then the null solution is unstable.

Chetaiev instability theorem:

If exists a function V taking positive values in any disk centered at the origin and if for all $t \geq t_0$, in which V is bounded and its temporal derivative

\dot{V} , along the solutions, is positive definite, then the null solution is unstable (Chetaiev instability theorem).

ACKNOWLEDGMENTS: This work has been performed under the auspices of G.N.F.M. of I.N.D.A.M.

References

- [1] Comins H.N., Blatt D.W.E., *Prey predator models in spatially heterogeneous environments*. J. Theor. Biol (1974), 75-83.
- [2] Dutt R., Glesh P.K., *Nonlinear correction to Lotka Volterra oscillations in a prey predator system*. Math. Biosci **27** (1975) 9-16.
- [3] Dutt R., Glesh P.K., Karmaker B.B., *Application of perturbation theory to the nonlinear Volterra Gause Witt model for prey predator interaction*. Bull. Math. Biol **37** (1975), 139-146.
- [4] Fergola P., Nayfeh A.H., *Application of the method of multiple scales to perturbed Lotka Volterra models*. Proceedings of Vth International Conference "Waves and Stability in continuous media" S. Giambo', Editel Cosenza (1987).
- [5] Fergola P., Rionero S., Tenneriello C., *Asymptotic stability of a perturbed Lotka Volterra system*. Proceedings of Vth International Conference "Waves and Stability in continuous media" Series and Advances in Mathematics for Applied Sciences **4** (1990).
- [6] Fergola P., Rionero S., Tenneriello C., *On the stability of Lotka Volterra perturbed equations*. Atti Acc. Peloritana Pericolanti Cl. Sci. Fis. Natur. **48** (1991), 235-256.
- [7] Freedman H.I., *Deterministic mathematical models in population ecology*. Marcel Dekker, Inc. New York (1980).
- [8] Freedman H.I., Waltman P., *Perturbation of two dimensional predator prey equations*. Siam J. Appl. Math. **28** (1975), 1-10.
- [9] Freedman H.I., Waltman P., *Periodic solutions of perturbed Lotka Volterra systems*. International Conference on Differential Equations, H.A. Antosiewicz Academic Press New York (1975), 312-316.
- [10] Freedman H.I., Waltman P., *Perturbation of two dimensional predator prey equations with an unperturbed critical point*. **29** Siam J. Appl. Math (1975), 719-733.

- [11] Levin S.A., *Dispersion and population interactions*. Amer. Nat **108** (1974), 207-228.
- [12] Samuelson P.A., *Generalized predator prey oscillations in ecological and economic equilibrium*. Proc. Nat. Acad. Sei. USA **68** (1971), 980-983.
- [13] Walter C., *The global asymptotic stability of prey predator systems with second order dissipation*. Bull. Math. Biol **36** (1974), 215-217.
- [14] Capone F., Rionero S., *Attractivity conditions for a perturbed Lotka Volterra model*. Proceedings of VIth International Conference "Waves and Stability in continuous media" **46** (1991), 55-63.
- [15] Rionero S., *L^2 stability of the solutions to a nonlinear binary reaction-diffusion system of P.D.Es*. Rendiconti Lincei, s.9, **16**, 227-238 (2005).
- [16] Rionero S., *A rigorous reduction of the stability of the solutions to a nonlinear binary reaction-diffusion system of P.D.Es. to the stability of the solutions to a linear binary system of O.D.Es*. J.Math Anal. Appl., **319**, 377-397.
- [17] Capone F., De Luca R., Rionero S., *On the nonlinear stability of nonautonomous generalized Lotka-Volterra systems*. (submitted)
- [18] Rionero S., *Stability-Instability criteria for non-autonomous binary systems of O.D.Es and P.D.Es.* Rend. Lincei Mat. Appl. **20**, 347-367 (2009).
- [19] Rionero S., *On the stability of a nonautonomous binary system of O.D.E.* (submitted).
- [20] Merkin D.R., *Introduction to the theory of stability*. Springer texts in Applied Mathematics **24** (1997).

**RECENTI PROGRESSI NELLA PREVENZIONE DELL'ESPANSIONE DEI CALCESTRUZZI, A SEGUITO
DELLA REAZIONE ALCALI-AGGREGATO.**

**UP-TO-DATE IMPROVEMENTS IN PREVENTING ALKALI-AGGREGATE-INDUCED-EXPANSION IN
CONCRETES.**

Nota del Socio Riccardo Sersale.
(Adunanza del 4 giugno 2010)

Riassunto. La Nota prende in esame i più recenti progressi conseguiti sulla valutazione, sul meccanismo e sulla prevenzione dell'espansione provocata nei calcestruzzi dalla reazione degli alcali, recati dal cemento, con alcuni costituenti silicei reattivi degli aggregati. Vengono esaminati: i metodi di valutazione dell'espansione proposti dai Comitati RILEM, i risultati benefici dell'impiego di prodotti cementizi supplementari ed il loro meccanismo di azione, le conseguenze delle dimensioni dell'aggregato, della esposizione all'acqua di mare e dell'impiego di nitrato di litio, quale mezzo di prevenzione.

Parole chiave: Alcali-reazione. Espansione. Prevenzione.

Summary. The up-to-date improvements on evaluation, mechanism and prevention of alkali-silica reaction-induced-expansion on concretes, owing to the presence of siliceous reactive aggregates, have been examined. Methods of test developed by RILEM Committees, benefits of using supplementary cementing materials, their action mechanism in reducing expansion, effects of aggregate size, of the seawater and of the use of lithium nitrate in preventing expansion, are in detail examined.

Key words: Alkali-aggregate reaction. Expansion. Prevention.

Premessa.

La reazione alcali-aggregato è forse la più grave tra le cause, più intense, di degrado dei calcestruzzi. Si manifesta in presenza di una sufficiente quantità di componenti reattivi, di alcali e di umidità ed è stata identificata in molte località di tutto il mondo, per aver causato danni alle strutture esposte ad una varietà di condizioni ambientali: acqua marina, sali disgelanti, ecc.

Alcuni aggregati, in particolare quelli contenenti forme di silice reattiva: opale, calcedonio, quarzo criptocristallino, tridimite, cristobalite, sono infatti atti a reagire con il sodio ed il potassio normalmente presenti nel cemento, provocando, in modo speciale in calcestruzzi molto porosi, fenomeni espansivi e fessurazioni, soprattutto se esposti all'umidità ed al calore (1).

Inizialmente si registra un aumento di volume del manufatto e successivamente si forma una rete di fessurazioni, dalle quali fuoriesce materia gelatinosa che all'aria indurisce, assumendo aspetto di efflorescenza che, all'esame microscopico e roentegenografico, non appare cristallina.

La ricorrenza del fenomeno ne ha fatto un costante ed attuale oggetto di estese ricerche, ampiamente giustificate dagli ingenti costi delle riparazioni, riabilitazioni e rimpiazzo delle strutture esistenti. Si è infatti tenuto a Trondheim, nel giugno 2008, la 13th Conferenza Internazionale sulla Reazione Alcali-Aggregato nel Calcestruzzo (ICAAR), che ha apportato sostanziali contributi al miglioramento delle conoscenze sul decorso della reazione e sulle metodologie di prevenzione.

La reazione cominciò ad esser studiata intorno al 1940 (2) e via via sempre più approfondita (1).

Il contenuto minimo di alcali recato dal cemento, in corrispondenza del quale si determina la reazione alcali-aggregato, è stato fissato a 0,6%, espresso come Na_2O , indipendentemente dal tipo di alcali (sodio o potassio).

Per uno stesso tipo di aggregato reattivo, l'espansione risulta tanto maggiore, quanto maggiore è il tenore di alcali del cemento e la sua finezza di macinazione.

Metodologie di valutazione del rischio di espansione.

Al fine di valutare il rischio d'espansione derivante dall'impiego di un aggregato potenzialmente reattivo, sono state sviluppate una pluralità di metodologie. Una di esse, proposta dall'ASTM (C 227-71) consiste nel determinare la diminuzione d'alcalinità di una soluzione di NaOH ad 80°C, a contatto con l'inerte macinato. Dopo aver determinato anche la silice passata in soluzione, si riportano i valori analitici sul grafico in Fig. 1 e, a seconda della posizione del punto rispetto alla curva, risalta il grado di potenziale reattività dell'inerte.

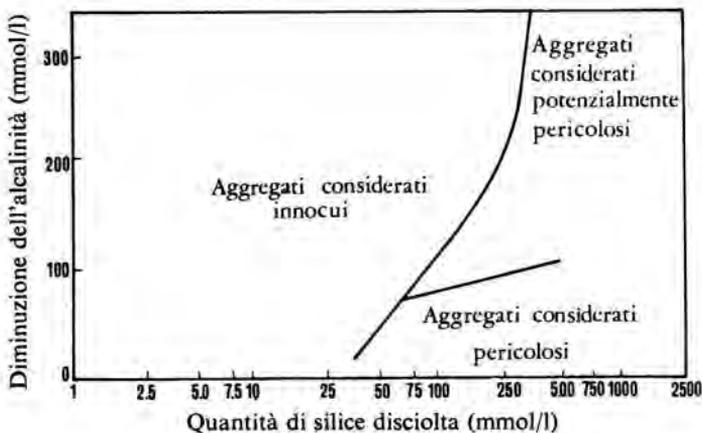


Fig.1 - Valutazione della reattività dell'aggregato. Diminuzione dell'alcalinità in funzione della silice disciolta.

Poiché nessuna delle metodologie è accettata universalmente, è stato elaborato il Progetto EU Partner (3). Esso riporta i principali risultati di un'ampia ricerca, rivolta a fissare le basi di un metodo europeo unificato per la valutazione della potenziale reattività di un aggregato.

Il Progetto ha preso in esame sia le prove tecniche sviluppate dai Comitati RILEM TC 106 e TC 191-ARP, sia alcune prove regionali ed ha sottoposto ad esse una vasta gamma di aggregati e di prodotti geologici reperiti in Europa, al fine di valutarne l'idoneità all'impiego come inerti nel calcestruzzo. Il Progetto ha raccolto ventiquattro partecipanti provenienti da quattordici Paesi europei ed ha esaminato ventidue differenti tipi di aggregato raccolti in dieci Paesi europei.

È risultato che, in molti casi, le prove tecniche proposte dai Comitati RILEM valutano con successo la reattività dell'aggregato. Esse risultano particolarmente valide per aggregati normalmente reattivi, o non reattivi. Con aggregati che reagiscono molto lentamente, è invece necessario allungare i tempi consigliati dai metodi RILEM. In generale, le prove accelerate su barre di malta (AAR-2) (4) e quelle su prismi di calcestruzzo (AAR-4 Alt.) (5), sembrano le più funzionali e mostrano la più alta precisione.

Il ruolo giocato dal contenuto di alcali del cemento e dalla presenza di prodotti cementizi supplementari sull'espansione dei calcestruzzi.

Il contenuto di alcali del cemento e la reattività degli aggregati governano il livello d'espansione e fessurazione dei manufatti.

Gli alcali del cemento Portland sono una delle maggiori fonti di alcali del calcestruzzo. Al crescere del loro contenuto aumenta l'effetto espansivo, che ha inizio in funzione della reattività dell'aggregato. Si tratta di una reazione che decorre fra ioni ossidrilici presenti nella soluzione dei pori della pasta di cemento e forme di silice reattiva che talvolta accompagnano gli aggregati per calcestruzzo (1). Essa si svolge attraverso un processo d'idrolisi della silice reattiva, promosso dall'elevata concentrazione di ioni ossidrilici nella fase acquosa che riempie i pori della pasta di cemento, la cui alta alcalinità crea le condizioni favorevoli alla neoformazione di un gelo alcali-silice che, in uno stadio successivo, adsorbe acqua e aumenta di volume.

L'impiego di prodotti cementizi supplementari: ceneri volanti, scorie d'alto forno, ecc., si rivela una misura preventiva efficace contro la reazione alcali-silice nel calcestruzzo, perché essi riducono il livello di alcalinità della soluzione dei pori della pasta di cemento, mitigando l'espansione. Tale vantaggioso effetto fu già posto in luce tempo addietro dallo scrivente (6), dimostrando che scorie d'alto forno, ceneri volanti, pozzolane naturali, tufi vulcanici polverizzati, fumo di silice, rispettivamente, abbattano con successo l'espansione, purché ciascuno di tali prodotti sia appropriatamente caratterizzato ed addizionato in adatta misura.

La Fig. 2 mostra infatti che l'espansione di malte di cemento Portland può essere minimizzata per rimpiazzo di clinker con aggiunte "pozzolaniche" comprese fra 20 e 40%. Il medesimo risultato può essere conseguito con cementi a contenuto di scoria d'alto forno granulata pari al 60-70% (7).

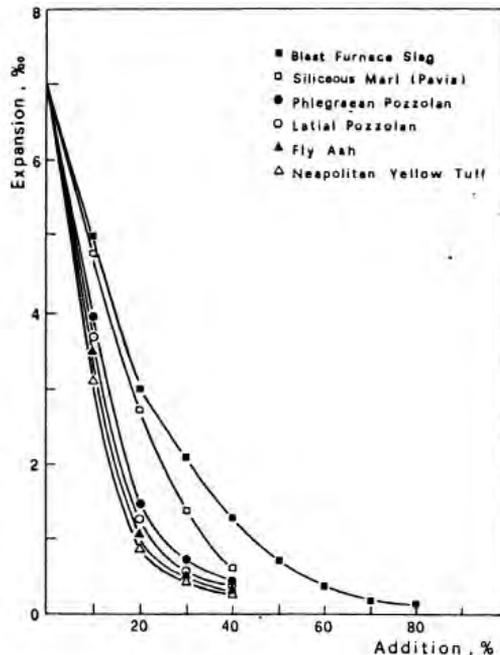


Fig.2 - Espansione di barre di malta in funzione del tipo e del tenore di prodotto cementizio supplementare, al termine di due anni (6).

Le prove sono state espletate al lume della Norma ASTM C 441-81 e, con riferimento alla stagionatura, alla Norma ASTM C 227-81.

Per ridurre l'espansione per reazione alcali-aggregato, la selezione del tipo e l'ammontare del rimpiazzo di clinker devono esser strettamente correlati non solo al tipo di costruzione programmata ed all'ambiente di vita, ma altresì all'influenza che ciascuna aggiunta esercita sulle proprietà di resistenza del risultante cemento.

Interessa anche notare che l'impiego degli equivalenti zeolitizzati delle pozzolane, i tufi vulcanici polverizzati, come sostituti parziali del clinker, minimizzano l'espansione meglio delle stesse pozzolane, esibendo altresì resistenza a compressione leggermente più alta.

Un miglioramento ulteriore può poi esser conseguito per attivazione dei tufi vulcanici con un trattamento termico a temperatura d'incipiente collasso della struttura zeolitica, un trattamento che, a seguito della scomparsa della struttura cristallina del solido poroso, origina un'area superficiale più ampia nel solido amorfo di neoformazione. In presenza di aggregati reattivi agli alcali, prodotti cementizi supplementari di natura zeolitica permettono pertanto l'impiego di clinkers a contenuto di Na_2O eq. ben superiore al limite di 0.6% imposto dalla Norma ASTM, a vantaggio dei progressi della tecnologia di produzione dei clinkers (6).

Che l'impiego di prodotti cementizi supplementari quale rimpiazzo parziale di aliquote di clinker di Portland si riveli un'appropriata misura preventiva, ben efficace contro la reazione alcali-aggregato, è stato anche osservato in una recente ricerca (8). I risultati hanno mostrato che il contenuto di alcali del cemento esercita un effetto determinante sull'espansione di prismi di calcestruzzo di cemento Portland che non contengono prodotti cementizi supplementari. L'aggiunta di questi ultimi, operando una riduzione del livello di alcalinità della soluzione dei pori della pasta di cemento, mitiga l'espansione. Una parte degli alcali, rilasciato nel corso dell'idratazione del cemento, viene legato dall'aumentato quantitativo di C-S-H, favorito dalle aggiunte "pozzolaniche". Pertanto non risulta più disponibile per la soluzione dei pori della pasta di cemento (6), (9). Gli idrossidi alcalini possono venir incorporati all'interno degli strati della fase C-S-H, principalmente per neutralizzazione di quelli SiOH (1). L'ammontare di idrossidi alcalini incorporabili aumenta al decrescere del rapporto CaO/SiO_2 . La ricerca (8) ha anche sviluppato una relazione empirica idonea a prevedere l'alcalinità della soluzione dei pori delle paste di cemento indurite contenenti prodotti cementizi supplementari e cementi Portland a differente contenuto d'alcali, sulla base del computo della silice, dell'ossido di calcio e degli alcali totali.

Influenza delle dimensioni dell'aggregato reattivo sull'espansione per alcali-reazione.

Ne è stata studiata l'influenza sull'espansione di una malta (10). Le misure sperimentali condotte su sedici differenti formulazioni a differenti proporzioni di alcali e di silice reattiva, hanno posto in luce che piccole particelle reattive (< 160 micron) non causano espansione, laddove quelle più grosse (0.63-1.25 mm.) mostrano la maggiore espansione (0.33%). Se le malte contengono aggregati di due dimensioni (0.80 e 1250-3150 micron), l'espansione decresce al crescere delle particelle piccole.

Influenza dell'acqua marina sull'espansione per alcali-reazione.

È sembrato utile studiare tale influenza (11), perché l'esame roentgenografico, su provini ricavati dai pilastri di alcuni ponti soggetti a marea, ha rivelato la presenza di sali di Friedel (fasi Afm: $\text{C}_3\text{A}\cdot\text{CaCl}_2\cdot\text{H}_{10}$).

È stato perciò predisposto un programma sperimentale rivolto ad esaminare gli effetti del cloruro sodico sull'alcali-reazione, in differenti condizioni di stagionatura.

Prismi di calcestruzzo contenenti aggregati altamente, debolmente, o non reattivi, a basso ed alto contenuto di alcali, sono stati stagionati in acqua salata (che simulava l'acqua di mare), od in ambiente al 100% di umidità relativa, alla temperatura di 38, 60 ed 80°C. Trascorsi 600 giorni, è

stata misurata l'espansione, al termine dei quali la temperatura, per i prismi stagionati in acqua salata, è stata abbassata a 23°C, al fine di valutare un'ulteriore espansione attribuibile alla precipitazione di ettringite e/o di cloroalluminato di calcio. L'espansione più rilevante si è registrata per stagionatura dei prismi a 60°C e 100% di umidità relativa, adottando il metodo CPT 60 sull'influenza dell'acqua marina.

La stagionatura in acqua salata ha causato una ridotta espansione, attribuibile, con tutta probabilità, alla lisciviazione dell'alcali dal provino.

I risultati hanno indicato che non ha luogo la formazione di cloroalluminato e che l'effetto espansivo è dominato dal tipo di aggregato e dal contenuto d'alcali del calcestruzzo, sicché l'esposizione ad acqua salata non determina alcun effetto rilevante sull'espansione dei calcestruzzi.

La discordanza con alcuni risultati riportati da precedenti autori può pertanto esser attribuita alle differenze nella natura degli aggregati ed al contenuto di alluminio tricalcico del cemento impiegato.

Il degrado di pilastri precompressi in contatto con la marea, precedentemente osservato (12), è pertanto da attribuire principalmente ad alcali-reazione e formazione di ettringite ritardata (1).

Repressione dell'effetto espansivo per alcali-reazione.

L'idea di utilizzare composti di litio per mitigare gli effetti dell'espansione da alcali-reazione è stata avanzata per primo da Mc Coy e Coldwell (13). Da allora, numerose ricerche sono state effettuate per valutarne l'effetto ed interpretarne il meccanismo d'azione e di controllo della reazione. Sono stati impiegati una varietà di composti del litio. Essi includono: fluoruro, cloruro, bromuro, idrossido, nitrato, nitrito, carbonato, solfato, fosfato, silicato di litio. Fra questi, quello che ha riscosso il maggior favore per reprimere l'espansione da alcali-reazione è stato il nitrato di litio, poiché non aumenta la concentrazione di ioni ossidrili nella soluzione dei pori della pasta di cemento. L'effetto positivo di LiNO_3 sulle proprietà del calcestruzzo, il suo carattere neutro e l'alta solubilità hanno anche concorso a favorirne la scelta.

Recenti ricerche ne hanno approfondito il meccanismo di repressione. È stato condotto all'Università di New Brunswick, in collaborazione con l'Università del Texas ad Austin e CANMET-MTL, uno studio sperimentale sull'effetto del nitrato di litio nella espansione dei calcestruzzi per alcali-reazione (14). Sono state effettuate prove di espansione, valutazione di silice disciolta ed esami microstrutturali di sistemi cementizi contenenti vetro e due differenti tipi di aggregato reattivo, l'uno, contenente particelle di vetro vulcanico reattivo, l'altro, quarzo microcristallino, tensionato, annegato in una matrice di allumosilicato.

I risultati hanno posto in luce che l'effetto d'inibizione della reazione alcali-silice nei calcestruzzi è da attribuire alla neoformazione di due prodotti di reazione: un silicato di litio cristallino (Li_2SO_3) ed un gelo di silice recante litio, a basso contenuto di calcio (rapporto C/S < 0.2). Tali due fasi esplicherebbero funzione di barriera alla diffusione e costituirebbero uno strato protettivo che impedisce alla silice reattiva di esser ulteriormente attaccata dagli ioni ossidrili.

La differente risposta dei due distinti aggregati reattivi è stata poi attribuita alle differenze nei caratteri strutturali. L'aggregato con particelle di vetro vulcanico reattivo, offriva una superficie immediatamente disponibile al sodio, potassio e litio e la barriera litio/silicio poteva rapidamente formarsi. L'aggregato con quarzo microcristallino, tensionato, annegato in una densa matrice di allumosilicato, risultava meno facilmente accessibile al litio.

I due prodotti di reazione su ricordati o formavano una densa matrice con i cristalli Li-Si che avevano funzione di reticolo e con il gelo di silice che riempiva gli spazi vuoti, o i cristalli di Li-Si ed il gelo di silice che alloggiava sulla sommità delle particelle di cristallo, coprivano completamente l'intera superficie dell'aggregato reattivo. In tal modo, con uno spessore sufficiente di prodotto di reazione, un numero sempre minore di ioni OH^- poteva attraversare la barriera alla diffusione, reprimendo completamente l'espansione (15).

Conclusioni.

Le risultanze sperimentali esaminate permettono di trarre le seguenti conclusioni:

1. le prove tecniche accelerate, proposte dai Comitati RILEM per valutare la reattività agli alcali degli aggregati per calcestruzzo su barre di malte e su prismi, sembrano le più funzionali e le più precise quanto ad indicazioni;
2. la sostituzione parziale di clinker di Portland con prodotti cementizi supplementari, si rivela una precauzione efficace contro l'espansione dei calcestruzzi per alcali-reazione. La loro presenza induce una riduzione dell'alcalinità della soluzione dei pori della pasta di cemento. Una parte degli alcali rilasciati nel corso del processo d'idratazione del cemento viene legata nel C-S-H e non è più disponibile ad elevare la concentrazione di ioni ossidrili nei pori della pasta di cemento;
3. le dimensioni delle particelle dell'aggregato alcali-reattivo influenzano l'espansione. Piccole particelle reattive (<160 micron) non sembra causino espansione;
4. la presenza di acqua di mare non determina alcun effetto rilevante sull'espansione. L'effetto espansivo risulta sempre dominato dal tipo di aggregato e dal contenuto d'alcali del cemento;
5. il nitrato di litio esercita una notevole repressione della reazione alcali-silice. Si formano: un silicato di litio cristallino (Li_2SiO_3) ed un gelo di silice recante litio, che funzionano da barriera alla diffusione. Essi generano uno strato protettivo che impedisce alla silice reattiva di venir ulteriormente attaccata dagli ioni ossidrili.

Bibliografia.

1. Sersale R. La reazione alcali-silice e l'attacco solfatico interno: due ulteriori cause di degrado chimico del calcestruzzo di cemento. *Rend. Acc. Sc. fis. mat. Napoli*, 68, 119-127 (2001).
2. Stanton D.E. The expansion of concrete through reaction between cement and aggregate. *Proc. Amer. Soc. Civ. Engrs*, 66, 1781-1811 (1940).
3. Lindgard J., Nixon P.J., Schouenborg B., Wigum J.B., Haugen M., Akesson U. The EU "Partner" Project- European Standard Tests to Prevent Alkali Reaction in Aggregates. Final Results and Recommendations. *Cement Concrete Res.*, 40, 4, 611-635 (2010).
4. RILEM AAR-2. Detection of potential alkali-reactivity of aggregates - the ultra accelerated mortars bar test. *Materials Structure*, 33, 283-289 (2000).
5. RILEM AAR-4. Detection of potential alkali-reactivity of aggregates – accelerated (60°C) concrete prism test. (in via di pubblicazione).
6. Sersale R. Advances in Portland and blended cements. 9th ICCB, I Congress Reports, 261-302. New Dehli (1992).
7. Sersale R., Frigione G. On the minimization of the alkali-aggregate reaction. Influence of pozzolanas, powdered volcanic tuff, blast furnace slag and fly ash. *Proc 7th Int. Conf. on Alkali-Aggregate Reaction*. P.E. Grattan-Bellew Ed., Ottawa, Canada (1986).
8. Shehata M., Thomas M. D. A. The role of alkali content of Portland cement on the expansion of concrete prisms containing reactive aggregates and supplementary cementing materials. *Cement Concrete Res.*, 40, 4, 569-574 (2010).
9. Chen W., Brouwers H.J.H. Alkali binding in hydrated Portland cement paste. *Cement Concrete Res.*, 40, 5, 716-722 (2010).
10. Multon S., Cyr M., Sellier A., Diederich P., Petit L. Effects of aggregate size and alkali content on ASR expansion. *Cement Concrete Res.*, 40, 4, 508-516 (2010).
11. Shayan A., Xu A., Chirgwin G., Morris H. Effects of seawater on AAR expansion of concrete.. *Cement Concrete Res.*, 40, 4, 563-568 (2010).
12. Shayan A., Morris H. A case study. Deterioration of precast, prestressed concrete piles in marine environment. *Concrete Plant Precast Techn.*, 72, 1, 38-47 (2006).
13. McCoy E. J., Caldwell A.G. New approach to inhibiting alkali-aggregate expansion. *Journ. Amer., Concrete Inst.*, 22, 693 (1951).
14. Feng X., Thomas M.D.A., Bremner T.W., Folliard K.J., Fournier B. Summary of research on the effect of LiNO₃ on alkali-silica reaction in new concrete. *Cement Concrete Res.*, 40, 4, 636-642 (2010).
15. Feng X., Thomas M.D.A., Bremner T.W., Folliard K.J., Fournier B. New observations on the mechanism of lithium nitrate against alkali-silica reaction (ASR). *Cement Concrete Res.*, 40, 1, 94-101 (2010).

Il miracolo di San Gennaro: esperienze e considerazioni di un biologo molecolare

Nota del socio ord res Giuseppe Geraci¹
(Adunanza del 4 giugno 2010)

Key words: San Gennaro, blood, miracle, enzyme decomposition

Abstract – Events are recalled that brought the author to be interested in the peculiar phenomenology periodically occurring in the relic of San Gennaro's blood conserved in the Cathedral of Naples (Italy). Results of weight measurements performed in a period of four years on the theca containing that relic are reported together with previous spectroscopic analyses indicating that the content is blood. Analyses could be directly performed on the content of another ancient blood relic, coming from the Treasure of the Monastery of Camaldoli in Naples (Italy). The results demonstrated that it contained human blood. The phenomenology observed when the Camaldoli relic was opened suggested the natural conditions that, applied to a human blood sample, sealed in an ampoule, conferred it the capacity to undergo, by gentle shaking, repeated solid to liquid transitions.

Riassunto – Si ricordano le vicende che generarono l'interesse dell'autore per i fenomeni che periodicamente si osservano nella reliquia di sangue di San Gennaro conservata nella Cattedrale di Napoli (Italia) e i risultati delle misure di peso eseguiti sulla teca che la contengono fatte in un periodo di quattro anni. Si riportano anche i risultati d'analisi fatte direttamente sul contenuto di un'altra antica reliquia apparentemente contenente sangue, proveniente dal tesoro del Monastero dei Camaldolesi in Napoli. I dati dimostrarono che il suo contenuto era sangue umano. I fenomeni osservati quando l'ampolla Camaldolese fu aperta suggerirono le condizioni naturali che, applicate ad un campione di sangue umano sigillato in una fiala, gli conferirono la caratteristica di passare da solido a liquido per semplici capovolgimenti.

1. Introduzione

Nella primavera del 1979 ricevetti nel mio studio, nell'allora Istituto di Biologia Generale e Genetica dell'Università di Napoli Federico II, una telefonata che mi rimandò indietro più di trent'anni. Riconobbi immediatamente la voce di don Luigi Petito, un giovane prete che negli anni del secondo dopoguerra aveva organizzato l'associazione "Gioventù Studentesca" al Corso Vittorio Emanuele in Napoli, che

¹ Soc. Naz. Scienze Lettere e Arti in Napoli, Via Mezzocannone, 8 Napoli

riuniva principalmente studenti delle scuole medie e che io frequentavo allora assiduamente. Negli anni, la voce di don Petito e la sua persona mi erano rimasti vivi nel ricordo.

Nella sua telefonata don Petito mi invitò a fargli una visita in Cattedrale, di cui era parroco, per parlarmi di un suo progetto riguardo il miracolo di San Gennaro, dove la mia esperienza professionale di biologo molecolare poteva fornire un contributo scientifico di chiarificazione. Accettai di incontrarlo e iniziò così il mio coinvolgimento in una problematica che non mi era familiare.

2. Prime esperienze con la problematica del miracolo di S. Gennaro

Quando mi recai in Cattedrale Monsignor Petito mi dette da leggere alcuni libri contenenti informazioni rilevanti riguardo il miracolo di San Gennaro. In uno di questi (1, pag. 195) notai delle misure di peso che, se verificate, erano senza dubbio da considerarsi un miracolo. Infatti, due professori di Chimica dell'Università di Napoli, Sperindeo e Silva, riferivano di differenze di peso da loro rilevate sulla Teca contenente la Reliquia. In particolare G. Sperindeo riferiva che tra le pesate di maggio e quelle di settembre del 1902 aveva rilevato una differenza di ben 28 grammi (2). L'autore specificava che le misure erano state verificate ripetendo la pesata dopo aver cambiato la posizione della teca e dei pesi sui due piatti di una bilancia per esperimenti di fisica. In una successiva pubblicazione Sperindeo e Silva riportavano una serie di misure prese due anni dopo, nel periodo dal 19 al 26 settembre 1904, dove apparivano differenze continue di peso, con un massimo di ben 11 g tra la misura del 19 settembre, corrispondente a 1015 g, e quella del 21 settembre successivo di 1004 g (3). Dichiarai a Monsignor Petito che se avessi constatato che la teca con la Reliquia avesse mostrato una qualsivoglia fluttuazione significativa di peso mi sarei attivato per organizzare una commissione di esperti, di fama mondiale, per verificare il fenomeno. Questo perché il peso, a differenza delle altre caratteristiche quale il colore e lo stato solido o fluido, è per sua derivazione il risultato del prodotto di due sole costanti e quindi, anche teoricamente, non poteva assolutamente variare. Convenimmo che la misura del peso era l'indagine più significativa per documentare una miracolosità del fenomeno e che non costituiva rischio per l'integrità della Reliquia. Qualche tempo dopo mi fu comunicato che la Curia aveva autorizzato la determinazione delle misure di peso iniziando in occasione della cerimonia del settembre 1979.

3. Misurazione del peso della reliquia di sangue di San Gennaro.

Le misure, i cui risultati globali sono riportati nella Tabella I, furono effettuate da me e, nei giorni in cui le mie attività me lo impedivano, dallo stesso Monsignor Petito a cui avevo brevemente illustrato come doveva essere centrata la bolla della bilancia per il suo corretto funzionamento e come il carico dovesse essere disposto baricentrico sul suo unico piatto. Due furono le bilance usate: dal 1979 al 1980 una bilancia Mettler e negli anni successivi una Galileo, entrambe che permettevano di misurare fino a un chilogrammo e precise al centigrammo. Per mia sicurezza, avevo

deciso di controllare la risposta della bilancia tarandola, prima di effettuare le misure sulla teca, sempre con uno stesso peso da 1 Kg. Con la tara mobile della bilancia elettronica avevo dovuto sottrarre 100 g per portare in scala la misura della teca che risultò pesare circa 1090g, a differenza di quanto riportato nelle misure del 1902-1904. Mi fu riferito che la differenza di peso da me rilevata poteva essere dovuta ad un intervento orafo sulla teca che era stato fatto nel periodo successivo alle misure di Sperindeo e Silva. La misura iniziale la feci il 19 settembre 1979, prima della esposizione della teca ai fedeli, dietro l'altare della cappella del Tesoro di San Gennaro, appena l'allora Cardinale Ursi la prelevò dalla cassaforte in cui era riposta, alle presenza dei vari delegati. Mi ricorderò sempre lo sguardo di ammonimento che il Cardinale mi fece prima di consegnarmi la teca per permettermi di pesarla. Le altre misure furono fatte nei giorni dell'esposizione alla mattina presto o alla sera prima di riporre la teca. La bilancia era in genere sistemata su una di quelle strutture in stucco dorato, triangolari, come quelle che sostengono angioletti, non molto stabile ma in condizione da permettere una pesata sufficientemente precisa. La procedura seguita fu la stessa dal settembre 1979 al settembre 1983.

I risultati delle misure riportati in Tabella I nel loro insieme non mostrano variazioni significative. Le fluttuazioni dei singoli gruppi di valori di peso sono ben contenute considerando le condizioni di misura non ottimali. Quindi non vi era evidenza delle variazioni di peso riportate nel passato e che forse si potevano giustificare considerando l'ambiente particolare della cattedrale, i personaggi civili e religiosi presenti all'atto delle misure, la soggezione che ispira la Reliquia, le condizioni precarie di raccolta dei dati, particolarmente importanti per una bilancia del tempo, e l'aspettativa di un risultato miracoloso. Tutti questi fattori, collettivamente, avevano probabilmente esercitato una influenza negativa anche sulla capacità di valutare criticamente l'attendibilità delle misure fatte. Qualcosa di simile era successa anche a me quando feci la prima serie di misure. Nonostante usassi una bilancia elettronica, la responsabilità di avere in mano per la prima volta un oggetto così particolare e la presenza di persone interessate dalla novità, mi fecero privilegiare l'urgenza di completare l'operazione a danno della attenta cura delle condizioni di pesata. Questo appare chiaro confrontando l'oscillazione dei valori del mio primo gruppo di misure con quelli dei periodi successivi che effettuai con maggiore tranquillità dopo la precedente esperienza.

Il 5 maggio del 1986 inviai una relazione a Monsignor Antonio Ambrosanio, allora Vicario della Curia Arcivescovile di Napoli, in cui dichiaravo che consideravo terminato, con le misure di peso del settembre 1983, il mio compito di monitoraggio del peso della teca con le Reliquie del sangue di San Gennaro. I dati che avevo comunicati in precedenza in modo informale in gruppi singoli li presentavo in quella occasione in modo ufficiale nella loro globalità perché un periodo di 4 anni mi sembrava sufficientemente lungo per accertare se potevo documentare variazioni di peso come quelle riportate da Sperindeo e Silva. Aggiungevo che l'analisi statistica dei dati mediante il calcolo del t di Student non rilevava significative differenze, come appariva anche ad un esame superficiale. La Tabella I mostra i dati allegati a quella relazione.

TABELLA I
VALORI DELLE PESATE ESEGUITE DAL SETTEMBRE 1979 AL
SETTEMBRE 1983 SULLA TECA DELLE RELIQUIE DEL SANGUE
DI S. GENNARO IN NAPOLI

Anno	mese	det n.	media (g)	scar.quad. (g)	scar.max (g)	oper.
1979	Sett.	13	1092.01	1	3.42	gg
1980	Mag.	16	1091.47	0.13	0.57	gg
	Sett.	4	1091.18	0.08	0.20	gg
1981	Mag.	=				
	Sett.	4	1090.69	0.04	0.10	gg
		9	1090.86	0.27	0.82	mlp
1982	Mag.	5	1090.82	0.00	0.00	gg
	Sett.	8	1090.63	0.14	0.35	gg
1983	Mag.	7	1090.95	0.05	0.08	gg
		14	1091.04	0.42	0.95	mlp
	Sett.	5	1090.64	0.13	0.29	gg
		11	1090.65	0.40	1.28	mlp

operatore, gg, Giuseppe Geraci; mlp, Mons. Luigi Petito.

Tabella di valori inviata a Mons. A. Ambrosanio in allegato alla relazione del 5 maggio 1986.

4. La reliquia proveniente dal Tesoro del Monastero dei Camaldolesi in Napoli.

Nella primavera del 1981, in occasione delle misure di peso della teca delle Reliquie di San Gennaro, in uno scambio di idee con i Prelati del Capitolo di San Gennaro, mi fu detto che tempo prima era stato chiuso il Monastero dei Camaldoli in Napoli. Per questo motivo era stato fatto l'inventario dei beni e degli altri oggetti di rilevanza religiosa e storica da conservare nel Monastero di origine che si trova nell'Aretino. Nella procedura di registrazione degli oggetti, era stata trovata nel Tesoro una reliquia che sembrava contenere sangue. A differenza degli altri oggetti, quella reliquia non era menzionata nei registri del Monastero e non ne era stata trovata traccia in nessun altro documento. Non era quindi possibile sapere di chi fosse, cosa effettivamente contenesse, chi l'avesse depositata nel Tesoro e quando. Non potendo archivarla come oggetto di rilevanza storica per mancanza di riferimenti, era stata consegnata al Capitolo di San Gennaro con libertà di decidere cosa farne. Poiché erano in corso le misure di peso che eseguivo sulla Reliquia di San Gennaro e questa non poteva essere aperta per indagini più complete, il Capitolo mi chiese se fossi disposto ad eseguire le opportune analisi su questa diversa reliquia. Il colore rosso intenso del contenuto dell'ampolla camaldolese, la

sua fluidità, lo schiumeggiamento che si formava quando la si agitava anche leggermente, mi sembrarono indizi interessanti. Per questo motivo dichiarai la mia disponibilità ad analizzare quella reliquia perché ritenevo che i dati risultanti avrebbero aiutato a comprendere ciò che succede nella Reliquia di San Gennaro. La reliquia dei Camaldoli mi fu affidata e la conservai in una camera a 18°C del Dipartimento di Genetica e Biologia Molecolare perché mi sembrava un ambiente con caratteristiche simili a quelle di un tesoro di monastero dove era stata conservata per tanti anni. In varie occasioni osservai con attenzione quella reliquia senza convincermi ad aprirla anche se in ogni incontro in Cattedrale i Prelati del Capitolo di San Gennaro mi chiedevano se l'avessi analizzata. Dopo circa due anni di mie esitazioni, mi fu detto che se non mi sentivo di aprirla avrei dovuto restituirla. Per questo motivo mi decisi ad aprirla.

5. Specialisti presenti alla procedura di apertura della reliquia proveniente dal Tesoro del Monastero dei Camaldoli.

Nel febbraio del 1983 invitai alcuni colleghi a partecipare all'apertura della reliquia camaldolese. Oltre a me e a Laura Fucci, entrambi Biologi Molecolari del Dipartimento di Genetica e Biologia Molecolare, parteciparono all'apertura dell'ampolla Giorgio Battistuzzi, Genetista Umano dello stesso Dipartimento, Serafino Zappacosta, Immunologo della Facoltà di Medicina e Antimo D'Aniello, Biochimico della Stazione Zoologica Anton Dohrn di Napoli, che si assunse il compito principale di stabilire chimicamente l'età del materiale dell'ampolla analizzando il percento di D- amino acidi esistente nelle proteine. Per chiarezza, le molecole degli amino acidi possono essere in due strutture diverse, D e L, come le mani destra e sinistra di una persona. Quando gli amino acidi vengono sintetizzati chimicamente si produce una miscela contenente al 50% le due forme. Questa è la condizione chimica di stabilità dinamica. Negli organismi viventi viene usata enzimaticamente solo la forma L (tranne pochissime eccezioni) che perciò è quella tipica degli amino acidi delle proteine appena sintetizzate. Col tempo, però, vi è la tendenza di ogni amino acido a raggiungere l'equilibrio con la forma D in una lentissima reazione detta racemizzazione la cui velocità dipende anche dalle condizioni del campione. Su questa base, l'analisi selettiva del percento di D-amino acidi presenti nelle proteine è usata per una stima del tempo trascorso dalla loro sintesi. Questa analisi è molto delicata e richiede esperienza e tecnologia particolari che D'Aniello possedeva per i suoi studi sull'enzima D-amino acido ossidasi da epatopancreas di polpo.

6. Fenomeni osservati all'apertura della reliquia camaldolese.

Il contenuto dell'ampolla camaldolese si presentava come un liquido di colore rosso lacca, con qualche grumetto, che schiumeggiava per leggera agitazione (Fig. 1, A).

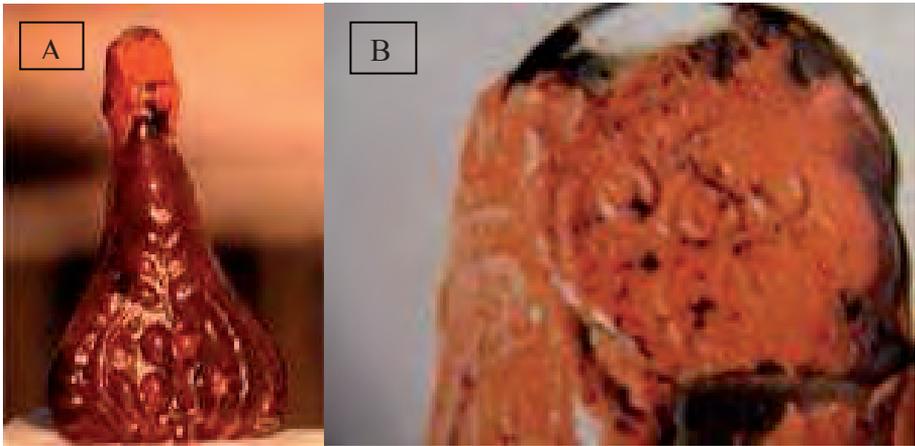


Fig. 1: A, Reliquia del Monastero dei Camaldoli;
B, Particolare del sigillo

Il tappo era sigillato con cera lacca recante una impronta molto leggera (Fig. 1, B). Feci vari tentativi di aprire l'ampolla ma senza risultato tranne quello di distruggere la sigillatura di cera lacca. Il tappo di vetro era bloccato in modo stabile, probabilmente per l'albumina infiltratasi nella smerigliatura, e non cedette nemmeno al suo riscaldamento a fiamma volante e a colpi che potevano distaccare superfici incollate. Per accedere al liquido contenuto nell'ampolla fu necessario segare il collo, cosa che feci sotto la cappa a flusso laminare dove stavo operando per sicurezza con il gruppo di colleghi che premeva alle mie spalle. Bastarono pochi colpi con un seghetto adatto per provocare improvvisamente e inaspettatamente una letterale esplosione che fece saltare il collo dall'ampolla come un tappo da una bottiglia di spumante. Un puzzo estremo di morte colpì in pieno me e tutti i presenti e si propagò anche al piano inferiore del Dipartimento. Erano fuorusciti gas di putrefazione, quelli che si diffondono e disperdono nell'ambiente impartendo l'odore particolare all'aria dei cimiteri attivi. Nel caso della reliquia, i gas erano rimasti confinati nell'ampolla sigillata. Con nostra sorpresa il contenuto dell'ampolla da liquido rosso lacca si trasformò in una sorta di gel solido e di colore marrone scuro. Quella trasformazione rendeva problematica la distribuzione del suo contenuto tra i colleghi perché il collo dell'ampolla aveva diametro interno molto piccolo che permetteva l'accesso di punte di micropipette per liquidi ma rendeva difficile prelevare solidi. Pensai che la rapida solidificazione era conseguenza della diminuzione di pressione dei gas che si erano liberati perché la variazione era stata così rapida da far escludere decisamente un effetto dovuto a un possibile ingresso dei gas dell'aria. Era probabile allora che la liberazione delle ammine volatili compresse nell'ampolla avesse permesso la reticolazione di residui di proteine. Per questo motivo feci aggiungere 20 microlitri di una soluzione di EDTA 2M per bloccare il calcio come si fa per mantenere liquido il sangue da usare per alcune

analisi cliniche. L'aggiunta, eseguita dalla Fucci che aveva il suo laboratorio lì accanto, ebbe immediatamente effetto e il contenuto tornò liquido di colore rosso vivo. Ognuno ebbe un volume di circa 300 microlitri per le analisi che si era impegnato a fare, con l'eccezione di Serafino Zappacosta che ne richiese 5 ml. Restava ancora circa 1 ml per necessità analitiche aggiuntive.

7. Prove analitiche che la reliquia camaldolese conteneva sangue umano.

Il contenuto dell'ampolla, opportunamente diluito in un tampone fosfato neutro, presentava lo spettro tipico delle emoproteine, con un massimo prevalente a 404 nm, detta regione di Soret, e due altri picchi minori alle lunghezze d'onda di circa 572 nm e 538nm, con ampiezze in un rapporto tipico di emoglobine ossidate. L'elettroforesi delle proteine in tampone barbital aveva generato una strisciatura continua per colorazione con blue coomassie mentre l'elettroforesi in ambiente denaturante di SDS aveva presentato il pattern tipico delle proteine del siero di sangue, con bande principali corrispondenti alle globine alfa e beta dell'emoglobina e alla sieralbumina e bande minori delle altre globuline, ben individuabili anche se non nette.

L'identificazione umana dei vari componenti del sangue risultava chiaramente da analisi immunologiche di riconoscimento con il test di Outcherlony usando tre diversi anticorpi di pecora anti-sieralbumina, anti-gamma-globuline e anti-emoglobina umane che riconobbero quei componenti nel liquido dell'ampolla. Chiaramente i risultati delle elettroforesi e quelli delle prove immunologiche identificavano il contenuto dell'ampolla come sangue umano.

8. Prove di persistenza di alcune attività enzimatiche tipiche del sangue nella reliquia camaldolese.

Per semplicità, in Tabella II sono elencati i saggi effettuati e i risultati ottenuti che confermarono enzimaticamente l'identificazione fisica del sangue.

TABELLA II
SAGGI DI ATTIVITA' DI ALCUNI ENZIMI ESEGUITI SUL SANGUE
DELLA RELIQUIA DEL MONASTERO DEI CAMALDOLI

Attività positive	Attività non rilevabili
GOT*	LDH
GPT*	Fosfatasi Alcalina
RN-asi	ColinesterasiI
Amilasi	γ -Glut.-transpeptidasi

*, attività rilevabile solo con coenzima aggiunto alla miscela di incubazione.
Valore pari circa al 50% di quello atteso per sangue fresco

È sorprendente come si siano rivelate attività enzimatiche dopo centinaia di anni di conservazione, forse per le condizioni estreme di pH della soluzione causate dalla sigillatura. E' da notare che il pH della soluzione originale risultava non esattamente misurabile con l'apparecchio a mia disposizione che indicava un valore superiore a 12, che pertanto poteva essere solo indicativo di alta alcalinità.

I dati di attività catalitica fornirono prova che la capacità di alcuni enzimi di effettuare catalisi dipende da un "core" strutturale molto resistente alla decomposizione. È particolarmente interessante che le attività GOT e GPT, non misurabili se la soluzione veniva saggiata con un normale test di analisi, mostravano valori superiori al 50% di quelli attesi da un sangue fresco se alla miscela di incubazione si aggiungeva il coenzima piridossal fosfato.

9. Prove di datazione del contenuto della reliquia camaldolese.

Le proteine presenti nel liquido dell'ampolla furono idrolizzate in amino acidi con un metodo che non provoca racemizzazione degli amino acidi e l'acido D-aspartico fu determinato enzimaticamente con le tecniche messe a punto alla Stazione Zoologica di Napoli. L'acido D-aspartico risultò circa 13% del totale. La velocità di racemizzazione dell'acido L-aspartico nella forma D, stimata in reperti datati mediante determinazione dell'isotopo ^{14}C , era risultata mediamente di 0,03% per anno. Su questa base si calcolò che era trascorso un tempo di 433 anni dalla sintesi di quelle molecole (13/0,03). Ovviamente, condizionamenti che dipendevano dall'ambiente in cui si era trovata la proteina (stato liquido, temperatura e pH) rendevano quel valore soltanto indicativo. Per questo motivo cercai successivamente di ottenere una datazione diversa basata su valutazioni storiche, derivanti dall'aspetto della custodia e della stessa ampolla. Mi rivolsi a vari esperti ma l'aiuto fondamentale mi venne dato dall'agiologo prof. Ennio Moscarella che telefonò all'allora direttore del Museo di San Martino in Napoli, dott. Teodoro Fittipaldi che molto gentilmente si dichiarò disponibile a ricevermi. Quando portai astuccio e ampolla al museo il dott. Fittipaldi immediatamente riconobbe entrambi come prodotti del XVIII secolo napoletano e mi rilasciò una sua dichiarazione al riguardo (Fig. 2). La datazione chimica e quella storica avevano dato risultati molto concordanti.

10. Preparazione di un campione di sangue umano in stato solido capace di passare allo stato fluido per inversioni o scuotimento del contenitore.

Darò nel successivo paragrafo qualche notizia di carattere specialistico, necessaria solo per comprendere il ragionamento che mi portò a contaminare un mio campione di sangue, far iniziare la sua decomposizione, sigillarlo in una fiala e aspettare che si generasse uno stato solido che passasse reversibilmente a liquido per semplice scuotimento. Ciò richiese alcuni anni in cui feci interventi successivi di contaminazione fino ad ottenere il risultato che mi aspettavo e cioè un campione del mio sangue in forma solida che per ripetute inversioni passava a liquido e che

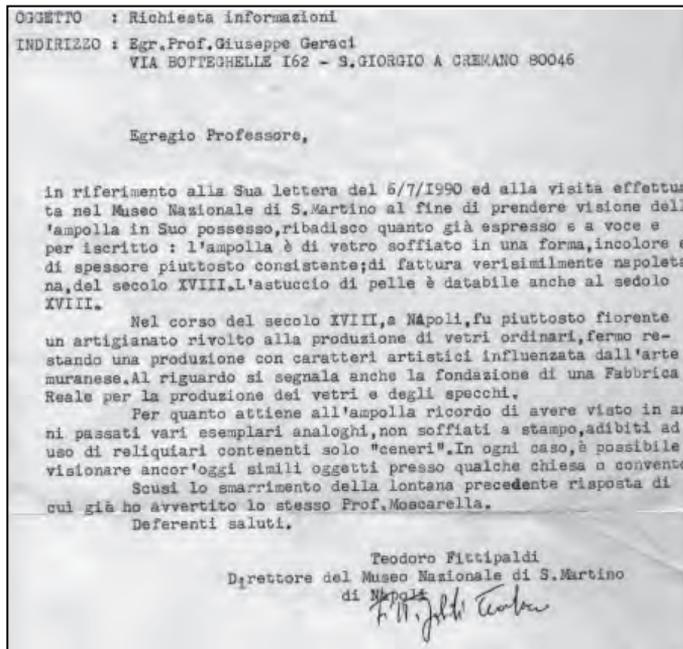


Fig. 2, Lettera del dott. Fittipaldi sulla reliquia dei Camaldoli.

dopo un periodo di riposo si presentava di nuovo solido permettendo di ripetere il processo. La prima volta mi capitò di fare la prova davanti a un collega di biologia molecolare, il prof. Vincenzo De Simone della Facoltà di Medicina, che era nel mio studio per motivi professionali e che mi chiese di vedere come stesse procedendo l'esperimento sul mio sangue. Quando presi la fiala dalla vetrinetta in cui la conservavo, il suo contenuto era un solido di colore rosso brunastro (Fig. 3). Feci alcune inversioni della fiala e il contenuto cominciò a diventare parzialmente fluido per poi diventarlo totalmente. Il prof. De Simone mi disse in seguito di aver presentato i miei risultati nelle lezioni del suo corso di Biologia Molecolare. Ebbi occasione di mostrare pubblicamente la transizione da solido a liquido del campione del mio sangue in una conferenza-incontro che ci fu a Città della Scienza (2) e successivamente a giornalisti e fotografi de "Il Tempo" di Roma, che pubblicò articoli in due occasioni (3). La transizione da solido a liquido del campione del mio sangue diventava ogni volta più difficile, e in occasione di una dimostrazione nel mio studio, alla presenza di colleghi più giovani, la fiala mi sfuggì di mano e si ruppe.

Riporto di seguito, per gli interessati, alcune considerazioni che mi indicarono come trattare il campione del mio sangue per renderlo capace di passare ripetutamente da solido a liquido, usando condizioni naturali che potevano riprodurre quel che accadeva nel passato quando si raccoglieva sangue da martiri e santi. Il sangue della reliquia camaldolese era passato da liquido rosso cupo schiu-



Fig. 3, Campione di sangue umano parzialmente decomposto che diventava liquido per ripetute inversioni.

meggiante a solido rosso brunastro appena i gas contenuti al suo interno si erano dispersi nell'ambiente. Questo mi suggeriva che la transizione da liquido a solido poteva essere dovuta a una diminuzione di pH conseguente alla diminuzione di pressione della fase gassosa che aveva provocato l'uscita dalla soluzione delle ammine volatili prodotte dalla decarbossilazione degli amino acidi, come era evidente dal cattivo odore emanato dalla ampolla alla sua apertura. Che il sangue fosse almeno parzialmente decomposto non meravigliava perché un sangue antico aveva poca probabilità di essere sterile per come veniva raccolto. In alcuni casi lo si assorbiva con pannolini o con spugne per trasferirlo in ampolle o fiale come "memoria sanguinis". La chiusura del sangue in una ampolla, se non era perfetta, nel tempo avrebbe permesso l'evaporazione dell'acqua che combinata alla decomposizione delle proteine, avrebbe lasciato alla fine un materiale residuo pulverulento rossastro scuro per la presenza di ematina dell'emoglobina. Se la chiusura era fatta con un tappo smerigliato il siero della soluzione poteva sigillare il tappo separando definitivamente il contenuto interno dall'ambiente esterno. In questo caso, se avveniva decomposizione, le ammine prodotte dalla decomposizione degli amino acidi, metilammina, cadaverina, putrescina e altre simili, non potendo diffondersi nell'ambiente, si sarebbero accumulate all'interno distribuendosi tra la fase gassosa e quella liquida. Il loro aumento nella soluzione aumentava il pH portandolo a valori di alcalinità ai quali ogni attività non poteva più procedere e il processo di decomposizione si fermava lasciando il campione allo stato liquido. Questo stato sembrava corrispondere alla condizione della reliquia dei Camaldoli. Diverse altre reliquie, considerate di sangue, sono in un analogo stato liquido (4, pag. 226). Il colore della soluzione dipende dal fatto che l'emoglobina variamente e parzialmente decomposta è ancora capace di legare diverse molecole anche se con bassa affinità e il legame produce un colore rosso cupo che somiglia, ma non corrisponde, a quello della ossi-emoglobina per differenze nei valori di lunghezze d'onda ed ampiezza dei massimi di assorbimento. Un ligando come presumibilmente le ammine, con bassa affinità per l'eme, si dissocia dall'emoglobina se la sua pressione parziale diminuisce. Il colore della soluzione passa a rosso brunastro, il pH diminuisce e il calcio presente produce una

reticolazione dei residui di proteine (in particolare trombina) formando uno stato non fluido. Questa ipotesi forniva una interpretazione a quanto era successo all'apertura della reliquia dei Camaldoli e fu quella che mi diresse nello sperimentare col mio sangue. Una discussione più approfondita sui ligandi, la loro affinità per la met-emoglobina e cromogeni, sui loro effetti sul pH e sull'effetto di questo sulla reticolazione dei residui di trombina, esorbita dagli scopi di questa nota. Risulta chiaro che le condizioni che generano uno stato reversibile, controllato dalla dissoluzione di gas ligandi molto particolari, non si possono riprodurre facilmente. Sulla base di questa ipotesi si può anche immaginare come sia possibile che in certi casi si osservi un aumento temporaneo di volume della soluzione. Infatti, se si mescola abbastanza la fase liquida con la gassosa, la concentrazione di gas nella fase liquida aumenta. A riposo, il suo ritorno alla fase gassosa è certamente più rapido dallo stato di liquido superficiale che così si reticola mentre il gas delle parti più interne, separandosi successivamente, schiumeggia e aumenta il volume della soluzione perché non può trasferirsi rapidamente alla fase esterna per difficoltà nell'attraversare lo stato superficiale semisolido.

11. L'ampolla delle reliquie di San Gennaro contiene sangue?

La mia esperienza diretta sulla reliquia di sangue di S. Gennaro è limitata alle misure di peso. Mi sembra però opportuno fare alcune considerazioni su misurazioni fatte da altri in condizioni sperimentali che mi sono apparse precise e che non sono state discusse in modo appropriato. Mi riferisco ad analisi spettroscopiche eseguite due volte sulla reliquia del sangue di San Gennaro. Una prima volta nel 1902 da Sperindeo e Januario (5), e una seconda volta nel 1989 da un team di studiosi (6) in occasione del VI centenario della notizia della liquefazione del sangue. La procedura è stata un po' diversa nei due casi ma il risultato è stato simile. L'analisi spettroscopica è stata eseguita su uno strato sottile di liquido sulla parete della ampolla, bagnata inclinando la teca. Nella pubblicazione riguardante le analisi più recenti (6), sono riportate una successione di fotografie che documentano l'assorbimento della luce osservato a vari tempi dalla formazione dello strato sottile sulla parete dell'ampolla. Le varie fotografie mostrano andamenti di assorbimento che gradualmente variano da una condizione iniziale di due bande principali nella regione tra 500 e 600 nm, come quelle corrispondenti alle bande alfa e beta tipiche dell'emoglobina che ha il ferro legato (in interazione con una molecola), ad una condizione finale in cui le due bande di assorbimento si spostano avvicinandosi tra loro fino a formare una unica banda in una regione intermedia (ferro non più interagente con un ligando). Solo le emoproteine possono generare simili spettri di assorbimento variabili in quella regione della luce visibile e, oltre alla emoglobina, l'altra principale molecola è la mioglobina. Ma questa proteina si trova solo nei muscoli di animali e il suo isolamento, complesso e difficoltoso anche usando le conoscenze e le tecnologie attuali, fa decisamente escludere la sua presenza nella reliquia. La registrazione degli spettri con apparecchi più moderni dello spettroscopio a prisma potrebbe documentare, come nel caso del contenuto della reliquia dei Camaldoli, la esatta

lunghezza d'onda corrispondente ai massimi di assorbimento, i loro rapporti di intensità e la presenza di bande accessorie permettendo forse di identificare particolari stati cromogeni della molecola di emoglobina. Ma non aggiungerebbe significatività all'identificazione fatta con lo spettroscopio. Analisi chimiche dirette potrebbero stabilire se il sangue nella reliquia di San Gennaro è umano e qual è la sua datazione, ma non certo a chi era appartenuto. A questo proposito ritengo che il sangue nella reliquia di San Gennaro sia umano per due motivi. Uno è che il sangue umano è sempre stato un materiale facile da ottenere, e particolarmente nel passato, quando il salasso era usato come rimedio per molti mali. Un altro è che tentativi da me condotti, in parallelo a quelli sul mio sangue, sul sangue di coniglio e di gallina, scelti perché facilmente disponibili, sono stati entrambi negativi. Questi risultati negativi suggeriscono che i particolari meccanismi di coagulazione e lisi del coagulo, che sono diversi nei vari animali, limitano la possibilità di solidificazione reversibile al sangue umano.

In conclusione, gli esperimenti sulla reliquia dei Camaldoli, contenente sangue, dimostrano che l'apertura dell'ampolla perturba il delicato equilibrio del sistema e che se si aprisse la reliquia di sangue di San Gennaro, anche con un piccolissimo foro, in qualunque condizione, si avrebbe un danno difficilmente rimediabile. Nelle prove per produrre un campione del mio sangue capace di passare da solido a liquido ho diverse volte aperto la fiala che lo conteneva per introdurre contaminanti fino a che, per caso, mi sono trovato nelle condizioni giuste. Proprio la casualità del mio risultato fermamente mi convince che in nessun caso si possa pensare di esporre una reliquia del valore religioso, storico e culturale come quella del sangue di S. Gennaro, a manipolazioni casuali che non possono offrire garanzia di ripristino delle condizioni iniziali.

Riferimenti bibliografici

1. G.B. Alfano e A. Amitrano (1950) *Il miracolo di San Gennaro in Napoli*. Napoli, Tip. Scarpati, 2^a edizione, pag. 195
2. G. Sperindeo (1903) *Il miracolo di San Gennaro*. Tip. D'Auria, Napoli, pag. 63
3. Silva C. (1905) *Il miracolo di San Gennaro*. Civ. Catt. e Riv. Di Sc. e Lett. , Napoli Vol XII, pag. 157-158
4. Conferenze di Città della Scienza. (6 maggio 1997) Sac. Aldo Caserta e Giuseppe Geraci. *Tra scienza e fede, riflessioni a partire da una indagine scientifica sul miracolo di San Gennaro*. Napoli
5. Articoli su Il Tempo di Roma: 11 febbraio 1997 –pag. 10 e pag. 26; 10 marzo 1997 –inserto Scienza a Napoli
6. G. B. Alfano e A. Amitrano (1951) *Notizie storiche ed osservazioni sulle reliquie di sangue conservate in Italia e particolarmente in Napoli*. Tip. "Adriana", Napoli.
7. G. Sperindeo (1903) op. cit. pag. 67-72
8. (1990) *Le reliquie di San Gennaro custodite nel Duomo di Napoli. Ricerche scientifiche. Atti del convegno nel VI centenario della prima notizia di liquefazione del sangue (1389-1989) Napoli 16 dicembre 1989*. A.C.M., Torre del Greco.

**Cementi compositi preparati con “pozzolane” in micro e nanoscala.
Blended cements manufactured with micro and nanoscale “pozzolans”.**

Nota del Socio ord. res. Riccardo SERSALE
(Adunanza del dì 9 novembre 2010).

Riassunto. Vengono passati in rassegna i risultati della più recente letteratura, rivolti a contrastare l'inconveniente di un più lento sviluppo delle prime resistenze meccaniche dei cementi compositi. Nell'ambito dell'innovazione, viene presa in considerazione la possibile velocizzazione del processo d'idratazione, mediante impiego di prodotti cementizi supplementari, reattivi, ultrafini. Tale modificazione consente tanto un abbassamento dei tempi d'attesa, necessari all'avvio dell'idratazione, quanto una possibile diminuzione del tenore di clinker dei corrispondenti cementi, senza pregiudizio del comportamento tecnico e con conseguente riduzione delle emissioni di CO₂.

Parole chiave: Cementi compositi. Aggiunte attive in micro e nanoscala.

Summary. The issues of the late bibliography concerning the reduction of a slower development of early mechanical strength of blended cements, are reviewed. Within the innovative cement production, the possible hydration process acceleration, as well the induction period shortening, are studied, using ultrafine cementitious reactive supplementary materials. Such an amendment allows both a lowering of the wait for hydration beginning and a clinker amount decrease, without damage of the excellent technical behaviour, together with CO₂ emissions drop.

Key words: Blended cements. Reactive additions in micro and nanoscale.

La crescente richiesta di cemento in tutto il mondo e la necessità di mitigare il “global warming” (1), hanno da tempo imposto il ricorso a cementi compositi, preparati tagliando il clinker di Portland con prodotti cementizi supplementari, reattivi. Le emissioni dei forni a cemento incidono infatti per il 5% sul totale di CO₂, prodotto dalle attività antropiche. Il rimpiazzo parziale di clinker con prodotti a comportamento “pozzolanico” (scorie d'alto forno macinate, ceneri volanti povere di calce, pozzolane naturali, fumo di silice, argille torrefatte, ecc.) (2), prodotti che hanno una composizione abbastanza costante e sono reperibili in relativa sufficienza, consente un contenimento delle emissioni.

In Europa il mercato è già dominato da tali leganti, i quali costituiscono i 2/3 del consumo totale di cemento. Negli Stati Uniti giocano invece un ruolo soltanto minore (3), probabilmente perché il taglio del clinker con aggiunte minerali provoca uno sviluppo più lento delle prime resistenze meccaniche. Fin quando non compare la calce d'idrolisi, prodotta dall'idratazione dei silicati, l'aggiunta attiva si comporta infatti da inerte.

Le modalità del rimpiazzo di clinker con aggiunte attive variano da Paese a Paese. In Europa occidentale i prodotti cementizi supplementari vengono in massima parte utilizzati per la produzione di cementi compositi, mentre negli Stati Uniti sono più frequentemente aggiunti direttamente al calcestruzzo (4). Ai fini della riduzione delle emissioni di CO₂, questa variazione non porta però differenza.

Con lo scopo di una sempre maggiore utilizzazione di cementi compositi e, possibilmente, di un sempre più alto rimpiazzo di clinker con prodotti cementizi supplementari, si impone pertanto una migliore conoscenza dei fattori che concorrono alla loro reattività, con evidenti ricadute sia sulla conservazione del comportamento tecnico di tali cementi (2), sia sulla riduzione delle emissioni di CO₂.

Nell’ambito della ricerca e dell’innovazione, le molteplici vie che consentono una riduzione delle emissioni da parte dell’industria cementiera sono già state discusse in una precedente Nota (3).

Al fine di superare lo svantaggio di un più lento sviluppo delle prime resistenze meccaniche dei cementi compositi, riducendo i tempi di attesa richiesti per il passaggio dell’aggiunta da inerte a reattiva, sono state recentemente proposte nuove modalità operative.

Oggetto di ricerca è il problema sia di velocizzare l’insorgere delle prime resistenze meccaniche dei cementi compositi, che di ridurre la durata del periodo d’induzione (il periodo dormiente), accelerando la reazione con l’acqua.

È stato proposto (5) di aggiungere CaCl_2 e DEIPA (dietanol-isopropanol-ammina) ai cementi compositi, per aumentare le prime resistenze della malta alla cui produzione hanno concorso, innalzando il tasso della reazione d’idratazione. Nei provini con DEIPA viene aumentata la reazione dell’alluminato e si registra una modificazione di morfologia ed una minor formazione di portlandite $[\text{Ca}(\text{OH})_2]$, nonché un rapporto CaO/SiO_2 più alto nel C-S-H, probabilmente per inclusione di portlandite microcristallina. È stato anche posto in luce che tale additivo incrementa direttamente l’idratazione della scoria d’alto forno dopo 48 ore, in due possibili modi: o perché favorisce l’attacco delle frazioni vetrose, o perché mobilita i costituenti della scoria, promuovendone la dissoluzione.

Per giustificare l’esistenza di un periodo d’induzione, è stato condotto uno studio sul silicato tricalcico (6). È stato rilevato che la sua idratazione avviene in due momenti consecutivi. Nella prima reazione, si forma una fase intermedia, contenente monomeri di silicato idrato, che, in un secondo tempo, si trasformano in C-S-H, quale prodotto finale d’idratazione. La formazione di una fase intermedia, nei calcoli della prima idratazione del silicato tricalcico, può spiegare l’esistenza di un periodo d’induzione, la cui durata può esser ridotta accelerando la reazione con l’acqua, mediante nucleazione eterogenea su adatte superfici cristalline.

È stato recentemente prospettato che l’accelerazione del processo d’idratazione, per cementi compositi di qualità, può esser conseguita mediante taglio del clinker di Portland con prodotti cementizi supplementari ultrafini, grazie ai progressi di una tecnologia di frontiera: la nanotecnologia (7), le cui applicazioni si vanno largamente ampliando, coinvolgendo le principali attività antropiche.

Ai fini della produzione di cementi compositi di migliorate qualità, si impone pertanto una conoscenza compiuta della struttura della matrice cementizia che ne avvolge i diversi componenti, determinando le proprietà di comportamento e le prestazioni meccaniche e chimiche di malte e calcestruzzi. Alla formazione di tale struttura concorrono infatti i differenti componenti ed il relativo contenuto, nonché le condizioni di reazione e di processo. Una sua più perfetta conoscenza può esser raggiunta con lo studio del processo d’idratazione di cementi contenenti prodotti cementizi supplementari, “pozzolanici,” di altissima finezza, aprendo la strada alla produzione di materiali cementanti innovativi.

A questo punto è opportuno ricordare che le aggiunte minerali impiegate per il taglio del clinker di Portland possono appartenere a due categorie: aggiunte inerti ed aggiunte reattive. Quelle inerti (quarzo finissimo, calcare, dolomite), contribuiscono, nelle normali condizioni, ad un innalzamento della resistenza meccanica soltanto per un effetto fisico di riempimento dei vuoti che rimangono fra le particelle più grosse. Le aggiunte reattive (pozzolane naturali, scorie d’alto forno, ceneri volanti ecc.), esplicano una duplice funzione: in un primo momento riempiono fisicamente gli spazi vuoti fra le particelle più grosse, spazi che vengono occupati da un’acqua non disponibile a fluidificare gli impasti. In un successivo momento, reagiscono chimicamente secondo la ben nota reazione “pozzolanica”, e producono sia una quantità addizionale di silicato di calcio idrato, che partecipa all’innalzamento della resistenza meccanica, sia fasi idrate che sottraggono l’acqua presente, riducendo la porosità della matrice e della zona di transizione interfacciale. Gli effetti del tipo di aggiunta ultrafine sulla formazione della micro e nanostruttura, e quindi sulle proprietà del cemento prodotto, devono però esser sperimentati singolarmente per ciascun tipo, tenuto conto che il ruolo che esplicano, risulta decisivo per lo sviluppo della stessa struttura e per il comportamento finale

del manufatto. Tale comportamento, in buona sostanza, dipende dalle differenze di composizione chimica e mineralogica, nonché dal contenuto di “pozzolana” che rimpiazza il clinker.

Sul comportamento reologico dei cementi compositi hanno influenza le differenze nello stato di dispersione delle aggiunte, la morfologia delle particelle e le loro caratteristiche superficiali che dominano le proprietà di ritenzione d’acqua.

Per facilitare l’individuazione del complesso dei fattori che presiedono allo sviluppo della struttura dei cementi compositi, è stata condotta una ricerca sperimentale (8), rimpiazzando parzialmente il clinker di Portland con aggiunte ultrafini reattive, in nanoscala, costituite da silice colloidale di origine pirogenica.

È stata rilevata un’altissima reattività “pozzolanica” di tale prodotto, assai più alta di quella di prodotti a base di fumo di silice, normalmente impiegati come “pozzolane” ultrafini per la produzione di materiali cementanti avanzati e posta in luce la potenzialità della silice colloidale ad esser usata come aggiunta “pozzolanica” altamente reattiva.

La ricerca (8) è partita dai risultati di precedenti indagini, poiché anche studiosi del passato hanno esaminato le reazioni d’idratazione del cemento e delle sue fasi (C_3S) in presenza di varie silici colloidali, rilevando una riduzione del periodo d’induzione, e perfino una sua scomparsa, per aggiunta di quantità assai alte di silici attive in forma di polveri (9). È stato proposto un modello d’idratazione basato sulla formazione di uno strato quasi-stazionario nella fase liquida, soprassatura di ioni Ca^{+2} , che circondava i granelli di C_3S anidro. L’abbassamento della concentrazione di ioni calcio in soluzione accelerava la reazione del C_3S con l’acqua, con un considerevole incremento del primo picco d’idratazione e con riduzione d’intensità del secondo.

Lo studio della reazione d’idratazione del silicato tricalcico in presenza di varie silici colloidali, inclusa quella di origine pirogenica (10), ha indicato che le reazioni iniziali dipendono unicamente dalla superficie specifica della silice presente. Anche piccole quantità di silice possono accelerare l’idratazione del C_3S , il principale costituente del cemento Portland, in tal modo aumentando la velocità di sviluppo delle prime resistenze. In dissonanza con i risultati del precedente studio (9), in ogni caso sia il secondo picco principale, sia il periodo d’induzione, sono risultati del tutto simili a quelli riportati nella ricerca condotta (8). È stato anche segnalato (10) un prolungamento del periodo di pre-induzione ed un accorciamento del periodo d’induzione, con risveglio dell’idratazione del C_3S , che in tal modo inizia più presto. È stato supposto (10) che la formazione iniziale di C-S-H avverrebbe verosimilmente sulla superficie della silice, che presenta un’area superficiale specifica del medesimo ordine dello stesso C-S-H, piuttosto che sulla superficie del C_3S . Tale superficie resta pertanto relativamente libera, fin quando hanno reagito tutte le particelle di silice che si trovano in vicinanza. La rapida dissoluzione iniziale del C_3S dura pertanto più a lungo, perché gli ioni rilasciati reagiscono con la silice. Secondo tale ipotesi, il periodo d’induzione si abbrevia, perché la massima concentrazione di $[OH^-]$ viene raggiunta prima. Terminato il periodo d’induzione, la precipitazione di C-S-H sulla superficie del C_3S decorre normalmente.

Al fine di chiarire il meccanismo della reazione d’idratazione si è fatto uso di silice colloidale altamente reattiva, di origine pirogenica, denominata anche aerosil (11).

I risultati si accordano con l’ipotesi che la velocità d’idratazione venga accelerata in presenza di silice amorfa, in sistemi d’idratazione contenenti C_3S . L’accelerazione viene attribuita ad un abbassamento della concentrazione di ioni calcio ed idrossido, durante i primi minuti dell’idratazione ed all’aumento della velocità di conversione di un primo strato idrato protettivo, in un altro, meno difensivo. La conversione del primo nel secondo, verrebbe accelerata dalla silice colloidale reattiva, di origine pirogenica, per formazione di nuclei, durante primi, pochi minuti.

Allo stesso modo, le conclusioni riguardanti l’idratazione della pasta di cemento ipotizzavano che non solo l’idratazione dell’alite, ma anche il consumo di ioni solfato, venissero accelerati dalla silice colloidale reattiva, per probabile formazione di uno strato di ettringite, nei primi istanti dell’idratazione.

Sulla base delle risultanze delle ricerche su riportate e su nuovi indizi raccolti con esperimenti sul comportamento all'idratazione dei cementi composti, è stata condotta una ricerca con il proposito di individuare un meccanismo che spieghi il comportamento all'idratazione delle paste di cemento che recano come materiale cementizio supplementare la silice colloidale (8).

Si è impiegato un cemento Portland tipo 52,5 R, a basso contenuto di C_3A , per la bassa richiesta d'acqua ed il moderato sviluppo di calore, la cui composizione compare in Tab.1.

Tabella 1 – Composizione in ossidi di un cemento Portland tipo 52,5

SiO ₂	16,6 %
Al ₂ O ₃	4,62 %
Fe ₂ O ₃	4,13 %
CaO	67,1 %
Na ₂ O + K ₂ O	1,04 %
SO ₃	3,12 %
Altri	2,24 %
Superficie spec.	17 ± 0,5 (BET)

Come superfluidificante è stato adoperato un etere policarbonosilico, in proporzione 1,5-2%.

Tre silici prodotte per via pirogenica, differenti per dimensioni delle particelle, superficie specifica ed altre caratteristiche, sono state impiegate sotto forma di dispersione.

Come aggiunte “pozzolaniche” in microscala sono state usate: fumo di silice, ceneri volanti e fiore di quarzo, in proporzioni molto maggiori di quelle normalmente usate per la produzione di cementi composti, al fine di porre in luce la loro influenza sul processo d'idratazione di malte e calcestruzzi ad alte prestazioni.

Le reazioni d'idratazione sono state seguite “on line” per le prime 24 ore, registrando i diagrammi di diffrazione delle fasi cristalline neofornate.

La complessa sperimentazione ha consentito di rilevare che il decorso dell'idratazione è fortemente influenzato dal tipo d'aggiunta impiegato e dalle sue proprietà, particolarmente, fra altri parametri, dalle dimensioni delle particelle e dalla superficie specifica.

Tanto il fumo di silice, quanto le “pozzolane” in micro e nanoscala accelerano la reazione d'idratazione, fornendo abbondanti ed ampie superfici silicee reattive, che agiscono come siti per la prima precipitazione del C-S-H.

Le silici prodotte per via pirogenica, con area superficiale assai più ampia e particelle più fini di quelle comunemente recate dalle “pozzolane” in microscala, accelerano più fortemente i processi d'idratazione (riducono il periodo d'induzione).

Il parziale rimpiazzo di cemento con microfiller, induce un'agevolazione ed una riduzione del calore totale d'idratazione (riferito al legante).

Per giustificare l'effetto accelerante della silice colloidale è stato supposto (8) che essa, offrendo ampie superfici di silice attiva, serva come sito di prima precipitazione del silicato di calcio idrato. In tal modo, il primo C-S-H si formerebbe principalmente sulla superficie della silice, piuttosto che sulla superficie delle fasi più reattive (C_3A , C_3S). Poiché la concentrazione massima di OH⁻ si raggiunge più presto (al termine del periodo di pre-induzione, in luogo che al termine di quello d'induzione), una rapida precipitazione ed un consumo di ioni Ca⁺² ed OH⁻, provenienti dalle specie silicee, comporterebbe una riduzione della durata del periodo d'induzione (un accorciamento).

Il consumo di ioni Ca^{+2} provenienti dalle specie silicee anioniche, in aggiunta alla diffusione del Ca^{+2} sulla superficie della silice, potrebbe essere lo stadio controllante della velocità di reazione, per effetto del fatto che il grado di accelerazione delle reazioni d'idratazione può essere correlato alla dimensione delle particelle ed all'area superficiale specifica del prodotto adoperato in nano e microscala.

Seguendo le reazioni d'idratazione in situ, con il metodo XRD, si è riusciti ad ottenere un'ulteriore conferma dell'accelerazione dell'idratazione ad opera della silice colloidale (8). Per le paste contenenti "pozzolane" in nano e microscala e, ancor più, per le paste che contengono silice colloidale, la quantità d'idrossido di calcio cristallino formato nelle prime ore d'idratazione (prime 24 ore), risulta notevolmente più bassa di quella prodotta nelle paste prive di "pozzolane". I primi cristalli di portlandite riconoscibili, prodotti nella prima idratazione (prime 24 ore), appaiono più presto (dopo 4 ore e 36 minuti dall'inizio dell'idratazione) per le paste contenenti silice colloidale, che per quelle senza silice colloidale (5 ore e 4 minuti) e sono di dimensioni molto più minute.

Con provini contenenti "pozzolane" in nano e microscala, le indagini nanostrutturali condotte a mezzo del microscopio ad interazione atomica confermano pienamente la neoformazione di una struttura più fine (cristalli di portlandite più minuti), rilevati con il metodo XRD, e di una porosità drasticamente ridotta e pori più fini, posta in luce per adsorbimento di gas.

Conclusioni.

L'approfondito studio della reazione d'idratazione dei cementi compositi, con il proposito di superare lo svantaggio di un più lento sviluppo delle prime resistenze meccaniche, costituisce argomento d'intensa ricerca, perché il taglio del clinker di Portland con prodotti cementizi supplementari, reattivi alla calce (attività "pozzolanica"), senza sminuire le ottime proprietà di comportamento tecnico di tali cementi, concorre a ridurre le emissioni di CO_2 dei forni a cemento. Altro vantaggio di una compiuta conoscenza del decorso della reazione d'idratazione e del complesso dei fattori che governano la formazione della microstruttura del manufatto, è il possibile aumento della frazione di aggiunta attiva con cui viene tagliato il clinker di Portland.

Nell'ambito dell'innovazione e per la produzione di cementi compositi di migliorate prestazioni, la ricerca si indirizza verso tale taglio con prodotti cementizi supplementari ultrafini, con conseguente riduzione del periodo d'induzione, accelerazione dell'idratazione e comparsa più rapida della calce d'idrolisi, che, combinandosi con la silice delle aggiunte attive, neoforma ulteriore C-S-H ed innalza le resistenze meccaniche.

I risultati delle esperienze condotte con "pozzolane" in micro e nano scala, propongono pertanto una via modificata di produzione di cementi compositi, idonea a favorire il processo d'idratazione, accorciare il periodo d'induzione e velocizzare lo sviluppo delle prime resistenze meccaniche.

Bibliografia.

1. Sersale R. Sulla riduzione delle emissioni di anidride carbonica nella produzione di cemento. *Rend. Acc. Sc. Fis. mat. Napoli*, 72, 19-28 (2005).
2. Sersale R. Le aggiunte minerali al cemento Portland ordinario e le modificazioni del suo comportamento tecnico. *Rend. Acc. Sc. Fis. mat. Napoli*, 70, 97-109 (2003).
3. Sersale R. Sviluppo dell'industria cementiera e tutela dell'ambiente. *Rend. Acc. Sc. Fis. mat. Napoli*, 77 (2010).
4. Harden J. Development of clinker substitutes in the cement industry. *Zement-Kalk- Gips Intern.* 59, 2, 58 (2006).
5. Riding K., Silva D.A., Scrivener K. Early age strength enhancement of blended cement systems by CaCl_2 and diethanol-isopropanolamine. *Cement Concrete Res.*, 40, 6, 935-948 (2010).
6. Bellmann F., Damidot B., Skibsted J. Improved evidence of the existence of an intermediate phase during the hydration of tricalcium silicate. *Cement Concrete Res.*, 40, 6, 875-884 (2010).
7. Sersale R. La nanotecnologia: rivoluzione industriale del XXI secolo. *Atti Accad. Pontaniana, Napoli*, 54, 343-353 (2005).
8. Korpa A., Kowald T., Trettin R. Hydration behaviour, structure and morphology of hydration phases in advanced cement based systems containing micro and nanoscale pozzolanic additives. *Cement Concrete Res.*, 38, 955-942 (2008).
9. Kurdowski W., Nocum-Wczelik W. The tricalcium silicate hydration in the presence of active silica. *Cement Concrete Res.*, 13, 341-348 (1983).
10. Wu Zhao-Qi., Young J.F. The hydration of tricalcium silicate in the presence of colloidal silica. *Journ. Mat. Sc.*, 19, 3477-3486 (1984).
11. Stein H.N., Stevels J.M. Influence of silica on the hydration of $3\text{CaO}\cdot\text{SiO}_2$. *Journ. Applied Chem.*, 14, 338-346 (1964).

Ottimizzazione del processo di granulazione ed ampliamento degli impieghi delle scorie siderurgiche.

Optimization of granulating process and widening of steel slags employments.

Nota del Socio ord. Riccardo Sersale

(Adunanza del 3 dicembre 2010)

Riassunto. La parziale sostituzione del clinker di cemento Portland con scoria d'alto forno granulata ha raggiunto uno stadio già molto avanzato. Ciò ha spinto gli studiosi a mutare indirizzo di ricerca e rivolgere attenzione all'ottimizzazione del processo di granulazione, al fine di migliorare ancor più la reattività delle scorie. Viene preso in esame il complesso dei parametri che governano tale processo e le loro ricadute sulla produzione di granulati altamente vetrosi, a ridotta dimensione dei grani, a basso contenuto d'umidità.

Si passa successivamente alla trattazione del possibile impiego anche delle scorie acide, cristalline, provenienti dalla produzione d'acciaio con forni ad arco elettrico, alla produzione di cementi compositi, quale materiale cementizio di rimpiazzo parziale del clinker. Si sottolinea che, mediante rifusione e tempra, si può realizzare una modifica complessiva della composizione chimica e della struttura e conferire attività idraulica.

Si esaminano infine i possibili impieghi delle scorie basiche da siviera.

Parole chiave: Scoria d'alto forno granulata. Scorie da forni ad arco elettrico. Scorie basiche da siviera.

Summary. The partial substitution of cement Portland clinker by granulated blast furnace slag has become established. Researchers attention has therefore turned towards granulating process optimization, in order to improve more and more slag reactivity. The whole of the factors affecting the process and the effects of manufacturing highly vitreous slag with reduced particle size distribution and low water content, are discussed.

The possible utilization of water quenched electric arc furnace acid slags, too, as partial replacement of Portland cement clinker, in order to change chemical composition and structure and infer hydraulic activity, has been subsequently enlightet.

The employments of ladle furnace basic slag as building materials has been investigated, too.

Key words. Granulated blast furnace slag. Electric arc furnace steel slags. Ladle furnace basic slag.

Il bisogno di ridurre le emissioni di biossido di carbonio, provenienti dalla produzione del clinker di cemento Portland, rende sempre più necessario il suo rimpiazzo parziale con materiali cementizi supplementari.

Il crescente calo della disponibilità di quelli tipici: scoria d'alto forno (per gli avanzamenti della tecnologia siderurgica), e ceneri volanti (per l'emergere delle tecnologie alternative e la conseguente riduzione di quella da carbone), impone un impiego sempre più avveduto delle risorse utilizzabili, unitamente alla ricerca di materiali cementizi supplementari sostitutivi.

Il problema è reso ancor più pressante se si considera, ad esempio, che il rapporto mondiale produzione di cemento/produzione di scoria d'alto forno è pari a circa 9:1 (anno 2008) (1), ciò che indica che i prodotti supplementari tipici non possono rappresentare l'unica alternativa.

Va anche ricordato che la domanda mondiale di cemento è aumentata dal 1960 più di dieci volte, da circa 280 milioni di tonnellate a 2.9 miliardi di tonnellate nel 2008 ed il Battelle Memorial Institute (2) prevede nel 2020 una domanda di cemento di 2.4-3.2 miliardi di tonnellate e, nel 2050, di 3.7-5.4 miliardi.

Di pari passo con la richiesta di cemento, quella di acciaio è quadruplicata. Da circa 345 milioni di tonnellate nel 1960, si è passati nel 2008 ad 1.33 miliardi di tonnellate (3). Ogni tonnellata di metallo fuso comporta la produzione di 160-500 kg di scoria d'alto forno o di scoria d'alto forno granulata, rispettivamente.

La Fig.1 riporta la produzione mondiale di: cemento, acciaio greggio, metallo fuso e scoria d'alto forno granulata, a partire dal 1960 (3). Si rileva che, in armonia con la domanda, la produzione di metallo fuso è aumentata da 258 milioni di tonnellate a circa 932 mt.

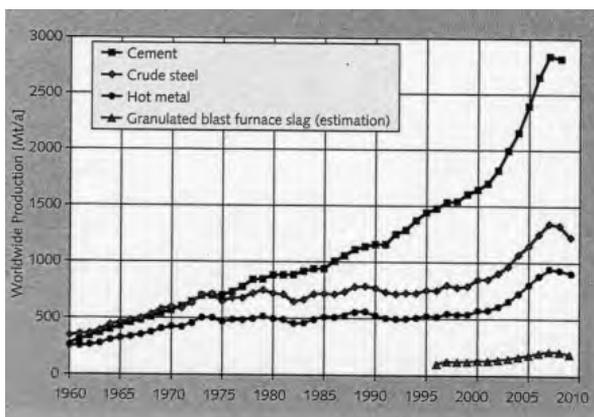


Fig.1 - Produzione mondiale di cemento, acciaio greggio, metallo fuso e scoria d'alto forno granulata (1).

I processi di produzione d'acciaio e di cemento o calcestruzzo rappresentano settori chiave nelle economie nazionali in tutto il mondo e sono strettamente legati la scoria granulata. Sono soggetti a cicli economici e stagionali che possono anche decorrere con andamento non parallelo.

Un grande alto forno, con un diametro a cuore di 15 metri, può produrre più di 12.000 tonnellate di metallo fuso/giorno. In corrispondenza, circa 3.300 tonnellate di scoria d'alto forno vengono rese disponibili. Nel 2008 circa 6.7 milioni di tonnellate di scoria d'alto forno sono state sottoposte a processo di granulazione, corrispondenti all'85% del quantitativo totale prodotto. Il rimanente 15% ha formato scoria d'alto forno cristallina, raffreddata all'aria e priva di proprietà idrauliche latenti ed è stata principalmente impiegata per opere stradali.

Sempre nel 2008, circa 25 milioni di tonnellate di scoria d'alto forno granulata sono state prodotte nei 27 Paesi dell'Unione Europea, mentre la produzione mondiale è stata stimata prossima a 210 milioni, ciò che converge nell'indicare che il 30% di scoria d'alto forno prodotta nel mondo non viene granulata (1).

All'incirca il 65% dell'acciaio prodotto nel mondo viene ottenuto con processi che impiegano alti forni o convertitori ad ossigeno, mentre il 35% viene prodotto con forni elettrici.

L'ingente consumo di materie prime e di energia per la produzione di clinker e la conseguente, massiccia emissione di biossido di carbonio, impongono la ricerca di innovazioni, specie se, per ridurre le emissioni, devono esser operati ulteriori tagli della frazione clinker nel cemento composito. Si guarda perciò con maggiore attenzione alle scorie provenienti dai differenti processi siderurgici. Esse si suddividono in quattro differenti tipi:

- scoria d'alto forno (BFS);
- scoria acida da forno elettrico ad arco (EAFS);
- scoria basica da siviera (LFS);
- scoria basica da convertitore ad ossigeno (BOFS).

La composizione chimica media delle prime tre è riportata in Tabella 1, unitamente a quella del clinker di Portland. I processi di conversione ad ossigeno, impiegando una carica composta per il 70-90% da ghisa liquida ed il rimanente da rottami di ferro, sono produttori di scoria minori (BOFS).

Tab.1 – Composizione chimica delle scorie e del clinker (% in peso).

	Clinker	BFS	EAFS	LFS
SiO₂	21-27	35-39	8-18	15
Al₂ O₃	5-8	8-12	3-10	12,5
Fe₂ O₃	2-5	≤ 1	20-30	2,1
CaO	57-66	36-42	25-35	55
MgO	1-4	4-12	3-9	7,5
K₂O	0,3-1	0,3-0,5	>0,1	0,02

Con riferimento alla composizione chimica della scoria d'alto forno granulata, poiché, come risalta dalla Tabella 1, essa può anche contenere, oltre che silice, calce ed allumina, anche quantità piuttosto elevate di magnesia, è sembrato utile esaminarne l'influenza sulla reattività chimica (4). La sperimentazione condotta su campioni di scoria d'alto forno granulata, modificata, con livelli di MgO variabili da 5 a 15%, ha posto in luce un effetto benefico sulla sua attività idraulica. Non solo quest'ultima, ma anche le resistenze dei cementi prodotti in laboratorio, sono incrementate al crescere del suo contenuto. È stato posto in luce che fino al 15%, il tenore di MgO risulta avere quasi lo stesso effetto sulla reattività dell'equivalente contenuto di CaO (4).

Ciascun tipo di scoria ha caratteristiche ed applicazioni sue proprie, alcune delle quali ben note, come, ad esempio, la scoria d'alto forno granulata quale materiale di rimpiazzo parziale del clinker di Portland (5).

La scoria basica da convertitore ad ossigeno, la scoria acida da forno elettrico ad arco e quella da siviera, trovano ancora impiego in settori dell'ingegneria civile ed in miscela con asfalto per manti stradali. Di alcune di esse si studia però attivamente la possibilità di impiego anche nell'industria cementiera (6) (7).

Con riferimento alla scoria d'alto forno, le più recenti ricerche si concentrano sull'ottimizzazione del processo di granulazione, sulla sua influenza sulle proprietà della scoria basica granulata e perfino sui fondamentali meccanismi di reazione (6).

La scoria d'alto forno ha una densità di circa 2,8 g/cm³, più bassa di quella del metallo fuso: circa 7,8 g/cm³. Pertanto essa galleggia sul ferro come l'olio sull'acqua. Ciò ne permette la raccolta in continuo ed il rapido disperdimento e raffreddamento, mediante granulazione in acqua al disotto della soglia di trasformazione (T_g circa 840°C). Tale raffreddamento determina un rapidissimo aumento di viscosità, ciò che impedisce la formazione di una struttura cristallina e si forma un vetro. Il prodotto granulato, predominantemente vetrificato, è successivamente essiccato e macinato alla finezza del cemento.

Oggigiorno il metodo più comunemente usato è la granulazione ad umido, con dispersione e tempra della scoria liquida in forte eccesso d'acqua (rapporto acqua/scoria circa 6-10/1).

Gli impianti di granulazione moderni devono esser atti a trattare l'immissione di gran quantità di scoria (fino a 12 tonnellate al minuto), fornita in maniera discontinua.

Per effetto della bassa conduttività termica, la scoria d'alto forno tende a formare gusci e croste superficiali nella siviera di raccolta, ciò che intralcia il processo di granulazione e riduce la resa. Un calo di calore di soli 50 Kélvin, già può avere un effetto negativo sulla granulazione e sulla reattività della scoria granulata.

La granulazione ad umido produce scoria granulata con granuli inferiori a 5 mm ed acqua. Viene dapprima liberata dall'eccesso d'acqua e successivamente immagazzinata in silos. Fornita alle

cementerie, contiene umidità residua (6-15% in peso) che dipende, a causa della distribuzione delle dimensioni delle particelle e della loro più o meno spiccata porosità, dalla durata del processo di liberazione dell'acqua. Tale umidità residua provoca una sensibile consolidazione che impone, prima dell'impiego, di sottoporre il granulato ad un'essiccazione, che può compiersi nel corso della macinazione, per portare l'umidità al disotto dell'1%.

Per effetto della durata della stagionatura, dell'atmosfera dell'impianto di macinazione e, presumibilmente, delle condizioni di granulazione, la scoria d'alto forno, granulata e macinata, può anche presentare una perdita al fuoco maggiore del 2% in peso, contro lo 0.5 di una scoria fresca.

Gli effetti del processo di granulazione sulla qualità della scoria prodotta dipendono non solo dalla composizione chimica, ma anche da altri fattori: rapporto acqua/scoria d'alto forno, temperatura dell'acqua, pressione e struttura dell'impianto. Si studia pertanto la possibile ottimizzazione di tutti questi parametri.

Processo di granulazione e condizioni di granulazione prescelte determinano, in particolare, le caratteristiche della scoria d'alto forno granulata: tenore di vetro, densità apparente, peso specifico, porosità, curva di macinazione. Molti di questi parametri esplicano un effetto interdipendente. Ad esempio, composizione chimica, viscosità, caratteristiche di granulazione, formazione di vetro, sono strettamente legate ed offrono tutte possibilità di ottimizzazione, così come: contenuto d'umidità residua e macinabilità, anche se il puntuale rispetto delle modalità operative imposte dall'avanzamento dei processi metallurgici, la struttura degli impianti di granulazione, i costi di esercizio, pongono non poche limitazioni.

Una temperatura più alta dell'acqua di granulazione produce una scoria d'alto forno più grossolana e più porosa, con contenuto d'umidità residua più alta e con un effetto debolmente negativo anche sul contenuto di vetro. Se l'acqua di granulazione è più fredda, la reattività della scoria è anche più alta, con ricadute sulla resistenza meccanica del manufatto. Si sono infatti raggiunte resistenze meccaniche più alte con una temperatura dell'acqua di granulazione massima di 50°C, perché il forte raffreddamento del fuso consente la conservazione di uno stato di disordine maggiore, con conseguente accresciuta reattività.

Il processo di granulazione dovrebbe sempre produrre particelle quanto più piccole possibili, poiché le frazioni più grosse, che superano i 2 mm, recano generalmente un contenuto di vetro più basso rispetto a quello della frazione più fine (0.5 mm). A basicità costante, il contenuto medio di vetro decresce al crescere della frazione più grossa, anche se tale contenuto è determinato non soltanto dalle dimensioni delle particelle, ma anche dalla composizione chimica della scoria liquida. Se la basicità è più alta, la scoria d'alto forno granulata tende verso una cristallizzazione spontanea.

Un contenuto di vetro più alto innalza anche la richiesta di energia di macinazione. La maggioranza delle scorie d'alto forno del centro Europa, a seguito delle condizioni di granulazione, risulta costituita da particelle fini ed è quasi completamente vetrificata.

Sul processo di granulazione esplica una notevole influenza anche la viscosità dinamica della scoria d'alto forno. Piccole modifiche, che possono anche sembrare trascurabili, inducono differenti caratteristiche nella massa fusa.

A composizione chimica costante, la temperatura ha un effetto determinante sulle caratteristiche della massa fusa.

Stabilite condizioni costanti di granulazione, differenti caratteristiche della scoria d'alto forno liquida, inducono in essa proprietà distanti.

Il problema nodale della granulazione ad umido è costituito dalla notevole richiesta di energia di essiccazione. Se il contenuto d'umidità residua è di circa il 10% in peso, o più, la richiesta d'energia è approssimativamente 132 kWh/ton (1), che deve esser fornita da energia termica e costituisce circa il 40% di energia primaria per la produzione di scoria d'alto forno granulata. Tentativi sono stati fatti per sviluppare un processo di granulazione che produca scoria d'alto forno granulata, fredda e secca, senza riduzione di proprietà idrauliche (8). Si è anche cercato di polverizzare la scoria d'alto forno granulata, al fine di risparmiare energia di macinazione che rappresenta circa il 45% dell'energia primaria necessaria alla produzione di scoria d'altoforno granulata, macinata.

Sono inoltre stati fatti numerosi tentativi di utilizzazione del contenuto termico della scoria d'alto forno liquida, prima e dopo granulazione, ma nessuno di tali tentativi ha finora consentito una realizzazione pratica.

Neppure nuovi processi di granulazione sono ancora disponibili poiché, non essendo applicabili industrialmente, si sono dimostrati utilizzabili solo su scala di laboratorio.

Le scorie d'alto forno granulate provenienti da alti forni differenti, possono avere proprietà notevolmente distanti. Al fine di poter mettere a frutto, nel modo più compiuto, la loro reattività che, in limitata misura può esser valutata sulla base dei dati caratteristici di accompagnamento dei lotti (composizione chimica, tenore di vetro), è buona norma stabilire una determinata finezza, per poter di volta in volta controllare il risultato della macinazione. Tali scorie possono esser macinate separatamente, oppure co-macinate con gli altri costituenti del cemento. La loro durezza ed abrasività necessita di una richiesta d'energia relativamente alta e comporta un'usura piuttosto elevata dei dispositivi di macinazione. Sono pertanto allo studio nuove metodologie di macinazione, al fine di innalzarne il rendimento, considerato che i convenzionali mulini trasformano in lavoro di comminazione soltanto il 10% dell'energia fornita.

Il sottolineato e crescente consumo di prodotti cementizi supplementari indirizza la ricerca anche verso la possibile produzione di scorie artificiali e verso l'utilizzazione di scorie provenienti da altri processi siderurgici.

In tale direzione vanno le indagini condotte sulle scorie derivanti dalla produzione di acciaio al forno elettrico ad arco. Il suo crescente contributo al quantitativo d'acciaio prodotto comporta una crescita della scoria generata. In esso si carica infatti acciaio da rottame che viene riciclato, carburante e fondente (calcare o calce). Il consumo d'energia è pari a 500-850 kWh/t.

È stato recentemente studiato in dettaglio (6) il comportamento, quale materiale cementizio di rimpiazzo parziale del clinker di Portland, di tale scoria, sia tal quale, che dopo riprocessazione.

La scoria tal quale risulta completamente cristallina e la ricerca condotta su di una di esse (6) ha rivelato la presenza di un considerevole numero di fasi, fra le quali predomina la monticellite (CaO.MgO.SiO_2) ferro-sostituita. La fusione e successiva tempra di tale scoria comporta una diminuzione dell'ossido di ferro, un aumento dell'indice di basicità, che favorisce l'idraulicità, e la neoformazione di merwinite (3CaO.MgO.2SiO_2) come fase predominante.

La scoria da forno elettrico ad arco, tal quale, data la vicinanza di composizione con quella del clinker (Tab. 1), viene oggi impiegata come parziale sostituzione della materia prima di alimentazione del forno a cemento. Tale rimpiazzo fino al 20% ha posto in luce un miglioramento della cottura della miscela generatrice.

La mancanza di attività idraulica della scoria da forno elettrico ad arco, conseguenza della struttura altamente cristallina e l'alto contenuto di ossido di ferro, rendono ragione della sua inattività chimica nel corso del processo d'idratazione del cemento composito.

Altra utilizzazione è quella di aggregato per interrimento e per strade, un impiego solo di una modesta aliquota della produzione.

Al fine di estenderne l'impiego anche alla produzione di cementi compositi, è indispensabile la sua riprocessazione. La scoria liquida può venir raffreddata nel luogo di produzione, con una combinazione di spruzzi d'acqua e di aria. Successivamente sottoposta ad un trattamento di rifusione e, mantenuta per una decina di minuti allo stato liquido, viene temprata in acqua stazionaria, per conferirle virtù idraulica pari a quella di una scoria d'alto forno. Si presenta in parte granulata ed in parte costituita da particelle a forma di scaglie. Normalmente il volume d'acqua supera di circa dieci volte quello della scoria fusa, ciò che assicura una velocità di raffreddamento relativamente alta.

Dopo tempra, la scoria viene essiccata, macinata e ridotta in polvere, fino ad ottenere particelle inferiori a 75 μm .

Il fabbisogno d'energia di macinazione per un passante al setaccio da 2000 maglie, è più alto di quello richiesto per portare alle stesse dimensioni il clinker e l'energia occorrente per la macinazione della scoria tal quale è maggiore di quella che richiede la scoria temprata.

L'attività idraulica dipende dalle fasi presenti e dall'indice di basicità (rapporto fra ossidi basici ed ossidi acidi). La riprocessazione (rifusione e tempra) della scoria da forno elettrico ad arco, abbassa il tenore di ossido di ferro ed aumenta l'idraulicità rispetto alla scoria non riprocessata. L'abbassamento dell'ossido di ferro e la separazione del ferro metallico dalla scoria, cambiano la composizione chimica complessiva e favoriscono la formazione di una nuova fase sotto forma di nuclei, nel corso della tempra in acqua. La fase monticellite, presente prima della riprocessazione, non va soggetta a nucleazione preferenziale e si forma merwinite. La ridotta dimensione dei suoi granelli ne aumenta la cinetica di dissoluzione in acqua e la rende altamente idraulica. Nella scoria riprocessata essa ha infatti un comportamento all'idratazione pari a quello dei silicati tri e bicalcico: formazione di fase tobermoritica geliforme.

Le prove meccaniche hanno posto in luce che, a 28 giorni, il cemento composito recante il 20% di scoria da forno elettrico ad arco riprocessata, non perde resistenza a compressione rispetto al cemento che ne è privo (6). La riprocessazione esplica infatti una notevole influenza sul comportamento "pozzolanico", che aumenta di circa quattro volte rispetto a quello della scoria non trattata, inducendo coerentemente virtù "pozzolaniche" e cementanti.

Il già, più volte sottolineato, fabbisogno di materiali cementizi supplementari, spinge a prendere in considerazione anche l'impiego della scoria basica da siviera (7). Essa si presenta in forma bianchiccia, polverosa ed esibisce proprietà ben lontane dall'omogeneità. Le variazioni di composizione e di struttura, rilevabili nelle scorie di differente origine sia da forno elettrico ad arco, che da convertitore ad ossigeno, sono infatti notevolmente inferiori a quelle rilevabili nella scoria basica da siviera. Ogni potenziale impiego di quest'ultima, deve pertanto esser accuratamente valutato.

Più del 60% del peso della scoria da siviera è costituito da ossidi di calcio (Tab. 1), indispensabili per la basicità del processo, e di magnesio, idonei a proteggere il refrattario. Gli altri principali ossidi sono costituiti dal silicio e dall'alluminio che, congiuntamente, fanno meno del 40% del peso totale. Costituenti minori sono: ossidi alcalini, di ferro, di manganese e di titanio, zolfo (dal processo di desolfurazione dell'acciaio), fluoruro di calcio ed altri meno significativi.

Esempi convincenti di applicazione di scorie basiche da siviera sono: l'impiego nell'industria del cemento, come materia prima per la produzione di clinker di Portland, in agricoltura, per la correzione di terreni acidi, in ingegneria ambientale, per la fissazione di ioni nel processo di depurazione di acque, in acquacoltura, per la realizzazione di strutture da pesca, in ingegneria civile per malte da muratura e per la stabilizzazione di suoli.

Le indagini sulla composizione mineralogica hanno posto in luce che i principali costituenti sono silicati ed alluminati di calcio e magnesio, poiché gli ossidi di calcio, silicio, magnesio ed alluminio costituiscono più del 95% della massa totale calcinata. Sono risultati presenti: silicati di calcio, recanti, o no, modeste quantità di alluminio e magnesio, nelle loro diverse forme allotropiche: diopside, merwinite, wollastonite, larnite, bredigite, ingesonite ($2\text{CaO}\cdot\text{SiO}_2$) od olivina calcica ($(\text{Mg},\text{Fe})_2\text{SiO}_4$). Altre fasi sono: portlandite, periclasio e componenti minori (jasmundite $\text{Ca}_{11}(\text{SiO}_4)_4\text{O}_2\text{S}$, fluorite, brucite, ossidi di ferro ed alluminio. In funzione del tenore d'alluminio della scoria, sono presenti anche: spinello, mayenite ($12\text{CaO}\cdot 7\text{Al}_2\text{O}_3\cdot\text{H}_2\text{O}$) od alluminato tricalcico.

Con l'umidità atmosferica, con l'anidride carbonica e, in casi particolari, con l'ossigeno, a temperatura ambiente la scoria da siviera mostra reattività spontanea.

Le potenziali reazioni d'idratazione e carbonatazione possono decorrere con modificazioni volumetriche, come nel caso del processo d'idratazione del periclasio. Ciò impone che l'eventuale inclusione della scoria basica da siviera in matrici rigide (malte o calcestruzzi), o cedevoli (suoli ed argini), debba esser attentamente valutata.

Conclusioni.

L'utilizzazione della scoria d'alto forno granulata, quale materiale per rimpiazzo parziale di clinker di Portland, avviene oggigiorno secondo una tecnologia più che matura e non necessita di ulteriori approfondimenti. Ciò spinge a mutare indirizzo di ricerca e rivolgere attenzione alla possibile ottimizzazione dell'insieme dei parametri che governano il complesso processo di granulazione, armonizzando composizione chimica della scoria, rapporto acqua/scoria, viscosità dinamica della stessa, temperatura dell'acqua, pressione, progettazione dell'impianto, costi di esercizio, nel rispetto, beninteso, delle caratteristiche dell'acciaio prodotto.

Al fine di incrementare la reattività idraulica delle scorie d'alto forno, la ricerca si è perciò orientata al miglioramento delle metodologie di granulazione, cercando di mettere a punto interventi rivolti all'ottenimento di scorie sempre più vetrose, con particelle sempre più fini, a basso contenuto di acqua, con evidenti ricadute sull'energia richiesta per l'essiccazione e la macinazione. Attenzione viene pure riservata alle conseguenze derivanti dal carattere abrasivo delle scorie granulate.

In considerazione, poi, della continua, crescente produzione d'acciaio al forno elettrico ad arco, vengono prese in esame le modalità che consentono l'estensione delle relative scorie acide, cristalline, anche alla produzione di cementi compositi. Tale estensione prevede la loro riprocessazione, mediante fusione e tempra, con conseguente modifica complessiva della composizione chimica e della struttura e conseguente acquisto della reattività idraulica.

La scoria basica da siviera sembra invece ancora rimaner relegata all'impiego come materia prima supplementare nella preparazione della farina cruda di alimentazione dei forni a cemento e come stabilizzante dei suoli, anche se in eccesso rispetto a tali utilizzazioni.

Le potenziali reazioni d'idratazione e carbonatazione delle scorie da siviera possono infatti talvolta svolgersi con variazioni di volume, ciò che non favorisce la loro inclusione in malte e calcestruzzi.

Minore attenzione viene riservata alla possibile utilizzazione di scorie basiche da processi con convertitori ad ossigeno, che impiegano una carica composta per il 70-90% di ghisa liquida ed il rimanente da rottami di ferro, con produzione di più basse quantità di scoria.

Bibliografia.

1. Ehrenberg A. Current development in the manufacturing and utilization of granulated blast furnace slag. *Zement-Kalk- Gips*, 3, 52-66 (2010).
2. Battelle Memorial Institute. Toward a sustainable cement industry. Substudy 8, (2002).
3. Angaben der Wirtschaftsvereinigung Stahl. Dusseldorf.
4. Wang P.Z., Rudert V., Trettin R. Influence of the MgO content on the hydraulic reactivity of granulated blast furnace slag. *Zement-Kalk-Gips Intern.* 56, 11, 77-81 (2003).
5. Sersale R. Le aggiunte minerali al cemento Portland ordinario e le modificazioni del suo comportamento tecnico. *Rend. Acc. Sc. fis. mat. Napoli*, 70, 97-109 (2003).
6. Muhmood L., Vitta S., Venkateswaran D. Cementitious and pozzolanic behavior of electric arc furnace steel slags. *Cement Concrete Res.*, 39, 102-109 (2009).
7. Setièn J., Hernández D., Gonzàles J.J. Characterization of ladle furnace basic slag for use as construction material. *Construction and Building Mat.*, 23, 1788-1794 (2009).
8. Jantzen G. Einrichtung zur Luftgranulation flüssiger Schlacken auf den Bunderus'schen Eisenwerken. *Stahl und Eisen*, 30, 20, S. 824-827 (1910).

La fotocatalisi nel disinquinamento dell'aria.

Photocatalysis to cut out pollution.

Nota di Barbara Sbordone e Riccardo Sersale

(Adunanza del di 3 Dicembre 2010)

Riassunto. Viene studiata la possibilità di utilizzare la fotocatalisi ossidativa per degradare inquinanti dell'aria, sia inorganici, che organici.

Viene presa in esame la produzione di materiali edili, resi funzionali mediante modifica dello strato superficiale, ottenibile con impiego di biossido di titanio cataliticamente attivo, nella sua modificazione polimorfa di anatasio, che, grazie alle sue proprietà di semiconduttore, li converte, sotto l'azione della luce solare, in manufatti fotocatalitici.

Vengono discussi il meccanismo della fotocatalisi ossidativa che consente il degrado degli inquinanti e gli effetti benefici della realizzazione di pavimentazioni in calcestruzzo fotocatalitico, idoneo a convertire gli ossidi di azoto, prodotti dal traffico veicolare, a nitrati minori, un problema molto attuale nelle aree metropolitane.

Si passa successivamente alla trattazione della pluralità dei fattori chimico-fisici che influenzano il decorso del processo catalitico e si discutono le modalità più appropriate per definire sia il tenore ottimale di anatasio, che il suo accomodamento sulle superfici di calcestruzzo indurito.

Si sottolinea infine l'attitudine dei calcestruzzi fotocatalitici ad ostacolare la crescita di alghe verdi (*Cladophora*) sulle pavimentazioni realizzate in zone ombrose ed umide, che le rendono scivolose, se bagnate.

Parole chiave: Fotocatalisi. Biossido di titanio. Disinquinamento.

Summary. Photocatalytic oxidation of air polluting inorganic and organic substances has been studied. The realization of building materials, becoming functional through a surface coating of titanium oxide in its anatase modification, which, thanks to semiconductor properties, turns them to a photocatalytic system under sunlight action, is then examined.

The photocatalytic mechanism allowing degradation of air polluting compounds and the beneficial effects of photocatalytic concrete flooring manufacture, in order to convert in low-dosed nitrates the nitric oxide arising from road traffic, one of the major problems in urban areas, is also discussed.

Chemical and physical factors affecting catalytic process leading to pollutant degradation are subsequently considered, together with the ways more suitable for determining optimum anatase content and its accomodation on hardened concrete surfaces.

The prevention of algae green (*Cladophora*) growth on concrete flooring surfaces, exposed to shady and permanently humid conditions, becoming slippery when wet, is at last emphasized.

Key words: Photocatalysis. Titanium oxide. Air pollution.

Gli effetti benefici delle proprietà fotocatalitiche dell'ossido di titanio nella sua modificazione polimorfa di anatasio, hanno attratto l'attenzione degli studiosi sin dalla metà degli anni '90. Inizialmente, maggiore attenzione è stata prestata all'effetto "autopulente" delle superfici trattate con TiO_2 (1), piuttosto che all'attitudine a decomporre composti inorganici ed organici. L'irradiazione del biossido di titanio con luce solare produce infatti una superficie superidrofila, con conseguente riduzione, quasi a zero, dell'angolo di contatto fra acqua e superficie bagnata.

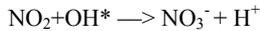
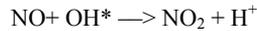
Ne segue la formazione di un film continuo, che impedisce la comparsa di acqua in forma di goccioline. L'eccellente bagnabilità della superficie del manufatto rende pertanto possibile la

rimozione dello sporco, con conseguente salvaguardia del profilo estetico della struttura, senza interventi supplementari. A tale vantaggiosa funzione si è recentemente aggiunta anche l'attitudine a decomporre inquinanti dell'aria.

La funzione fotocatalitica del biossido di titanio discende dalle sue proprietà optoelettroniche di semiconduttore.

Grazie all'adsorbimento della radiazione solare (nel vicino ultravioletto), i fotoni possono trasferire elettroni dalla banda di valenza a quella di conduzione e generare vacanze responsabili della formazione di radicali ossidrilici (OH^*), prodotti per elettrolisi dell'acqua presente sulla superficie del manufatto. Essi, agendo come forti ossidanti, possono degradare composti inorganici ed organici in ulteriori reazioni.

Il processo di degradazione per fotocatalisi ossidativa può approssimativamente esser descritto secondo una reazione in due stadi che decorre sulla superficie di un fotocatalizzatore:



I radicali ossidrilici liberi (OH^*) si originano per elettrolisi dell'acqua, fotogenerata sulla superficie dell'anatasio.

Le due reazioni descrivono i processi sulla superficie del campione in esame ed esprimono i composti che devono esser quantificati, per una compiuta valutazione dell'attitudine al degrado del fotocatalizzatore.

Per innescare il processo di degrado, in aggiunta alla radiazione elettromagnetica, è richiesto un certo numero di molecole d'acqua sulla superficie del fotocatalizzatore, molecole opportunamente fornite dall'umidità relativa.

La Fig. 1 (2) mostra l'andamento della velocità di degrado del NO in funzione dell'umidità relativa e pone in luce che al suo crescere, essa decresce linearmente per effetto della superidrofilia dell'anatasio. Infatti, in ambiente ad alta umidità relativa, le molecole d'acqua vengono adsorbite dalla superficie del manufatto, impedendo al NO di esser a sua volta adsorbito, reagire con l'anatasio ed andar soggetto a degrado per effetto dell'ossidazione catalitica eterogenea.

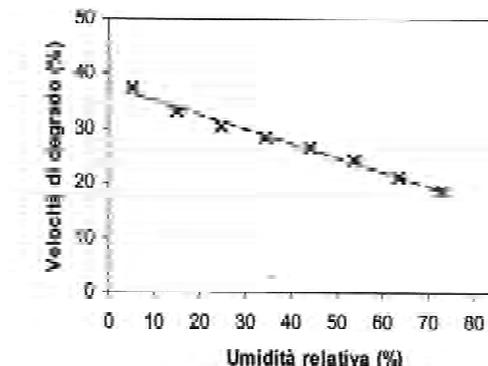


Fig. 1 - Influenza dell'umidità relativa sulla velocità di degrado.

La Fig. 2 (2) mostra l'influenza della concentrazione degli inquinanti sulla velocità del loro degrado e si riferisce a varie concentrazioni di NO, dopo contatto con i provini di una pavimentazione recante biossido di titanio. Risalta che all'aumento della concentrazione dell'inquinante, fa riscontro una diminuzione di tale velocità, mentre più basse concentrazioni di NO favoriscono il degrado per ossidazione. L'intensità dell'ossidazione è anche determinante per il decorso del processo catalitico.

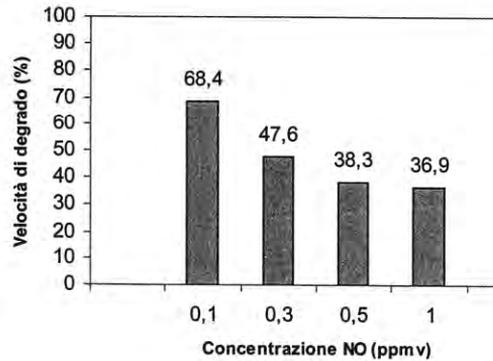


Fig. 2 - Influenza della concentrazione di inquinante sulla velocità di degrado.

La Fig. 3 (2) mostra la dipendenza del degrado di NO dall'irradiazione, al cui crescere cresce anche la velocità di degrado.

Anche il flusso degli inquinanti ha rilevanza sul degrado. Un tempo minore di permanenza dell'inquinante sulla superficie attiva, abbassa l'entità del degrado. Accrescono altresì il degrado dell'inquinante tanto l'aumento del tenore di biossido di titanio, quanto la sua finezza, che ne incrementa la superficie specifica.

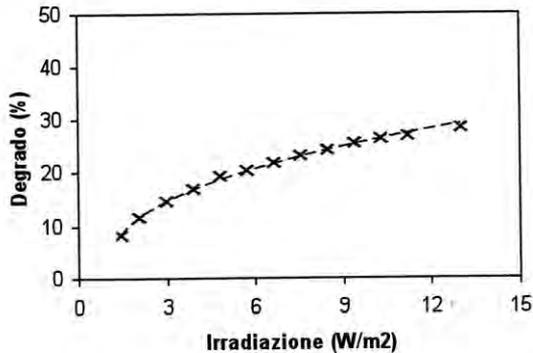


Fig. 3 - Influenza dell'irradiazione sulla velocità di degrado.

Un buon numero di specie chimiche sono state utilizzate per valutare la funzionalità di un sistema fotocatalitico. Fra esse la letteratura (3) riporta: le sostanze coloranti, i composti organici volatili, i composti aromatici, i gas inorganici e suggerisce anche le relative procedure di prova.

Con i coloranti, l'attitudine alla decomposizione viene accertata mediante valutazione della rimozione del colore. Sono sembrati appropriati coloranti non tossici, quali, ad esempio, blu di metilene e rodamina B, anche se essi spesso mostrano limitata resistenza alla luce ultravioletta, indipendentemente dalla presenza di catalizzatore. Viene infatti riferito (4) che, in assenza di catalizzatore, si registra una degradazione del blu di metilene pari al 30%, per un'esposizione di quattro ore ai raggi ultravioletti.

In considerazione del fatto che i coloranti non mostrano una totale resistenza ai raggi ultravioletti, non vengono ritenuti un modello di riferimento per la valutazione del degrado degli inquinanti.

Per risalire al degrado di aria inquinata in ambienti interni possono preminentemente venir impiegati composti organici volatili. L'ossidazione fotocatalitica può decomporli ed originare specie meno nocive: acqua e biossido di carbonio e rimuovere altresì gli odori dagli ambienti domestici.

Per la valutazione degli effetti della fotocatalisi ossidativa sulla rimozione d'inquinanti in ambienti esterni, sono stati proposti parecchi modelli di riferimento. Fra essi, la formaldeide, tossica, e di difficile maneggio che, nel corso del degrado, origina il biossido di carbonio come maggior prodotto di reazione. In presenza di calcestruzzo, una parte di esso può venir fissato per carbonatazione e falsare un accertamento quantitativo.

Poiché una gran parte degli ossidi di azoto viene prodotta dal traffico automobilistico e dai trasporti, uno dei maggiori problemi ambientali nel mondo, perché rappresenta una minaccia per la salute e per la conservazione della natura, proprio l' NO_x sembra il modello di riferimento più idoneo per la valutazione dell'attitudine delle superfici fotocatalitiche alla purificazione dell'aria ed è stata messa a punto una procedura standard di misura (3).

Si ritiene di poter realizzare il degrado di NO_x emesso dal traffico stradale, costruendo pavimentazioni in calcestruzzo fotocatalitico, con il vantaggio della vicinanza alla fonte di fuoriuscita. Il biossido di titanio si comporta da inerte nell'idratazione del calcestruzzo, sicché non si registrano modificazioni di sorta.

Al fine di realizzare una superficie catalitica eminentemente funzionale sono state proposte diverse modalità.

Per accomodare il catalizzatore su di una matrice di calcestruzzo, esso viene omogeneamente disperso sullo strato funzionale. La modalità sembra poco efficiente, poiché gran parte della polvere attiva, costosa, viene nascosta nella matrice, non è esposta alla luce e pertanto non contribuisce al processo di degrado.

Di particolare interesse risulta la valutazione della profondità d'adsorbimento della matrice, allorché il catalizzatore viene cosparso su sostrati di malta fresca. Campioni ricoperti di catalizzatore hanno fornito risultati migliori di quelli ottenuti mescolando il biossido di titanio nella massa del conglomerato.

Maggiore efficienza può esser realizzata con un rivestimento. Un notevole numero di lavori è stato condotto sui rivestimenti catalitici dei materiali da costruzione (3). Spesso il catalizzatore viene mescolato ad un appropriato legante cementizio: silossani, o soluzione acquosa di silicato sodico, ma ciò comporta un gran numero di problemi che ne complicano la selezione. È necessario che il legante sia trasparente, od almeno translucido in alto grado. Esso non deve coprire la superficie attiva del catalizzatore e deve resistere alla decomposizione prodotta dal processo catalitico. Appare pertanto doveroso valutare modalità di applicazione che escludano il ricorso al legante.

Il biossido di titanio si presenta in polveri di alta finezza, con particelle che cadono nel dominio del nanoscala. Esercitano pertanto forze altamente adesive sui sostrati di calcestruzzo per pavimentazione, che devono anche vincere l'abrasione dovuta al passaggio dei veicoli.

Esistono due differenti modalità sperimentali, idonee all'impiego di fotocatalizzatori polverizzati: la mescolanza della polvere con i costituenti della miscela per calcestruzzo e l'applicazione di un rivestimento sulla sua superficie. Diversamente dall'aggiunta del biossido di titanio nella massa, i manufatti con sostrato ricoperto hanno fornito un risultato migliore. È stata infatti osservata la formazione di un film omogeneo di TiO_2 dello spessore di circa $1 \mu\text{m}$. Lo spessore dello strato può però variare per effetto della scabrezza della superficie.

Se il sostrato è fresco, l'applicazione del fotocatalizzatore comporta una caduta del comportamento degradante, che si ritiene dipenda dall'adsorbimento del TiO_2 dalla superficie del conglomerato in via di presa. La presenza di biossido è stata infatti rilevata nei vuoti prossimi alla superficie e nelle cavità dei provini.

Accanto alla caduta del comportamento del catalizzatore accomodato su superfici fresche, anche la concentrazione del catalizzatore ha la sua influenza, in considerazione della dipendenza lineare: velocità di degrado/dosaggio del catalizzatore.

Un buon compromesso fra proprietà di fotoattivazione e contenuto di TiO_2 , che se troppo alto inciderebbe notevolmente sui costi, è stato individuato in un'aggiunta del 3% di anatasio in polvere e del 2% in sospensione (5). Mediante impiego delle due modalità, è stato infatti riscontrato un effetto sinergico, che non si manifesta invece con addizione di pari quantità di anatasio in polvere od in sospensione.

Viene considerato dosaggio ottimale quello che consente di realizzare uno strato omogeneo di fotocatalizzatore che abbia lo spessore di una particella.

Un comportamento notevolmente peggiore è stato riscontrato su provini di sostrato fresco, rispetto a quello su provini di sostrato indurito, cosparsi di sospensioni di uguale concentrazione.

In buona sostanza, si preferisce accomodare il rivestimento su sostrati induriti, piuttosto che su quelli freschi, per evitare un effetto di adsorbimento del fotocatalizzatore nei vuoti e nelle cavità, con caduta del processo di degrado.

Soggetta a catalisi eterogenea, la reazione è caratterizzata da adsorbimento di sostanze gassose che si originano sulla superficie del fotocatalizzatore. A reazione avvenuta, i relativi prodotti e quelli intermedi, devono esser asportati dai siti del catalizzatore per evitarne la disattivazione. In condizioni correnti, tali prodotti sono spazzati via dalla pioggia, con conseguente riacquisto della funzionalità.

Per motivi di ordine architettonico e per realizzare una condizione armonica, gli spazi pubblici possono richiedere pavimentazioni in calcestruzzo colorato.

È stata condotta una ricerca (6) e posto in luce che la velocità di degrado di un sostrato recante il 3% di TiO_2 non viene influenzata dall'aggiunta di un pigmento, ma la lavorabilità della miscela di calcestruzzo fresco viene notevolmente ridotta al crescere del contenuto delle particelle fini di pigmento, per effetto dell'alta superficie specifica.

Quando le aree pavimentate vengono a trovarsi in zone non soleggiate, ombrose ed umide, subiscono un deterioramento causato dalla crescita di alghe verdi (*Cladophora*), che rendono scivolosa la superficie bagnata. Unitamente alle alghe verdi, un gran numero di specie biologiche, batteri, funghi, possono esser decomposte per effetto della luce solare, salvaguardando le pavimentazioni fotocatalitiche dal degrado.

Per prevedere l'andamento del degrado è stato messo a punto un appropriato modello (6), basato su quello Langmuir-Hinshelwood per la catalisi eterogenea, che è sembrato adatto. Esso contiene diversi parametri afferenti al processo di degrado: concentrazione degli inquinanti, flusso volumetrico ed è stato esteso all'influenza dell'irradiazione e dell'umidità. Le misure sperimentali effettuate con l'ausilio di un analizzatore, che ha permesso di quantificare l'ammontare di NO_x ed NO e determinare il tenore di NO_2 (3), sono risultate in buon accordo con le previsioni del modello.

Conclusioni.

Le proprietà fotocatalitiche del biossido di titanio nella sua modificazione polimorfa di anatasio, offrono una metodologia idonea alla purificazione dell'aria, mettendo a frutto l'irradiazione della luce nel vicino ultravioletto, una componente della luce solare.

Gli effetti benefici della fotocatalisi ossidativa sull'abbattimento di parecchi inquinanti di natura sia inorganica, che organica, sono stati sperimentati su vari materiali. Speciale attenzione è stata recentemente riservata all'attenuazione degli ossidi d'azoto emessi dal traffico dei veicoli, un serio problema nelle aree metropolitane che ne impone una riduzione del 20%. In tale direzione va la produzione di calcestruzzi recanti sostrati di biossido di titanio che, grazie alle sue proprietà optoelettroniche di semiconduttore, si rivela idoneo a convertire NO_x in nitrati minori, contribuendo in maniera determinante al suo totale abbattimento.

Buona prova hanno dato inoltre le pavimentazioni in calcestruzzo fotocatalitico, realizzate in zone umide ed ombrose, nell'ostacolare la crescita di alghe verdi, con conseguente danno estetico, creazione di scivolosità e necessità di costosi interventi di manutenzione.

Bibliografia.

1. Sersale R. Materiali edili innovativi. Atti Accad. Pontaniana, Napoli, 57, 223-225 (2008).
2. Hunger M., Husken G., Brouwers J. Photocatalysis applied to concrete products. Part 2. Influencing factors and product performance. Zement-Kalk-Gips, 61, 10, 76-84 (2008).
3. Hunger M., Husken G., Brouwers J. L.c. a nota 2. Part 1. Principles and test procedure. Zement- Kalk-Gips, 61, 8, 77-85 (2008).
4. Stephan D., Wilhelm P., Schmidt M. Photocatalytic degradation of Rhodamine B on building materials influence of substrate and environment. Proc. Intern. RILEM Symposium on photocatalysis. Environment and Construction Materials, 8-9 october 2007, Florence, Italy. Baglioni, Cassar Eds. Rilem Publ. 299-306. Bagnaux, France.
5. Diamanti M.V., Ormellese M., Pedferri M.P. Characterization of photocatalytic and superhydrophilic properties of mortars containing titanium dioxide. Cement Concrete Res., 38, 11, 1349-1353 (2008).
6. Hunger M., Husken G., Brouwers J. L. c. a nota 2. Part 3. Pratical relevance and modeling of the degradation process. Zement-Kalk-Gips, 62, 2, 63-70 (2009).

On a definition of derivative for set functions with applications to ‘core’ calculus

Nota di F. Ventriglia *

Presentata dal socio Paolo de Lucia
(Adunanza del 3 dicembre 2010)

Key words: Games, strongly continuous functions, core.

Abstract - In this note we furnish a definition of derivative for some set functions, called *games*, and then the properties of their cores are studied.

Riassunto - Nella presente nota si fornisce una definizione di derivata per alcune funzioni d’insieme, dette *giochi*, e si determinano alcune proprietà del loro core.

1 - Introduction

Recently Epstein and Marinacci [8] have introduced a notion of derivative for some real set functions, called *games*, which are defined on a σ -algebra and are zero on the empty set. Such a concept behaves very well with respect to a generalization of the differential calculus and the derivative, whenever it exists, is a bounded finitely additive function whose range is convex.

One of the main interest for such a generalization is related to the fact that this type of derivative has a connection with the core of a game. The core is indeed formed by derivatives of a game or their combinations provided some natural assumptions are fulfilled (see [8]). As an application, Epstein and Marinacci considered an example of exchange economy of Aumann and Shapley [4] and showed that their approach allows an alternative proof of the uniqueness of the core. Such a new approach of [8] has been further investigated in [9, 6] and, for functions defined on structures more general than σ -algebras, in [11].

*Dipartimento di Matematica ed Informatica, Università degli Studi di Perugia, Via Vanvitelli 1, 06123 Perugia Italy. e-mail: ventriglia@dmi.unipg.it

The aim of this note is to provide an extension of the theory of Epstein and Marinacci to functions defined on algebras. In such a framework, we emphasize the relevance of strongly continuous functions (see [5]), introducing the concept of strongly continuous game. Then we focus on the applications to economy exchange in a general context, as for instance the algebra of coalitions, in the spirit of [1, 3]. Using a version of Liapunoff Theorem of [2], we prove indeed that the Marinacci-Epstein theory is valid for games defined on domains more general than σ -algebras (the so-called F -algebra, [12]) as well as for finitely additive functions.

In sect. 2 we recall basic definitions and state the main results. Sect. 3 introduces the notion of derivative of a game and discusses the relationship between such a derivative and outer (resp. inner) derivative of a game, which is not unique on the contrary of the derivative. In sect. 4 we introduce the notion of strongly continuous games exhibiting some useful characterizations.

2 Core of a game

Hereafter Σ is an algebra of parts of a nonempty set Ω , $(\mathcal{P}(\Sigma, \Omega), \leq)$ denotes the net of finitely partitions of Ω whose elements belong to Σ and $ba(\Sigma, \Omega)$ is the collection of all bounded real finitely additive functions defined on Σ .

Let us recall that a finitely additive function $\mu : \Sigma \rightarrow \mathbb{R}$ is said to be *strongly continuous* (briefly $\mu \in sba(\Sigma, \Omega)$) if

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \Pi \in \mathcal{P}(\Sigma, \Omega) \quad \text{such that} \quad |\mu|(X) \leq \varepsilon \quad \forall X \in \Pi,$$

where $|\mu|$ denotes the total variation of μ .

We call *game* any real function defined on Σ which is zero on the empty set. The *core* of a game $\nu : \Sigma \rightarrow \mathbb{R}$ is defined as the set

$$\text{core}(\nu) := \{m \in sba(\Sigma, \Omega) : m(\Omega) = \nu(\Omega) \text{ and } m(A) \geq \nu(A) \quad \forall A \in \Sigma\},$$

i.e. the collection of all bounded strongly continuous finitely additive functions which are bigger than ν on each element of Σ and agree with ν on Ω .

A game $\nu : \Sigma \rightarrow \mathbb{R}$ is said:

- (i) *positive* whenever $\nu(A) \geq 0$ for all $A \in \Sigma$;
- (ii) *monotone* whenever if $B \subseteq A$ then $\nu(B) \leq \nu(A)$;
- (iii) *superadditive* whenever $\nu(A \cup B) \geq \nu(A) + \nu(B)$ for any disjoint $A, B \in \Sigma$.

In economic theory, a typical class of games consists of the so-called *measure games*. Let us recall that a game $\nu : \Sigma \rightarrow \mathbb{R}$ is a *measure game* if there exist some function $P : \Sigma \rightarrow \mathbb{R}_+^n$, with $P(\Omega) \neq 0$, whose components are bounded strongly continuous finitely additive functions, and a function $g : P(\mathbb{R}_+^n) \rightarrow \mathbb{R}$,

with $g(0) = 0$, such that $\nu = g \circ P$. If $n = 1$ the game $g \circ P$ is also called a scalar measure game. A measure game $g \circ P$ will be said

- a *market game* whenever $g \circ P$ is positive, superadditive and g is homogeneous of degree one;
- a *Dini measure game* whenever $\liminf_{\|x\| \rightarrow 0} \frac{g(x)}{\|x\|} > -\infty$;
- *super-homogeneous of degree k in the set $E \in \Sigma$* , where $k \in \mathbb{R}_+$, whenever $g(\alpha(P(E))) \geq \alpha^k g(P(E))$ for all $\alpha \in (0, 1)$.

Given a game $\nu : \Sigma \rightarrow \mathbb{R}$, we say that

1. an element $A \in \Sigma$ is ν -*linear*, or simply *linear* where no confusion arises, whenever $\nu(A) + \nu(\setminus A) = \nu(\Omega)$. Then the collection of ν -linear sets will be denoted by \mathcal{A}_ν , or simply \mathcal{A} .
2. ν is *coherent in some $E \in \Sigma$* if it is derivable (the definition of derivable game is given in the next section) both in E and in $\setminus E$, and moreover, once denoted by μ_E and $\mu_{\setminus E}$ such derivatives respectively, the following implications hold
 - (i) if $\mu_E(E) > \nu(E)$, then $\mu_{\setminus E}(E) \geq \nu(E)$;
 - (ii) if $\mu_{\setminus E}(\setminus E) > \nu(\setminus E)$, then $\mu_E(\setminus E) \geq \nu(\setminus E)$.

Let us mention that in [8] some characterizations for the core of games which are coherent on some linear set are shown.

Given a finitely additive function $P : \Sigma \rightarrow \mathbb{R}^n$, with strongly continuous components, we say that

3. for any two distinct elements $E, E_1 \in \Sigma$, with $P(E) \leq P(E_1)$, the *segment joining E and E_1* is the set defined by

$$\langle E, E_1 \rangle = \{A \in \Sigma \mid P(A) = tP(E) + (1-t)P(E_1) \text{ for some } t \in (0, 1)\}.$$

By convention $\langle E, E \rangle = \{\emptyset\}$ for all $E \in \Sigma$.

4. a set $E \in \Sigma$ is *diagonal* whenever $E \in \langle \emptyset, \Omega \rangle$, i.e. $P(E) = tP(\Omega)$ for some $t \in (0, 1)$.
5. a set $E \in \Sigma$ is *pivotal* whenever there exist two linear set A and A_1 such that $A \in \langle \emptyset, E \rangle$ and $A_1 \in \langle E, \Omega \rangle$.

Given a finitely additive function $P : \Sigma \rightarrow \mathbb{R}_+^n$, we say that

6. P is *semiconvex* whenever for each $A \in \Sigma$ there exists some $B \in \Sigma_A$ such that $m(B) = \frac{1}{2}m(A)$.

Finally let us recall (see [12]) that an algebra Σ is said an *F-algebra* whenever for any pair of sequences $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}, (B_n)_{n \in \mathbb{N}}$ in Σ satisfying

$$A_n \subseteq A_{n+1} \subseteq B_{n+1} \subseteq B_n \quad \text{for all } n$$

there exists an element $C \in \Sigma$ such that $A_n \subset C \subset B_n$ for all n .

Remark. As observed in the Introduction, our main goal is to furnish a generalization of the quoted results of Epstein-Marinacci with respect to the domains of the games as well as to the additional assumptions on measure games. More precisely, our games will be defined on *F-algebras* rather than σ -algebras and, when measure games $g \circ P$ are taken into account, the components of P are not assumed being countable additive as in [8] but just finitely additive. Dropping the countable additive requirement implies that the elements of the corresponding core are not necessarily countable additive (and hence-accordingly to [8]-also strongly continuous). This motivates the foregoing strong continuity requirement of the elements of the core of a game.

Proposition 2.1 *Let Σ be an F-algebra.*

1. *If $m : \Sigma \rightarrow \mathbb{R}_+^n$ is a finitely additive function, with strongly continuous components, then m is semiconvex. Thus one can apply the Liapunoff Theorem (see [10, Theorem 4.7]).*
2. *If $m : \Sigma \rightarrow \mathbb{R}_+^n$ is a semiconvex finitely additive function, then for each $E \in \Sigma$ there exists a family $(E_t)_{t \in [0,1]}$ in Σ_E such that*
 - (i) $E_0 = \emptyset$ and $E_1 = E$;
 - (ii) if $s < t$, then $E_s \subseteq E_t$;
 - (iii) $m(E_t) = tm(E)$ for all $t \in [0, 1]$ (see [10, Lemma 4.2]).

In the next theorems we are concerned with games defined on *F-algebras*. Statement 1 of the previous Proposition assures that one can apply the Liapunoff Theorem to each vector of non-negative strongly continuous finitely additive functions. Thus, one can proceed in a similar way as in the proofs of [8, Theorems 6.4 - 6.6], and obtain the following extensions.

Theorem 2.2 *Let $\nu = g \circ P$ be a Dini measure game on an F-algebra Σ , with g bounded below. If $A \in \Sigma$ is a linear and diagonal set, and ν has derivative both in A and $\setminus A$, then*

$$\text{core}(\nu) = \emptyset \quad \text{or} \quad \text{core}(\nu) = \{\mu_A\},$$

where μ_A is the derivative in A .

Theorem 2.3 *Let $\nu = g \circ P$ be a Dini measure game on an F-algebra Σ . Let $A \in \Sigma$ be a linear and pivotal set, and g has derivative both in $P(A)$ ed $P(\setminus A)$.*

(i) If g is convex and bounded below, then

$$\text{core}(\nu) = \emptyset \quad \text{or} \quad \text{core}(\nu) = \{\mu_A\}.$$

(ii) If ν is totally balanced, then $\text{core}(\nu) = \{m\}$, where

$$m(E) := \mu_A(E \cap A) + \mu_{\setminus A}(E \cap (\setminus A)) \quad \text{for all } E \in \Sigma,$$

and $\mu_A, \mu_{\setminus A}$ are the derivatives in A and $\setminus A$ respectively.

Theorem 2.4 Let $\nu = g \circ P$ be a Dini measure game on an F -algebra Σ , with g having derivative in $P(\Omega)$.

(a) If either ν is super-homogeneous of degree $k \in [0, 1]$ in $P(\Omega)$ and g is bounded below or ν is superadditive, then

(i) $\text{core}(\nu) = \emptyset$ when $k < 1$.

(ii) $\text{core}(\nu) = \{\mu_\Omega\}$ when $k = 1$.

(b) If ν is super-homogeneous of degree 1 in some $E \in \Sigma$ and g is bounded below, then the following are equivalent:

(i) $\text{core}(\nu) \neq \emptyset$.

(ii) $\text{core}(\nu) = \{\mu_\Omega\}$.

(iii) $\nu(\Omega) = \mu_\Omega(\Omega)$ and $\nu(E) + \nu(\setminus E) \leq \nu(\Omega)$ for all $E \in \Sigma$.

Let us conclude with an observation. The assumption that the game is a Dini game in the above theorems allows to use in our proof the following

Lemma 2.5 [8, Lemma B.1] Let $\nu = g \circ P$ be a Dini measure game with non-empty core. If either ν is superadditive or g is bounded below, then there exists a positive number k and a positive game $\nu^* = \nu + k \sum_{i=1}^n P_i$ such that $\nu^*(\Omega) > 0$.

3 Derivative and derivable games

In this section we give the notion of derivative for a game and we study its properties. Here and in the next section Σ stands for an algebra, ν is a game on Σ , μ is a strongly continuous element of $ba(\Sigma, \Omega)$, $E \in \Sigma$, and $\Pi \in (\mathcal{P}(\Sigma, \Omega), \leq)$. We say that μ is an *outer* (resp. *inner*) *derivative* of ν in E when

$$(1) \quad \lim_{\Pi} \sum_{X \in \Pi} |\nu(E \cup X) - \nu(E) - \mu(X \setminus E)| = 0$$

$$\left((2) \quad \lim_{\Pi} \sum_{X \in \Pi} |\nu(E \setminus X) - \nu(E) + \mu(X \cap E)| = 0 \right).$$

Since without loss of generality one can always consider elements of $\mathcal{P}(\Sigma, \Omega)$ finest than $\{E, \setminus E\}$, where $\setminus E := \Omega \setminus E$, the (1) and (2) can be reformulate respectively as follows

$$(1') \quad \lim_{\Pi} \sum_{X \in \Pi, X \subseteq \setminus E} |\nu(E \cup X) - \nu(E) - \mu(X)| = 0$$

$$\left((2') \quad \lim_{\Pi} \sum_{X \in \Pi, X \subseteq E} |\nu(E \setminus X) - \nu(E) + \mu(X)| = 0 \right).$$

Then we say that μ is a *derivative* of ν in E when

$$(3) \quad \lim_{\Pi} \sum_{X \in \Pi} |\nu((E \cup X) \setminus (E \cap X)) - \nu(E) - \mu(X \setminus E) + \mu(X \cap E)| = 0,$$

or equivalently, considering partitions finest than $\{E, \setminus E\}$ as above,

$$(3') \quad \lim_{\Pi} \sum_{X \in \Pi, X \subseteq \setminus E} |\nu(E \cup X) - \nu(E) - \mu(X)| + \sum_{X \in \Pi, X \subseteq E} |\nu(E \setminus X) - \nu(E) + \mu(X)| = 0.$$

Proposition 3.1 *If there exists a derivative of a game ν in E , then it is unique.*

Proof. Let μ_1 and μ_2 be two derivatives of ν in E . For any partition $\Pi \in \mathcal{P}(\Sigma, \Omega)$ finest than $(E, \setminus E)$, one has that

$$\begin{aligned} & \left| \sum_{X \in \Pi} (\mu_1(X) - \mu_2(X)) \right| \leq \\ & \leq \sum_{X \in \Pi, X \subseteq \setminus E} (|\mu_1(X) - (\nu(E \cup X) - \nu(E))| + |\nu(E \cup X) - \nu(E) - \mu_2(X)|) + \\ & \quad + \sum_{X \in \Pi, X \subseteq E} (|\mu_1(X) - (\nu(E \setminus X) - \nu(E))| + |\nu(E \setminus X) - \nu(E) - \mu_2(X)|). \end{aligned}$$

Thus the definition of derivative gives

$$|\mu_1 - \mu_2|(\Omega) = \sup \sum_{X \in \Pi} |\mu_1(X) - \mu_2(X)| = \lim_{\Pi} \sum_{X \in \Pi} |\mu_1(X) - \mu_2(X)| = 0 \quad \square$$

A similar argument allows to prove the following

Proposition 3.2 *If μ_1 and μ_2 are two outer (resp. inner) derivatives of a game ν in E , then*

$$\mu_1(Y) = \mu_2(Y) \quad \text{for all } Y \in \Sigma \text{ with } Y \subseteq \setminus E \quad (\text{resp. with } Y \subseteq E).$$

Let us observe that if μ is an outer (resp. inner) derivative of ν in E then the function

$$\mu_{\setminus E} : X \in \Sigma \longrightarrow \mu(X \setminus E) \quad \left(\text{resp. } \mu_E : X \in \Sigma \longrightarrow \mu(X \cap E) \right)$$

is an outer (resp. inner) derivative of ν in E which is zero on Σ_E (resp. on $\Sigma_{\setminus E}$). In the following we call such functions *essential outer derivative* and *essential inner derivative*, respectively.

One can prove easily

Proposition 3.3 *μ is the derivative of the game ν in E if, and only if, μ is the inner and outer derivative of ν in E . Moreover the derivative of ν in E is the sum of the essential outer derivative and the essential inner derivative.*

The next Proposition shows that the above concept of derivative gives back some properties of the classical one, see also [8].

Proposition 3.4 (a) *If the games ν_1 and ν_2 have derivatives in E , μ_1 and μ_2 respectively, then for any $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ the game $\alpha\nu_1 + \beta\nu_2$ has derivative in E , that is $\alpha\mu_1 + \beta\mu_2$.*

(b) *If the games ν_1 and ν_2 have derivatives in E , μ_1 and μ_2 respectively, then $\nu_1\nu_2$ has derivative in E , that is $\nu_2(E)\mu_1 + \nu_1(E)\mu_2$.*

(c) *If ν is a derivable game in E , with derivative μ , and $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is a derivable function in $\nu(E)$, then $g \circ \nu$ is also derivable in E and its derivative is the function:*

$$Y \in \Sigma \rightarrow g'(\nu(E)) \mu(Y).$$

Given a function $g : X \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ and a cluster point $x_0 \in \mathbb{R}^n$ of X , recall that the function g is *differentiable* in x_0 whenever there exist $a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ such that

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{|g(x) - g(x_0) - \sum_{i=1}^n a_i(x_i - x_i^0)|}{|x - x_0|} = 0.$$

For measure games we show

Proposition 3.5 *Let $\nu = g \circ P$ be a measure game and $E \in \Sigma$. If g is differentiable in $P(E)$, then ν is derivable in E and its derivative is the function*

$$\mu : Y \in \Sigma \longrightarrow \sum_{i=1}^n a_i P_i(Y),$$

where the a_i ’s are the coefficients of the differential of g in $P(E)$.

Moreover, if g has in $P(E)$ partial derivatives, then $(a_1, \dots, a_n) = \nabla g(P(E))$.

Proof. We prove the claim for outer derivatives. In a similar way one can treat the other case.

Since g is differentiable in $P(E)$, for every $\varepsilon > 0$ there exists some $\delta > 0$ such that whenever $0 \leq |h| < \delta$ one has

$$\frac{|g(P(E) + h) - g(P(E)) - \sum_{i=1}^n a_i h_i|}{|h|} < \varepsilon,$$

where the a_i ’s are the coefficients of the differential of g .

Now, as the components of P are strongly continuous, corresponding to $\delta > 0$ there is some $\Pi^* \in \mathcal{P}(\Sigma, \Omega)$, finest than $\{E, \setminus E\}$, such that if Π is finest than Π^* , one has that $|P(X)| < \delta$ for all $X \in \Pi$. Thus for each Π finest than Π^* one gets

$$\begin{aligned} & \sum_{X \in \Pi, X \subseteq \setminus E} |g(P(E \cup X)) - g(P(E)) - \sum_{i=1}^n a_i P_i(X)| = \\ & = \sum_{X \in \Pi, X \subseteq \setminus E, P(X) \neq 0} \frac{|g(P(E) + P(X)) - g(P(E)) - \sum_{i=1}^n a_i P_i(X)|}{|P(X)|} |P(X)| \leq \\ & \leq \varepsilon \sum_{X \in \Pi, X \subseteq \setminus E} \sqrt{\sum_{i=1}^n P_i^2(X)} \leq \varepsilon \sqrt{n} \sum_{i=1}^n |P_i|(X) \leq \varepsilon \sqrt{n} \sum_{i=1}^n |P_i|(\Omega). \end{aligned}$$

Thus μ is an outer derivative of ν in E . \square

Proposition 3.6 *The derivative in E of a monotone game is an element of $ba(\Sigma, \Omega)^+$.*

Proof. Let ν be a monotone game and μ its derivative in E . Consider any Y disjoint by E and $\Pi \in \mathcal{P}(\Sigma, \Omega)$ finest than $\{E, \Omega \setminus E\}$ and $\{Y, \Omega \setminus Y\}$. Then

$$\begin{aligned} -\mu(Y) &= \sum_{X \in \Pi, X \subseteq Y} (-\mu(X)) \leq \sum_{X \in \Pi, X \subseteq Y} (-\mu(X) + \nu(E \cup X) - \nu(E)) \leq \\ &\leq \sum_{X \in \Pi, X \subseteq \setminus E} (|\nu(E \cup X) - \nu(E) - \mu(X)|). \end{aligned}$$

As the last term goes to zero on the net $(\mathcal{P}(\Sigma, \Omega), \leq)$, one can conclude that

$$-\mu(Y) \leq 0 \quad \text{for all } Y \in \Sigma, \text{ with } Y \subseteq \setminus E.$$

A similar argument gives also that

$$-\mu(Y) \leq 0 \quad \text{for all } Y \in \Sigma, \text{ with } Y \subseteq E.$$

Adding the last two relations one has that $\mu(Y) \geq 0$ for all $Y \in \Sigma$. \square

Proposition 3.7 *If μ is the derivative in the empty set of a superadditive game ν , then*

$$\mu(Y) \leq \nu(Y) \quad \text{for all } Y \in \Sigma.$$

Proof. For any $\Pi \in (\mathcal{P}(\Sigma, \Omega)$ finest than $\{Y, \Omega \setminus Y\}$ one has

$$\begin{aligned} \mu(Y) &= \sum_{X \in \Pi, X \subseteq Y} \mu(X) \leq \sum_{X \in \Pi, X \subseteq Y} \nu(X) + \sum_{X \in \Pi, X \subseteq Y} |\mu(X) - \nu(X)| \leq \\ &\leq \nu(Y) + \sum_{X \in \Pi, X \subseteq Y} |\mu(X) - \nu(X)|. \end{aligned}$$

But, as μ is the derivative of ν in the empty set, one also has

$$\lim_{\Pi \in \mathcal{P}(\Sigma, \Omega)} \sum_{X \in \Pi} |\mu(X) - \nu(X)| = 0. \quad \square$$

Now we are able to show that for market games the core is a singleton, provided some natural assumptions are satisfied.

Theorem 3.1 *If $\nu = g \circ P$ is a market game, with g differentiable in $P(\Omega)$ and P semiconvex, then*

$$\text{core}(\nu) = \left\{ \sum_{i=1}^n g_i(P(\Omega)) P_i(\cdot) \right\}$$

where the g_i 's are the components of the gradient of g .

Proof. Since g is homogeneous of degree 1, Euler Theorem tells us that $(\partial g(x)) \cdot x = g(x)$. Denoted by μ_Ω the derivative of $g(P)$ in Ω , then one gets

$$\mu_\Omega(\Omega) = \sum_{i=1}^n g_i(P(\Omega)) P_i(\Omega) = g(P(\Omega)) = \nu(\Omega).$$

Hence ν is coherent in Ω . Now, in virtue of [8, Theorem 5.2], in order to prove that $\text{core}(\nu) = \{\mu_\Omega\}$ it is enough to exhibit that $\text{core}(\nu) \neq \emptyset$.

Here we show that $\mu_\Omega \in \text{core}(\nu)$, since $\mu_\Omega(\Omega) = \nu(\Omega)$.

Pick $E \in \Sigma$ such that $P(E) \neq 0$. Since P is semiconvex as well as by [7, Lemma 2.2] for every diadic number t there exists some $B_t \in \Sigma$ such that $P(B_t) = tP(E)$ one has

$$g(P(\Omega) - P(B_t)) = g(P(\setminus B_t)) \leq g(P(\Omega)) - g(P(B_t)) = g(P(\Omega)) - g(tP(E)).$$

As ν is derivable in Ω and g homogeneous, one also has

$$\begin{aligned} \nu(E) &= g(P(E)) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{g(P(\Omega)) + g(tP(E)) - g(P(\Omega))}{t} \leq \\ &\leq \lim_{t \rightarrow 0} \frac{g(P(\Omega)) + g(P(\Omega) - tP(E))}{t} = \nabla g(P(\Omega)) \cdot P(E) = \mu_\Omega(E), \end{aligned}$$

on account that $g(P(\Omega) - P(B_t)) \leq g(P(\Omega)) - g(tP(E))$.

Thus one can conclude that for each $E \in \Sigma$ such that $P(E) \neq 0$ then $\nu(E) \leq \mu_\Omega(E)$. If $P(E) = 0$, one has that $\nu(E) = 0 = \nabla g(P(\Omega)) \cdot P(E) = \mu_\Omega(E)$.

Hence $\mu_\Omega \in \text{core}(\nu)$. \square

Remark In the case that the domain of the market game is an F -algebra, the previous theorem holds under the sole condition of differentiability of g . This can be deduced by some contributions in [10].

4 Games Strongly Continuous

In this section we introduce the notion of strongly continuous games exhibiting some useful characterizations.

A game ν is called *strongly continuous* whenever

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \Pi \in (\mathcal{P}(\Sigma, \Omega), \leq) \quad \text{such that} \quad |\nu(X \cap Y)| \leq \varepsilon \quad \forall X \in \Pi \quad \text{and} \quad Y \in \Sigma.$$

Proposition 4.1 *Every game having derivative in the empty set is strongly continuous.*

Proof. Let ν be a game having derivative in the empty set and let μ its derivative. So, by definition,

$$\lim_{\Pi} \sum_{X \in \Pi} |\nu(X) - \mu(X)| = 0.$$

Thus for any $\varepsilon > 0$ there is some $\Pi^* \in \mathcal{P}(\Sigma, \Omega)$ such that for each Π finest than Π^* it holds

$$|\nu(X) - \mu(X)| < \frac{\varepsilon}{2}, \quad |\mu(X)| < \frac{\varepsilon}{2} \quad \forall X \in \Pi.$$

Hence

$$|\nu(X)| \leq \epsilon \quad \forall X \in \Pi.$$

Now let $Y \in \Sigma$ and $X_1, \dots, X_n \in \Pi$, such that each X_i is not disjoint from Y . Denoted by Π_Y the partition

$$\{X_i \cap Y, X_i \setminus Y : i = 1, \dots, n\} \cup (\Pi \setminus \{X_i, \dots, X_n\}),$$

then Π_Y is finest than Π and so also of Π^* . Thus

$$|\nu(X_i \cap Y)| < \epsilon \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}$$

and so

$$|\nu(X \cap Y)| < \epsilon \quad \forall X \in \Pi \quad \text{and} \quad Y \in \Sigma. \quad \square$$

Proposition 4.2 *If ν is a positive game, derivable in the set $A \in \mathcal{A}$, coherent and such that $\text{core}(\nu) \neq \emptyset$, then ν is strongly continuous.*

Proof. The strong continuity of ν can be obtained by a characterization of cores [8, Theorem 5.2], taking into account the strong continuity of derivatives as well as the fact that, for each $m \in \text{core}(\nu)$, $\nu(X) \leq m(X)$ for all $X \in \Sigma$. \square

Proposition 4.3 *A finitely additive game ν is derivable in $E \in \Sigma$ if, and only if, it is derivable in the empty set.*

Proof. (*Necessity*) Using the definitions of inner and outer derivatives of ν in E , it is easy to check that the game is derivable in the empty set, using the decomposition $\{E, \setminus E\}$.

(*Sufficiency*) Proposition 4.1 tells us that a game having derivative in the empty set is strongly continuous; thus it is derivable (in Σ) and its derivative coincides with it. \square

5 Appendix

In this section we give the proof of one of results mentioned in sect. 2, in order to stress that the Epstein-Marinacci approach still works in our generalized setting.

Proof of Theorem 2.2 Let us first consider the case $\nu \geq 0$. For convenience, suppose that $P(\Omega) = 1 \in \mathbb{R}^n$. Then consider $x = P(A) \in [0, 1]^n$ and $m \in \text{core}(\nu)$. By assumption, we have that $A \in \langle \emptyset, \Omega \rangle$, and so $P(A) \neq \{0, P(\Omega)\}$. Hence, replacing A with $\setminus A$ if necessary, one can assume that $\alpha P(A) = P(\setminus A)$ (so $x = \alpha(1-x)$) for some $\alpha \in (0, 1)$. In fact, $P(A) = tP(\Omega) = t(P(A) + P(\setminus A))$ for some $t \in (0, 1)$, then $P(A) \frac{1-t}{t} = P(\setminus A)$ and $\alpha := \frac{1-t}{t}$.

As the P_i 's are strongly continuous as well as the element $m \in \text{core}(\nu)$, then the vector (P, m) is semiconvex. Because A belongs to Σ , then there exists a family $(E_t)_{t \in [0,1]}$ of subsets of A in Σ such that for each $t \in [0, 1]$ it holds that $(P(E_t), m(E_t)) = t(P(A), m(A))$. So corresponding to $\alpha \in (0, 1)$ one can find some $E \subseteq A$ such that $P(E) = P(A)$ and $m(E) = m(A)$. Combining A linear and $m \in \text{core}(\nu)$ gives

$$(\star) \quad g(\alpha x) = g(P(E)) \leq m(E) = m(A) = \alpha g(P(A)) = \alpha g(x).$$

Now, because $P(\setminus A) = P(\Omega) - P(A) = 1 - x$, by [8, Lemma 4.1] and the differentiability of g in x , one deduce that

$$\nabla g(x) \cdot P(\setminus A) = \mu_A(\setminus A) \leq m(\setminus A) = \nu(\setminus A),$$

that is $\nabla g(x) \cdot (1 - x) \leq g(1 - x)$. But $\alpha x = (1 - x)$, so by (\star) one gets

$$\nabla g(x) \cdot (\alpha x) \leq g(\alpha x) \leq \alpha g(x),$$

which implies that

$$\nabla g(x) \cdot x \leq g(x),$$

that is, $\mu_A(A) \leq \nu(A)$.

Thus [8, Lemma 4.1] tells us that $\mu_A(A) = \nu(A)$. So $\nabla g(x) \cdot x = g(x)$ and

$$\nabla g(x) \cdot (1 - x) = \nabla g(x) \cdot (\alpha x) = \alpha g(x) \geq g(\alpha x) = g(1 - x).$$

This last relation implies that $\nabla g(x) \cdot (1 - x) \geq g(1 - x)$, i.e. $\mu_A(\setminus A) \geq \nu(\setminus A)$.

Combining $\mu_A(A) = \nu(A)$ and $\mu_A(\setminus A) \geq \nu(\setminus A)$ yields that ν is coherent in A . Then an application of [8, Theorem 5.2] assures that $\text{core}(\nu) = \{\mu_A\}$. Now let us consider the general case, i.e. no positivity assumption on ν . Let ν^* be the positive function defined in [8, Lemma B1]. By [8, Lemma B2] one knows that if $\text{core}(\nu) \neq \emptyset$ then $\text{core}(\nu^*) \neq \emptyset$. But it is easy to check that $A \in \langle \emptyset, \Omega \rangle$ respect to ν^* . Thus because the existence of the derivative of ν in A and $\setminus A$ is equivalent to the one of derivatives of ν^* in A and $\setminus A$, one has that ν^* is coherent in A when $\text{core}(\nu) \neq \emptyset$. Thus by [8, Lemma B2], ν is coherent in A

and so $\text{core}(\nu) = \{\mu_A\}$. In fact, $\nu^* = \nu + k \sum_{i=1}^n P_i$ as well as the derivative of ν^*

in A is $\mu_A^* = \mu_A + k \sum_{i=1}^n P_i$. For ν^* we have already shown that $\mu_A^*(A) = \nu^*(A)$

and $\mu_A^*(\setminus A) = \nu^*(\setminus A)$. Hence $\mu_A(A) = \nu(A)$ and $\mu_A(\setminus A) = \nu(\setminus A)$. So ν is coherent in A and an application of [8, Theorem 5.2] gives $\text{core}(\nu) = \{\mu_A\}$. \square

Finally let us observe that, as shown by the next example, the requirement of positivity for the elements of a core can not be dropped in

Lemma 5.1 ([8, Lemma 4.3]) *Let $\{A_i\}_{i \in N}$ be a countable partition of Ω such that $\sum_{i \in N} \nu(A_i) = \nu(\Omega)$. If m is a positive element of $\text{core}(\nu)$, then*

$$m(A_i) = \nu(A_i) \quad \text{for all } i.$$

Example Let $\Sigma = \{X \subseteq \mathbb{N} : X \text{ is finite or cofinite}\}$ and consider the function:

$$\mu : X \in \Sigma \longrightarrow \begin{cases} \sum_{n \in X} \frac{1}{2^n} & \text{if } X \text{ is finite,} \\ (-1) + \sum_{n \in X} \frac{1}{2^n} & \text{if } X \text{ is cofinite.} \end{cases}$$

Clearly, μ attains values in $] - 1, 1[$ and $\mu(\mathbb{N}) = 0$; moreover one can easily verify that $\mu \in ba(\mathbb{N}, \Sigma)$. By Horn-Tarski Theorem it follows that there exists an extension m of μ such that $m \in ba(\mathbb{N}, \mathcal{P}(\mathbb{N}))$, $m(\mathbb{N}) \subseteq [-1, 1]$, and $\mu(\mathbb{N}) = m(\mathbb{N}) = 0$.

Now consider the function

$$\nu : X \in \mathcal{P}(\mathbb{N}) \longrightarrow \begin{cases} 0 & \text{if } X \text{ is finite or } X = \mathbb{N}, \\ -3 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

As $\nu(\mathbb{N}) = m(\mathbb{N}) = 0$ and $\nu(X) \leq m(X)$ for all $X \in \mathcal{P}(\mathbb{N})$, then $m \in core(\nu)$. Note that for the countable partition $(\{i\})_{i \in \mathbb{N}}$ of \mathbb{N} one gets $\nu(\mathbb{N}) = \sum_{i \in \mathbb{N}} \nu(\{i\}) =$

0, but $m(\{i\}) > \nu(\{i\})$ for all i because $m(\{i\}) = \frac{1}{2^i} > 0$.

References

- [1] Armstrong, T.E. (1985) *Remarks related to finitely additive exchange economies*, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems **244**, Springer-Verlag, New York-Berlin.
- [2] Armstrong, T.E., Prikry, K. (1981) *Liapunoff Theorem for Nonatomic, Finitely additive, Bounded, Finite dimensional Vector-valued Measures*, Trans. Amer. Math. Soc. **266**, 499-514.
- [3] Armstrong, T.E., K. Richter, M. (1984) *The core-Walras equivalence*, J. Econom. Theory **33**, 116-151.
- [4] Aumann, R.J., Shapley, L.S. (1983) *Values of non-atomic games*, Princeton University Press, New Jersey.
- [5] Baskara Rao, K.P.S., Baskara Rao, M. (1981) *Theory of charges. A study of finitely additive measures*, Academic Press, Inc., New York.
- [6] Centrone, F. *Differentiation of set functions and applications to market games*, Tesi di Dottorato di Ricerca in Matematica per l'Analisi Economica e la Finanza.
- [7] de Lucia, P., Wright, J.D.M. (1991) *Group valued measures with the Liapunoff property*, Rend. Circ. Mat. Palermo **40**, no.3, 442-452.

- [8] Epstein, L.G., Marinacci, M. (2001) *The core of large differentiable TU games*, Journal of Economic Theory **100**, 235-273.
- [9] Marinacci, M., Montrucchio, L. (February 2003) *Subcalculus for set functions and cores of TU games*, Journal of Mathematical Economics **39**, no. 1-2, 1-25.
- [10] Martellotti, A. (2001) *Finitely additive phenomena*, Rend. Istit. Mat. Univ. Trieste **33**, 201-249.
- [11] Salvati, S. (2004) *Differential calculus on D-Poset with application to TU games*, Preprint.
- [12] Seever, G.L. (1968) *Measure on F-spaces*, Trans. Amer. Math. Soc. **133**, 267-280.

Acknowledgements: The author thanks Paola Cavaliere for her help and valuable comments.

This article was supported by G.N.A.M.P.A. of Istituto Nazionale di Alta Matematica (Italy).

A new role for oocyte feeder cells emerges from tumor studies

Nota del socio Giuseppe Geraci
(Presentata nell'adunanza del 3 dicembre 2010)

Key words: feeder cells, oocyte maturation, genome mutation, fertilization.

Riassunto – È noto che i gameti maschili e femminili seguono due diversi meccanismi maturativi. In breve, nella gonade maschile dall'età pubere vi è una continua produzione di gameti e questi, per ogni atto sessuale produttivo, devono essere almeno un centinaio di milioni. Nella gonade femminile le cellule gametiche sono prodotte in cicli quasi mensili in cui, per attivazione ormonale, avviene generalmente la maturazione di una sola delle cellule immature (ovociti) presenti in quell'organo fin dalla nascita. Ne risulta che una sola cellula gametica maschile, fra centinaia di milioni, è selezionata per la fecondazione, mentre la cellula gametica femminile è una sola e può essere stata in attesa anche per 40 anni prima della sua attivazione ed eventuale fecondazione. Recenti dati sulla eterogeneità genetica di tumori e dei tessuti circostanti sani e su persone sane, indicano che le mutazioni nel genoma non derivano solo da eventi di duplicazione del DNA ma anche dalle attività di espressione delle funzioni cellulari. Questi risultati gettano nuova luce sul ruolo delle cellule nutrici che circondano ogni ovocita nella gonade. Le cellule nutrici, soddisfacendo le necessità vitali dell'ovocita e diminuendo l'impiego delle sue attività biosintetiche, esplicano il fondamentale ruolo, finora non riconosciuto, di minimizzare la probabilità di mutazioni nel genoma di una cellula (ovocita) che deve sopravvivere per decenni, che ha la responsabilità della riproduzione della specie e che alla fecondazione non ha alternative di scelta.

Abstract – It is known that male and female gamete cells follow two different maturation mechanisms. In short, in the male gonad there is a continual production of gamete cells starting from puberty and about 100 million of them are necessary for each productive sexual act. In the female gonad, usually only one of the immature gamete cells present there from birth (primary oocytes), undergoes activation in a quasi-monthly cycle. It results that only one male cell, among the millions, is selected for fertilization while the female gamete cell is only one and may have been waiting activation even for 40 years. Recent data on genetic heterogeneity of some tumor and nearby healthy tissues and on reference healthy individuals, have indicated that mutations may occur in the genome of cells in the absence of DNA duplication, likely because of genes activity. This finding sheds new light on the roles of feeder cells that surround the primary oocytes in the gonad. Feeder cells by providing what is necessary to the oocyte survival, actually decrease the oocyte necessity to utilize its biosynthetic activities so minimizing the probability of mutations in the genome of a long lived cell, responsible for species reproduction, that has no alternatives at fertilization.

1 - GENETIC HETEROGENEITY AND TUMORS

A wide literature exists reporting that cells present in tumors show a substantial genetic heterogeneity. The most followed concept is that tumors result specifically from sense modification of key “cancer genes”, peculiar of the particular tissue, caused by a sequential series of mutations leading to cancer development [1]. Recent evidence indicates the relevance of genetic and epigenetic heterogeneity of tumor cells shifting research interests from gene “centric” to “genome centric” [2]. This different approach appears encouraged by the results of sequence analyses of a relevant gene such as the control gene TP53. This gene is frequently found mutated in several tumor types, more frequently in particular sites of its sequence defined “hot spots” [3]. However, in a study in which all possible 2314 missense mutations of that gene were produced *in vitro*, and the functionality of each mutant was individually analyzed, the results showed that 373 mutations reported to occur at least once in tumors, retained the wild-type activity suggesting that they were accidentally selected during clonal expansion of the tumor cells. In contrast, 39 mutants with total loss of function, about 2% of the total possible mutations, were never found in over 25,000 TP 53 genes analyzed in different tumors [4]. Recent mass genetic analyses, performed with platforms permitting to study a vast number of genes, demonstrated that in 22,661 analyzed transcripts in glioblastoma multiforme [5] and 23,219 in pancreatic tumors [6] over 1200 different genes were found to be mutated in each tumor, most of them with different frequencies in different cases. In other terms, the majority of mutations were not shared among patients [7]. Also these new data are not in line with the hypothesis that particular tumor types are the direct consequence of a sequential series of mutations in genes of a particular cell. Furthermore, recent data of sequence analyses of two genes, not involved in tumor production, performed not only on tumor tissues but also on the nearby histologically healthy tissues, showed the presence of similar genetic heterogeneity in both tissue samples [8]. Similar results, collected on tissues of bona fide healthy individuals, demonstrated the occurrence of a large number of DNA mutations, each at a very low frequency, mostly different in each analyzed sample, that collectively amounted to 20-30% of cellular transcripts. The percent of gene mutations observed in the analyzed populations of differentiated cells was considered too high to be produced only in cell divisions [8]. All together the data indicated that differentiated cells have a number of mutations generated during their life activity. These mutations appear to be temporary, not typical of the tissue, because they are different in different samples and very likely are lost upon cells turnover. Indeed, it is known that there are gene mutations occurring independently of cell division

as, for example, during gene transcription and a specialized mechanism is dedicated to repair them (TCR, Transcription Coupled Repair) [9].

2 – THE MESSAGE FROM ANIMAL CLONING

Coherently with the results reported in the preceding paragraph, experiments on animal cloning reveal the general incapacity of genetic materials of somatic cells to produce embryos that arrive at birth. The well known cloning experiment that has generated the sheep Dolly clearly indicates that the informational content of DNA of a differentiated cell is not equivalent to that of a gamete cell or to that of an embryonic totipotent cell. That sheep was produced as the only positive result out of 277 nuclei transfers of cultured adult differentiated mammary cells in enucleated ewe oocytes [10]. The single sheep that was obtained in that study, rapidly showed several problems typical of aged animals such as arthritis and lung diseases. Experiments on bovine cloning provided similar results since an average of only one nucleus in 1000 obtained from differentiated cells, was found to be able to produce a new organism, confirming the data on the sheep Dolly [11]. Data on fibroblast stem cells add to the evidence that differentiated cells have an altered genome with respect to a germ cell line. In fact, pluripotent germline competent cells, similar to embryonic stem cells, were obtained from fibroblast stem cells after the addition of a group of specific genes, that were obviously damaged in that cell line but essential to reproduce the organism [12, 13]. More recently, stem cells, isolated from differentiated tissues, are being modified and used to produce different cell lines [14] and patents are being filed on stem cell production.

The results discussed above strongly indicate that genomes of differentiated cells have an appreciable probability to present DNA mutations.

3 – AN OVERVIEW OF MAMMALIAN MALE AND FEMALE REPRODUCTION MECHANISMS.

The stability of a species is strictly dependent on the quality of the genetic information passing from parents to offspring. But in this process genome modifications should also be tolerated to permit genetic evolution. These two apparently conflicting requirements are fulfilled in different ways in different animal species, according to life cycle and life conditions [15]. We outline briefly here human reproduction mechanisms of gamete production that tend to fulfil both the requirement of genetic stability and that of genetic innovations.

Male gonad is structured to provide a continual production of gametes that are delivered for fertilization at each sexual intercourse. During male lifetime, gamete cells are produced by the millions and the cell that shall fertilize a female gamete is selected by functional competition among those recently

produced in the gonad privileging that endowed of best vitality, motility and form. By this mechanism a single male cell is selected to maximize the probability to pass to the offspring a genome with a minimum number of mutations.

Female gonad is structured to permit a male gamete, the spermatozoon, to fertilize the female gamete (secondary oocyte) producing a fertilized egg, the zygote. The gonad has to provide also the proper environment where the zygote develops into an embryo eventually arriving at birth. For this function female gonads have a structure, the ovary, in which a specific number of immature female gametes (primary oocytes), produced after the initial trimester of embryo development, are stored from birth in a sort of suspended animation. These cells wait for years the activation signal that stimulates, with a quasi monthly periodicity, one of them to complete a specific cell division step, becoming a secondary oocyte. This is released from the ovary in a structure called “tube”, where it may be fertilized, that connects ovary to uterus. If the secondary oocyte is fertilized, the resulting zygote, descending in the uterus, may implant and develop there but, if it is not fertilized, the oocyte journey will end with its decomposition and expulsion, starting a new activation cycle. Not too many primary oocytes can be activated to avoid that multiple embryos are produced with impairment of successful birth. Usually only one primary oocyte is activated. Under this mechanism it is clear that no selection can be operated to choose the most efficient and functional female gamete. The activated secondary oocyte has to be the good one. The problem is that a primary oocyte has to survive for a very long period of time without accumulating mutations in the genome. This difficulty appears elegantly solved in the ovary, where the immature gametic cells there accumulated (oogonia) are blocked in their process to become primary oocytes at an intermediate stage of the special cell division process that is typical of the gamete production, the meiotic division. This cell duplication is specific to generate haploid gametes since diploid cells, with the two sets of parental chromosomes, without chromosome duplication, divide producing cells with one set of chromosomes only, haploid cells. In this special process the two parental sets of chromosomes present in the initial diploid cell organize themselves in specific pairs, that exchange each other some chromosome regions (crossing over) before they separate in the two different haploid gamete cells. The crossing over step produces the shuffling of maternal and paternal regions generating unpredictable mosaic new chromosomes so forcing innovation.

4 – THE MOST IMPORTANT FUNCTION OF CELLS NURSING THE PRIMARY OOCYTE

Primary oocytes are blocked at an intermediate stage of their division cycle in which their chromosomes are condensed forming structures visible at the microscope. In this conditions the genetic functionality of the chromosome is

impaired because its condensed organization makes almost impossible to use genetic information. How do the primary oocytes survive in such a condition? Simply because a number of cells surround each oocyte making tight interactions with it through specialized junctions that permit flow of proteins and nutrients. These cells (feeder cells) form the well known crown of cells that are known to help the oocyte accumulate nutrients and specific molecules that will be needed in the initial cell divisions, in case that the oocyte is fertilized producing a zygote.

The new function of the feeder cells derives from the notion that the DNA of a cell genome undergoes mutations as a consequence of gene activity. Indeed the feeding function of feeder cells might be theoretically met by the primary oocyte because it has certainly sufficient time to accumulate whatever protein or nutrient might be required in case that, years later, it might be fertilized. But the oocyte can not prevent mutations in its genome if it uses its own genes. And mutations must not occur because they would be deleterious for species stability. These considerations strongly suggest that the most important function of feeder cells is to minimize the use of the oocyte genes, minimizing modifications in its DNA.

REFERENCES

1. Vogelstein B, Kinzler KW.(2004) *Cancer genes and the pathways they control*. Nat. Med. **10**, 789-799
2. Heng HHQ, Bremer SW, Stevens JB, Ye KJ, Liu G and Ye CJ (2009) *Genetic and epigenetic heterogeneity in cancer: a genome-centric perspective*. J. Cellular Physiol. **220**, 538-547
3. <http://www-p53.iarc.fr/>. This database is frequently updated. The R15 release contains 27580 somatic mutations
4. Kato S, et al., (2003) *Understanding the function-structure and function-mutation relationships of p53 tumor*. Proc Natl Acad Sci USA **100**, 8424–8429
5. Parson DW, Jones S, et al., (2008) *An integrated genome analysis of human glioblastoma multiforme*. Science, **321**, 1807-1812)
6. Jones, S, Zhang X et al. (2008) *Core signaling pathways in human pancreatic cancer revealed by global genomic analyses*. Science, **321**, 1801-1806
7. Greenman C, Stephen P, et al., (2007) *Patterns of somatic mutation in human cancer genome*. Nature **446**, 153-158.
8. Geraci G, D’Elia I, del Gaudio R, Di Giamo R. (2010) *Evidence of genetic instability in tumors and normal nearby tissues*. (2010) PLoS ONE **5**, issue 2, e9343 1-9
9. A textbook of Molecular Biology
10. Campbell et al., (1996) *Sheep cloned by nuclear transfer from a cultured cell line*, Nature, **380**, 64-66
11. Panelli S, Damiani G, Galli C, Sgaramella V., (2004) *Rearranged genomes of bovine blood cells can allow the development of clones till late fetal stages; but rare unrearranged genomes have greater potential and lead to adulthood*. Gene **334**, 99-103
12. Okita K, Ichisaka T, Yamanaka S (2007) *Generation of germline-competent induced pluripotent stem cells* Nature **448**, 313-317.
13. Wernig M, et al., (2008) *A drug-inducible transgenic system for direct reprogramming of multiple somatic cell types*. Nat. Biotechnol. **26**, 916-924

14. Zhou H, et al. (2009) Generation of Induced Pluripotent Stem Cells Using Recombinant Proteins. *Cell Stem Cell*, 4, 381-384
15. A text book of animal reproduction

Rend. Acc. Sc. fis. mat. Napoli
Vol. LXXVII, (2010) pp. 193-236

L'Osservatorio Meteorologico di *San Marcellino* - Napoli Centro: i dati dell'anno 2010

Nota di A. Mazzearella, R. Di Cristo, R. Viola

Presentata dal Socio C. Sbordone
(Adunanza del 3 dicembre 2010)

Osservatorio Meteorologico
Dipartimento di Scienze della Terra
Largo San Marcellino, 10 – 80138 NAPOLI
Università degli Studi di Napoli *Federico II*
Tel. 081.2538347 Fax 081.5522756
e-mail: adriano.mazzearella@unina.it

INDICE DELLE SEZIONI

	Pag.
<i>L'Osservatorio Meteorologico della Federico II</i>	195
<i>Rapporto Meteorologico per l'anno 2010</i>	196
<i>Legenda</i>	197
<i>Medie orarie</i>	
<i>Gennaio</i>	198
<i>Febbraio</i>	199
<i>Marzo</i>	200
<i>Aprile</i>	201
<i>Maggio</i>	202
<i>Giugno</i>	203
<i>Luglio</i>	204
<i>Agosto</i>	205
<i>Settembre</i>	206
<i>Ottobre</i>	207
<i>Novembre</i>	208
<i>Dicembre</i>	209
<i>Medie giornaliere</i>	
<i>Gennaio</i>	210
<i>Febbraio</i>	212
<i>Marzo</i>	214
<i>Aprile</i>	216
<i>Maggio</i>	218
<i>Giugno</i>	220
<i>Luglio</i>	222
<i>Agosto</i>	224
<i>Settembre</i>	226
<i>Ottobre</i>	228
<i>Novembre</i>	230
<i>Dicembre</i>	232
<i>Medie mensili</i>	234
<i>Distribuzione mensile per soglie delle piogge giornaliere e delle temperature minime e massime</i>	236

**L'Osservatorio Meteorologico di
"San Marcellino"
dell'Università degli Studi di Napoli *Federico II***

I dati meteo sono attualmente rilevati da una centralina automatica sita sulla torretta dell'edificio di S. Marcellino (lat. 40°50' 48" N; long. 14°15'31" E; quota 50 m slm), sede attuale del Dipartimento di Scienze della Terra, a meno di 50 m dall'Accademia di Scienze Fisiche e Matematiche della Società Nazionale di Scienze, Lettere ed Arti in Napoli.

La stazione gestisce i seguenti sensori SIAP+MICROS :

- temperatura dell'aria (°C)
- pressione atmosferica (hPa)
- umidità relativa (%)
- velocità del vento (m/s)
- direzione del vento (°Nord)
- precipitazione (mm)
- radiazione solare globale (W/m²)
- radiazione UVb (W/m²)

I dati sono acquisiti con cadenza di 10 minuti ed i valori, fatta eccezione per la pioggia che viene registrata come cumulata, sono quelli istantanei; i dati giornalieri di radiazione globale ed UVb sono mediati sull'intero arco delle 24 ore.

Sono stati analizzati anche i dati giornalieri della temperatura del mare (°C) misurati nel golfo di Napoli (lat. 40°50'23"; long. 14° 16'09") presso il molo del Carmine, gentilmente forniti dall'Istituto Superiore per la Protezione e la Ricerca Ambientale (ISPRA).

È possibile accedere via web alla consultazione dei dati rilevati in tempo reale all'indirizzo:

<http://www.meteo.unina.it>

RAPPORTO METEOROLOGICO DELL'ANNO 2010

Il bollettino è così organizzato:

- Una catalogazione dei dati e dei relativi grafici a livello orario, nell'arco delle 24 ore, per ogni mese, con l'indicazione dei valori estremi registrati e, a livello giornaliero e mensile, nell'arco dei 12 mesi.
- Un'analisi mensile di tutti i parametri meteo relativa all'anno in corso.
- La direzione del vento è calcolata come moda sia a scala di 10 minuti per i grafici orari che a scala giornaliera per i grafici mensili. E' considerata variabile (var.) quando la direzione non è stata registrata su uno stesso quadrante per più di 8 ore.

Dall'analisi di tutti i parametri meteo dell'anno 2010 emerge quanto segue:

- La pressione atmosferica media mensile oscilla fra 1001.7 hPa di febbraio e 1008.9 hPa di luglio, con una media annua di 1007.2 hPa, con un minimo assoluto di 970.2 hPa registrato il 10 novembre alle ore 7.40 e con un massimo assoluto di 1036.4 hPa registrato il 18 novembre alle ore 23.20.
- La temperatura dell'aria media mensile oscilla fra 10.5°C di gennaio e i 26.8°C di luglio, con una media annua di 18.0°C, con un minimo assoluto di 0.8°C registrato il 17 dicembre alle ore 5.20 e con un massimo assoluto di 34.9°C registrato il 16 luglio alle ore 16.00.
- L'umidità relativa media mensile oscilla fra 64.1% di giugno ed il 74% di febbraio, con una media annua di 68.5%, con un minimo assoluto di 21.8% registrato il 2 febbraio alle ore 14.40 e con un massimo assoluto di 94.7% registrato il 5 febbraio alle ore 23.00.
- La radiazione solare globale media mensile oscilla fra 79.7 W/m² di gennaio e 302.5 W/m² di luglio, con una media annua di 183.8 W/m² e con un massimo assoluto di 1139.7 W/m² registrato il 4 giugno alle ore 11.50.
- La radiazione solare UVb media mensile oscilla fra 0.085 W/m² di gennaio e 0.577 W/m² di luglio, con una media annua di 0.304 W/m² e con un massimo assoluto di 2.980 W/m² registrato il 20 giugno alle ore 11.50.
- L'intensità media mensile del vento oscilla tra 2.0 m/s di agosto e 3.0 m/s di novembre, con una media annua di 2.4 m/s e con la raffica più intensa di 23.9 m/s registrata il 1° novembre alle ore 19.20.
- La direzione del vento presenta una moda di 0° (da Nord) nei mesi di gennaio, ottobre, novembre, dicembre e di 180° (da Sud) nei mesi di febbraio, marzo, aprile, maggio, giugno, luglio, agosto, settembre.
- La pioggia presenta un valore cumulato annuale di 992.0 mm, con un massimo mensile di 275.0 mm a novembre e con il giorno più piovoso registrato il 30 luglio con 33.4 mm.
- La temperatura del mare media mensile oscilla fra 13.9°C di febbraio e 24.9°C di agosto con una media annua di 19.3°C.

Legenda:

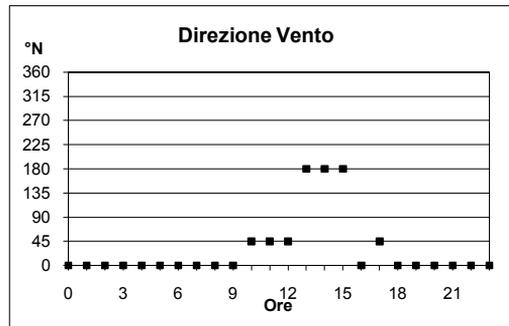
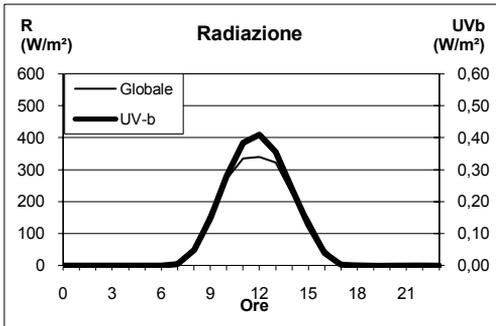
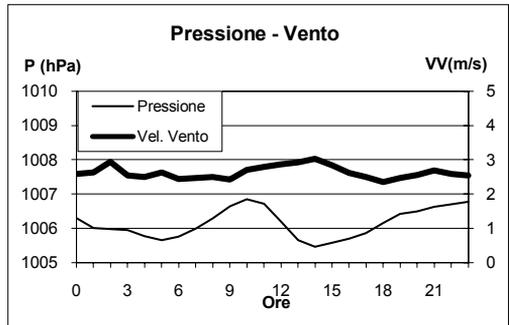
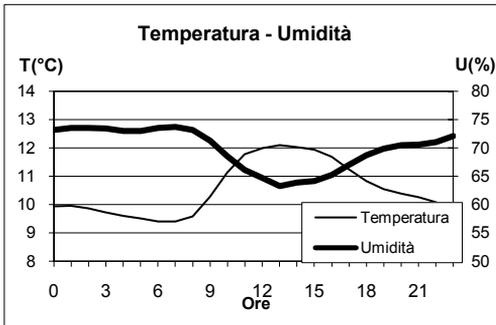
VV	= velocità del vento (m/s)
DV	= direzione di provenienza del vento (°N)
T	= temperatura (°C)
P	= pressione atmosferica (hPa)
U	= umidità relativa (%)
R	= radiazione solare totale (W/m ²)
Pg	= pioggia giornaliera (mm)
UVb	= radiazione ultravioletta (W/m ²)
Tmax	= temperatura massima (°C)
Tmin	= temperatura minima (°C)
Pmax	= pressione atmosferica massima (hPa)
Pmin	= pressione atmosferica minima (hPa)
Rmax	= radiazione solare totale massima (W/m ²)
Umax	= umidità relativa massima (%)
Umin	= umidità relativa minima (%)
VVmax	= velocità massima del vento (m/s)
UVb max	= radiazione ultravioletta massima (W/m ²)
T _{mare}	= temperatura del mare (°C)
var.	= direzione variabile del vento

N.B. L'assenza del dato indica sensore fuori uso

GENNAIO 2010

(medie orarie)

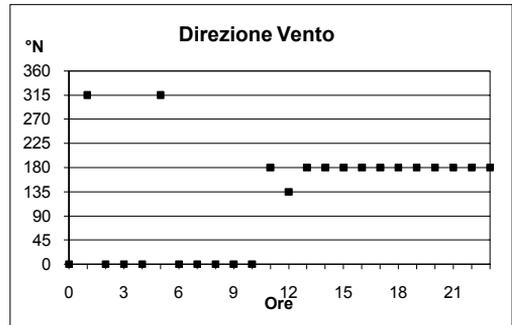
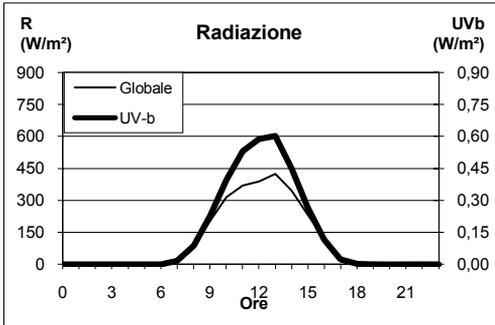
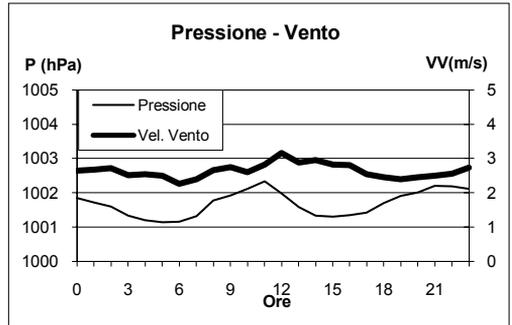
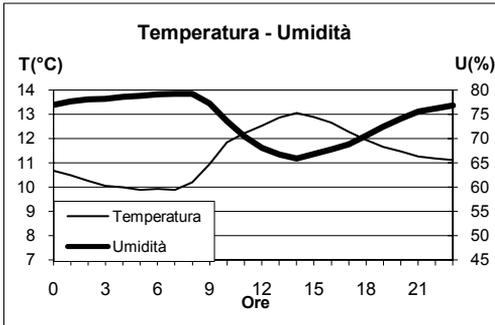
Ora	T(°C)	U(%)	R (W/m ²)	DV(°N)	VV(m/s)	UVb (W/m ²)	P(hPa)
0	9.9	73.2	0.0	0.0	2.6	0.000	1006.3
1	10.0	73.5	0.0	0.0	2.6	0.000	1006.0
2	9.9	73.5	0.0	0.0	2.9	0.000	1006.0
3	9.7	73.4	0.0	0.0	2.5	0.000	1006.0
4	9.6	73.0	0.0	0.0	2.5	0.000	1005.8
5	9.5	73.0	0.0	0.0	2.6	0.000	1005.7
6	9.4	73.5	0.0	0.0	2.4	0.000	1005.8
7	9.4	73.7	0.4	0.0	2.5	0.004	1006.0
8	9.6	73.2	52.6	0.0	2.5	0.049	1006.3
9	10.3	71.2	166.4	0.0	2.4	0.148	1006.6
10	11.1	68.5	271.2	45.0	2.7	0.281	1006.9
11	11.8	66.1	334.9	45.0	2.8	0.384	1006.7
12	12.0	64.6	340.0	45.0	2.9	0.409	1006.2
13	12.1	63.2	322.9	180.0	2.9	0.355	1005.7
14	12.0	63.9	226.1	180.0	3.0	0.240	1005.5
15	11.9	64.2	146.3	180.0	2.8	0.127	1005.6
16	11.7	65.2	50.4	0.0	2.6	0.039	1005.7
17	11.2	67.0	0.9	45.0	2.5	0.003	1005.9
18	10.8	68.7	0.0	0.0	2.4	0.000	1006.2
19	10.5	69.8	0.0	0.0	2.5	0.000	1006.4
20	10.4	70.5	0.0	0.0	2.6	0.000	1006.5
21	10.2	70.6	0.0	0.0	2.7	0.000	1006.6
22	10.1	71.0	0.0	0.0	2.6	0.000	1006.7
23	9.8	72.1	0.0	0.0	2.5	0.000	1006.8



FEBBRAIO 2010

(medie orarie)

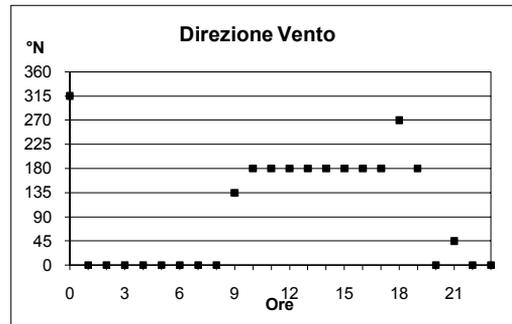
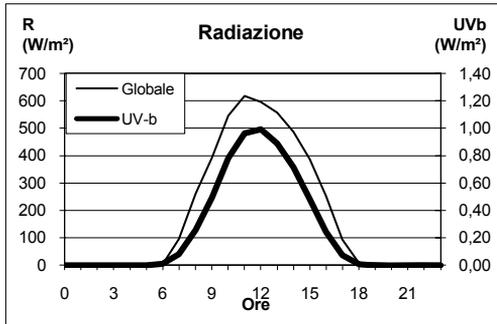
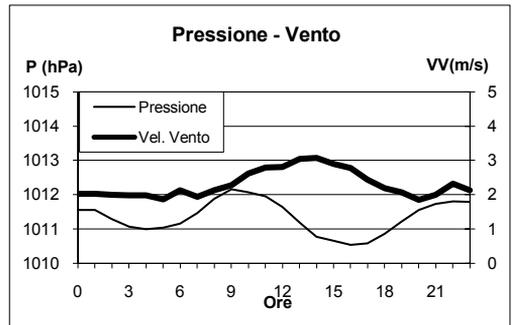
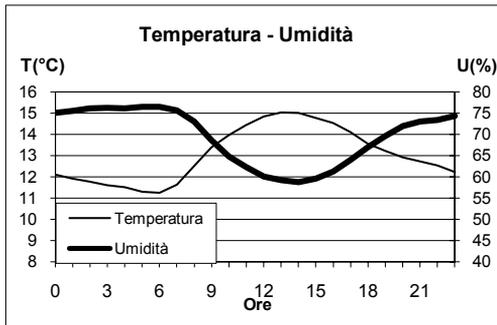
Ora	T(°C)	U(%)	R (W/m ²)	DV(°N)	VV(m/s)	UVb (W/m ²)	P(hPa)
0	10.7	76.9	0.0	0.0	2.7	0.000	1001.8
1	10.5	77.6	0.0	315.0	2.7	0.000	1001.7
2	10.3	78.1	0.0	0.0	2.7	0.000	1001.6
3	10.1	78.2	0.0	0.0	2.5	0.000	1001.3
4	10.0	78.5	0.0	0.0	2.5	0.000	1001.2
5	9.9	78.8	0.0	315.0	2.5	0.000	1001.1
6	9.9	79.1	0.0	0.0	2.3	0.000	1001.2
7	9.9	79.2	8.1	0.0	2.4	0.015	1001.3
8	10.2	79.2	83.1	0.0	2.7	0.087	1001.8
9	11.0	77.3	203.3	0.0	2.7	0.226	1001.9
10	11.8	73.5	314.3	0.0	2.6	0.396	1002.1
11	12.2	70.4	369.1	180.0	2.8	0.530	1002.3
12	12.5	68.0	389.0	135.0	3.2	0.587	1002.0
13	12.9	66.7	424.5	180.0	2.9	0.602	1001.6
14	13.0	65.9	344.8	180.0	3.0	0.451	1001.3
15	12.9	66.8	230.7	180.0	2.8	0.266	1001.3
16	12.6	67.7	121.0	180.0	2.8	0.116	1001.4
17	12.3	68.7	23.3	180.0	2.5	0.024	1001.4
18	11.9	70.5	0.0	180.0	2.5	0.000	1001.7
19	11.7	72.4	0.0	180.0	2.4	0.000	1001.9
20	11.5	74.1	0.0	180.0	2.5	0.000	1002.0
21	11.3	75.6	0.0	180.0	2.5	0.000	1002.2
22	11.2	76.2	0.0	180.0	2.6	0.000	1002.2
23	11.1	76.8	0.0	180.0	2.7	0.000	1002.1



MARZO 2010

(medie orarie)

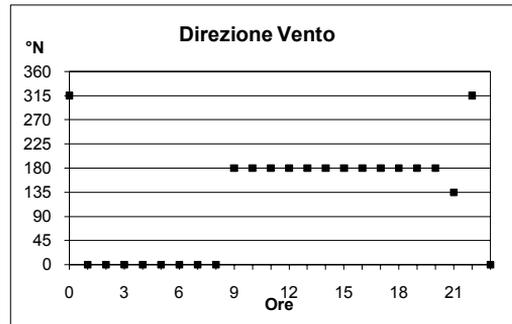
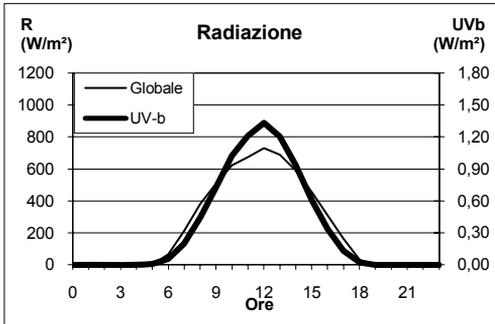
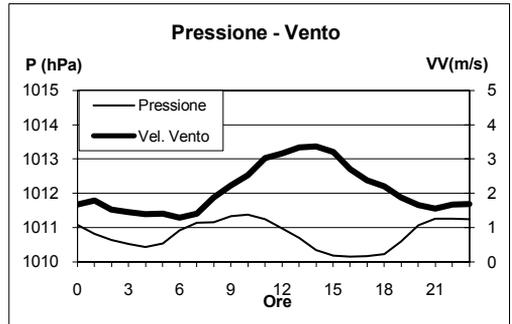
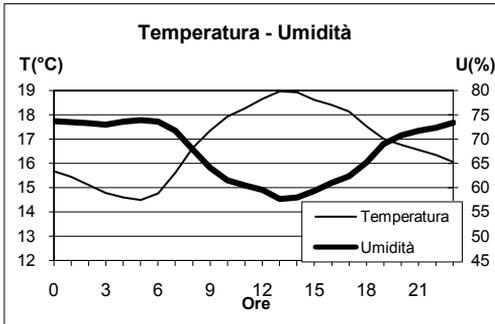
Ora	T(°C)	U(%)	R (W/m ²)	DV(°N)	VV(m/s)	UVb (W/m ²)	P(hPa)
0	12.1	75.0	0.0	315.0	2.0	0.000	1011.6
1	11.9	75.5	0.0	0.0	2.0	0.000	1011.6
2	11.8	76.1	0.0	0.0	2.0	0.000	1011.3
3	11.6	76.2	0.0	0.0	2.0	0.000	1011.1
4	11.5	76.1	0.0	0.0	2.0	0.000	1011.0
5	11.3	76.4	0.0	0.0	1.9	0.000	1011.0
6	11.3	76.5	3.5	0.0	2.1	0.008	1011.2
7	11.6	75.6	94.9	0.0	1.9	0.079	1011.5
8	12.5	73.0	261.1	0.0	2.1	0.258	1011.9
9	13.4	68.6	393.3	135.0	2.3	0.495	1012.2
10	14.0	64.8	545.4	180.0	2.6	0.782	1012.1
11	14.4	62.3	617.2	180.0	2.8	0.963	1012.0
12	14.9	60.1	596.1	180.0	2.8	0.994	1011.6
13	15.0	59.2	556.8	180.0	3.0	0.890	1011.2
14	15.0	58.8	486.6	180.0	3.1	0.717	1010.8
15	14.8	59.6	387.5	180.0	2.9	0.481	1010.7
16	14.5	61.2	252.0	180.0	2.8	0.243	1010.5
17	14.1	64.0	93.3	180.0	2.4	0.073	1010.6
18	13.6	66.9	5.9	270.0	2.2	0.008	1010.9
19	13.2	69.6	0.0	180.0	2.1	0.000	1011.2
20	12.9	71.9	0.0	0.0	1.9	0.000	1011.6
21	12.7	73.0	0.0	45.0	2.0	0.000	1011.7
22	12.5	73.4	0.0	0.0	2.3	0.000	1011.8
23	12.2	74.3	0.2	0.0	2.1	0.000	1011.8



APRILE 2010

(medie orarie)

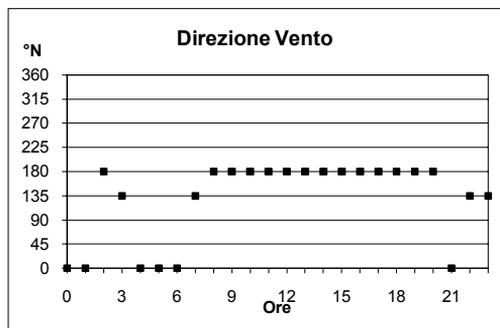
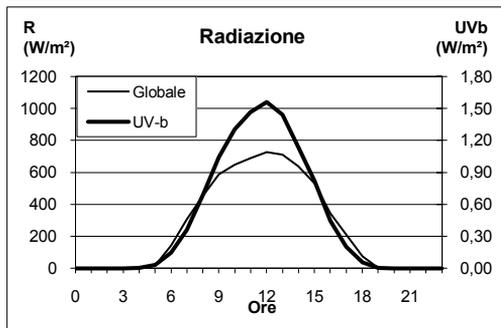
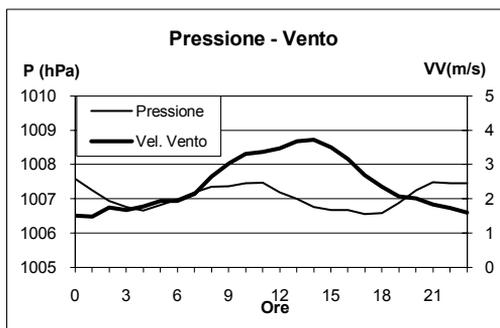
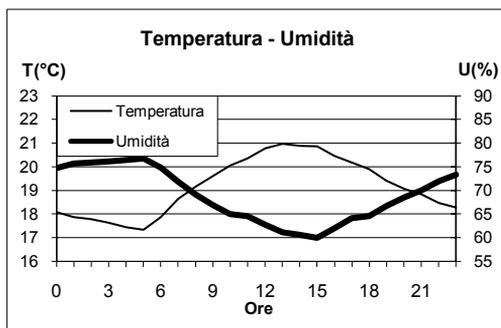
Ora	T(°C)	U(%)	R (W/m ²)	DV(°N)	VV(m/s)	UVb (W/m ²)	P(hPa)
0	15.7	73.7	0.0	315.0	1.7	0.000	1011.1
1	15.4	73.4	0.0	0.0	1.8	0.000	1010.8
2	15.1	73.2	0.0	0.0	1.5	0.000	1010.6
3	14.8	72.9	0.0	0.0	1.5	0.000	1010.5
4	14.6	73.6	0.0	0.0	1.4	0.000	1010.4
5	14.5	73.9	2.7	0.0	1.4	0.006	1010.5
6	14.8	73.5	64.0	0.0	1.3	0.055	1010.9
7	15.6	71.7	210.8	0.0	1.4	0.198	1011.2
8	16.6	67.8	380.6	0.0	1.9	0.445	1011.2
9	17.3	64.0	507.7	180.0	2.2	0.729	1011.3
10	17.9	61.5	622.9	180.0	2.5	1.024	1011.4
11	18.2	60.4	674.2	180.0	3.0	1.211	1011.2
12	18.7	59.5	730.1	180.0	3.2	1.330	1011.0
13	19.0	57.6	690.3	180.0	3.3	1.205	1010.7
14	18.9	57.9	592.3	180.0	3.4	0.938	1010.3
15	18.6	59.3	453.3	180.0	3.2	0.607	1010.2
16	18.4	61.0	310.2	180.0	2.7	0.335	1010.2
17	18.1	62.3	162.6	180.0	2.4	0.131	1010.2
18	17.5	65.2	30.6	180.0	2.2	0.024	1010.2
19	17.0	69.0	0.0	180.0	1.9	0.000	1010.6
20	16.8	70.8	0.0	180.0	1.7	0.000	1011.1
21	16.5	71.7	0.0	135.0	1.6	0.000	1011.3
22	16.3	72.3	0.0	315.0	1.7	0.000	1011.3
23	16.1	73.3	0.0	0.0	1.7	0.000	1011.2



MAGGIO 2010

(medie orarie)

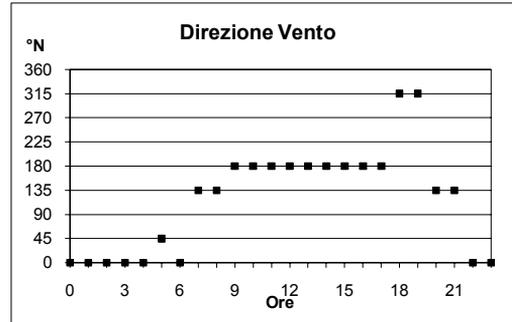
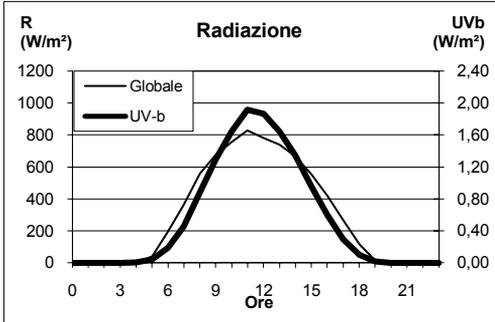
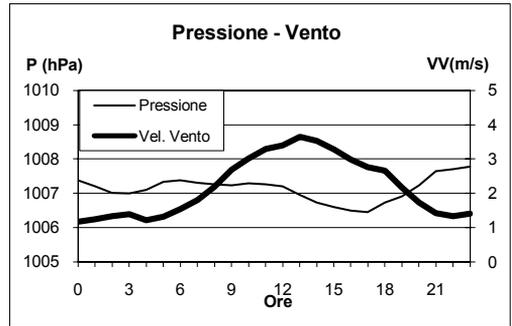
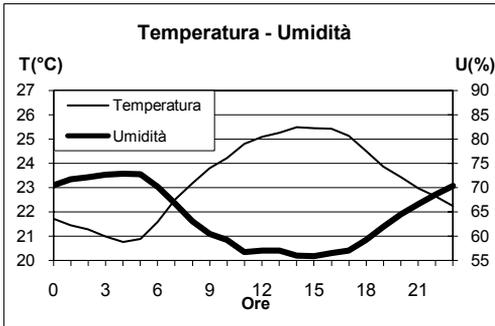
Ora	T(°C)	U(%)	R (W/m ²)	DV(°N)	VV(m/s)	UVb (W/m ²)	P(hPa)
0	18.1	74.8	0.0	0.0	1.5	0.000	1007.6
1	17.9	75.7	0.0	0.0	1.5	0.000	1007.3
2	17.8	75.9	0.0	180.0	1.7	0.000	1006.9
3	17.6	76.1	0.0	135.0	1.7	0.000	1006.8
4	17.4	76.4	0.0	0.0	1.8	0.001	1006.7
5	17.3	76.7	17.5	0.0	1.9	0.031	1006.8
6	17.9	74.8	142.3	0.0	1.9	0.147	1007.0
7	18.6	71.8	307.3	135.0	2.1	0.359	1007.2
8	19.2	69.2	454.1	180.0	2.6	0.691	1007.4
9	19.6	66.9	587.5	180.0	3.0	1.045	1007.4
10	20.1	65.0	647.6	180.0	3.3	1.304	1007.5
11	20.3	64.5	688.2	180.0	3.4	1.468	1007.5
12	20.8	62.8	728.4	180.0	3.5	1.560	1007.2
13	21.0	61.1	711.1	180.0	3.7	1.441	1007.0
14	20.9	60.6	636.8	180.0	3.7	1.139	1006.8
15	20.9	60.0	530.2	180.0	3.5	0.819	1006.7
16	20.5	62.0	345.1	180.0	3.2	0.443	1006.7
17	20.2	64.1	211.2	180.0	2.7	0.204	1006.6
18	19.9	64.6	73.9	180.0	2.3	0.057	1006.6
19	19.4	66.7	2.4	180.0	2.1	0.005	1006.9
20	19.1	68.6	0.0	180.0	2.0	0.000	1007.3
21	18.8	70.0	0.0	0.0	1.8	0.000	1007.5
22	18.5	72.0	0.0	135.0	1.7	0.000	1007.5
23	18.3	73.4	0.0	135.0	1.6	0.000	1007.5



GIUGNO 2010

(medie orarie)

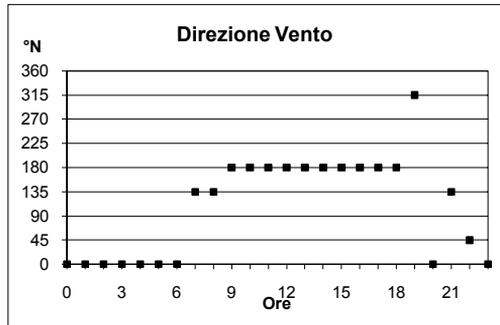
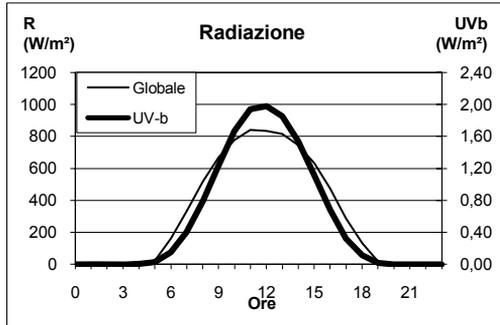
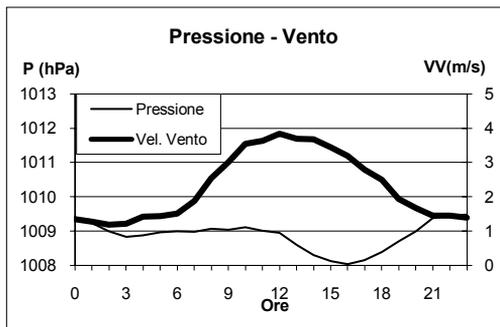
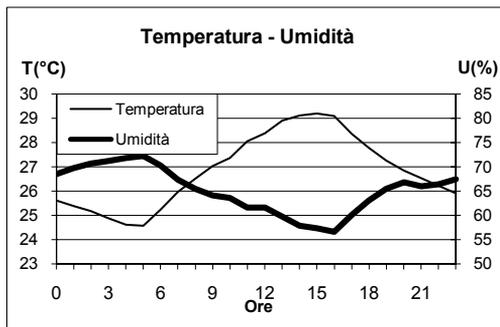
Ora	T(°C)	U(%)	R (W/m ²)	DV(°N)	VV(m/s)	UVb (W/m ²)	P(hPa)
0	21.7	70.5	0.0	0.0	1.2	0.000	1007.4
1	21.5	71.8	0.0	0.0	1.2	0.000	1007.2
2	21.3	72.1	0.0	0.0	1.3	0.000	1007.0
3	21.0	72.6	0.1	0.0	1.4	0.000	1007.0
4	20.8	72.9	0.0	0.0	1.2	0.003	1007.1
5	20.9	72.8	39.5	45.0	1.3	0.045	1007.3
6	21.6	70.2	195.7	0.0	1.5	0.184	1007.4
7	22.5	66.7	363.9	135.0	1.8	0.452	1007.3
8	23.2	63.1	558.7	135.0	2.2	0.881	1007.3
9	23.8	60.5	675.4	180.0	2.7	1.294	1007.2
10	24.2	59.2	754.0	180.0	3.0	1.643	1007.3
11	24.8	56.7	827.9	180.0	3.3	1.916	1007.3
12	25.1	57.1	779.5	180.0	3.4	1.864	1007.2
13	25.3	57.0	740.3	180.0	3.6	1.641	1007.0
14	25.5	56.0	667.3	180.0	3.5	1.346	1006.7
15	25.4	55.9	551.8	180.0	3.3	0.952	1006.6
16	25.4	56.5	420.8	180.0	3.0	0.597	1006.5
17	25.1	57.0	267.5	180.0	2.8	0.292	1006.5
18	24.5	59.2	117.2	315.0	2.7	0.096	1006.7
19	23.9	61.9	13.9	315.0	2.2	0.016	1006.9
20	23.4	64.5	0.0	135.0	1.7	0.000	1007.2
21	23.0	66.6	0.0	135.0	1.4	0.000	1007.6
22	22.6	68.5	0.0	0.0	1.3	0.000	1007.7
23	22.2	70.3	0.0	0.0	1.4	0.000	1007.8



LUGLIO 2010

(medie orarie)

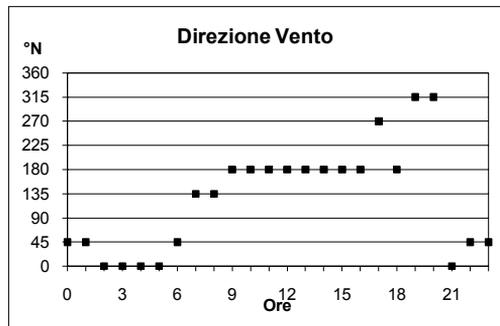
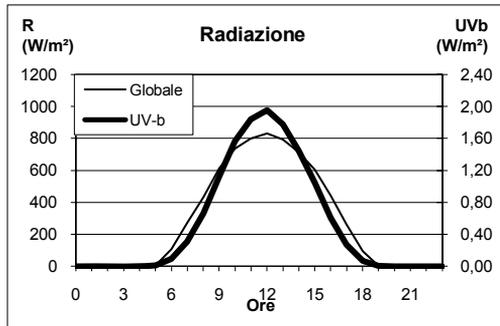
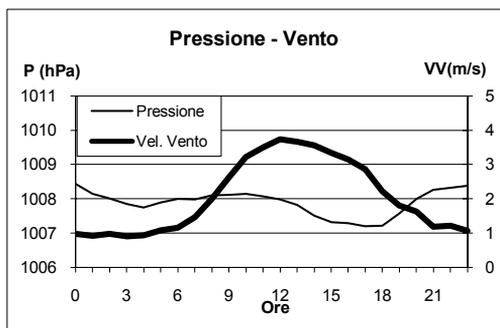
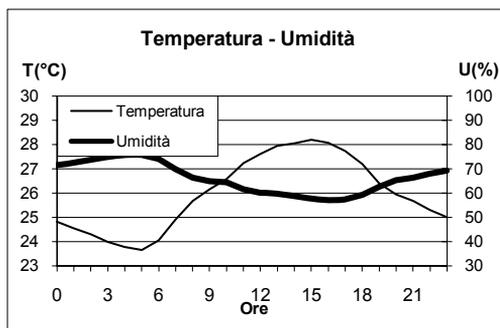
Ora	T(°C)	U(%)	R (W/m ²)	DV(°N)	VV(m/s)	UVb (W/m ²)	P(hPa)
0	25.6	68.5	0.0	0.0	1.4	0.000	1009.4
1	25.4	69.8	0.0	0.0	1.3	0.000	1009.2
2	25.2	70.7	0.0	0.0	1.2	0.000	1009.0
3	24.9	71.2	0.0	0.0	1.2	0.000	1008.8
4	24.6	71.8	0.0	0.0	1.4	0.001	1008.9
5	24.6	72.2	22.9	0.0	1.4	0.030	1009.0
6	25.2	70.3	160.4	0.0	1.5	0.152	1009.0
7	26.0	67.3	331.8	135.0	1.9	0.401	1009.0
8	26.5	65.4	517.0	135.0	2.5	0.790	1009.1
9	27.0	64.1	669.1	180.0	3.0	1.241	1009.0
10	27.4	63.6	778.4	180.0	3.5	1.670	1009.1
11	28.0	61.6	841.1	180.0	3.6	1.943	1009.0
12	28.4	61.6	833.6	180.0	3.8	1.977	1008.9
13	28.9	59.7	814.8	180.0	3.7	1.850	1008.6
14	29.1	57.9	747.0	180.0	3.7	1.544	1008.3
15	29.2	57.3	632.7	180.0	3.4	1.111	1008.1
16	29.1	56.6	475.0	180.0	3.2	0.683	1008.0
17	28.4	60.1	287.9	180.0	2.8	0.323	1008.2
18	27.8	63.1	130.5	180.0	2.5	0.109	1008.4
19	27.3	65.4	17.8	315.0	1.9	0.017	1008.7
20	26.8	66.8	0.2	0.0	1.7	0.000	1009.0
21	26.5	66.0	0.0	135.0	1.5	0.000	1009.4
22	26.2	66.4	0.0	45.0	1.5	0.000	1009.4
23	25.9	67.4	0.0	0.0	1.4	0.000	1009.5



AGOSTO 2010

(medie orarie)

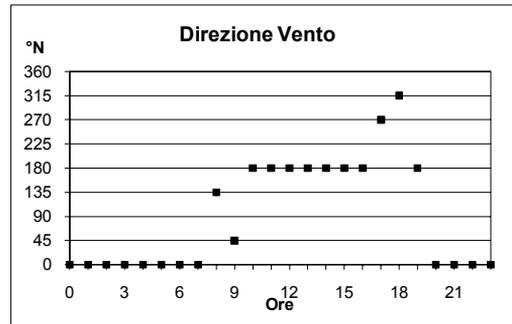
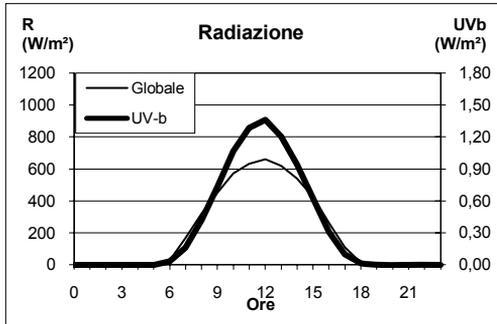
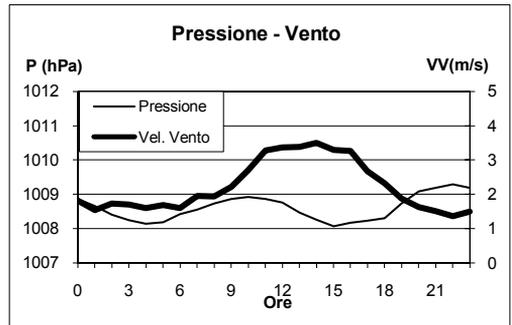
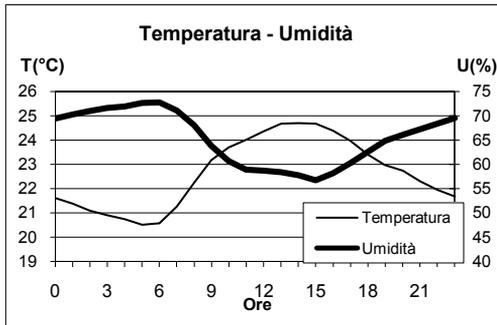
Ora	T(°C)	U(%)	R (W/m ²)	DV(°N)	VV(m/s)	UVb (W/m ²)	P(hPa)
0	24.8	71.6	0.0	45.0	1.0	0.000	1008.4
1	24.6	72.7	0.0	45.0	0.9	0.000	1008.2
2	24.3	73.7	0.0	0.0	1.0	0.000	1008.0
3	24.0	74.8	0.0	0.0	0.9	0.000	1007.8
4	23.8	75.8	0.0	0.0	0.9	0.000	1007.7
5	23.7	75.7	4.1	0.0	1.1	0.010	1007.9
6	24.1	74.1	107.4	45.0	1.2	0.094	1008.0
7	24.9	69.9	270.9	135.0	1.5	0.309	1008.0
8	25.7	66.2	433.3	135.0	2.0	0.663	1008.1
9	26.1	64.8	612.7	180.0	2.6	1.123	1008.1
10	26.6	64.4	736.0	180.0	3.2	1.570	1008.1
11	27.2	61.5	800.6	180.0	3.5	1.841	1008.1
12	27.6	60.1	830.0	180.0	3.7	1.953	1008.0
13	27.9	59.6	794.7	180.0	3.7	1.778	1007.8
14	28.1	58.8	712.8	180.0	3.6	1.446	1007.5
15	28.2	57.5	601.9	180.0	3.3	1.043	1007.3
16	28.1	57.2	443.0	180.0	3.1	0.608	1007.3
17	27.7	57.3	262.3	270.0	2.9	0.268	1007.2
18	27.2	59.3	93.6	180.0	2.2	0.070	1007.2
19	26.4	62.7	3.3	315.0	1.8	0.005	1007.6
20	26.0	65.2	0.0	315.0	1.6	0.000	1008.0
21	25.7	66.4	0.0	0.0	1.2	0.000	1008.3
22	25.3	68.0	0.0	45.0	1.2	0.000	1008.3
23	25.0	69.1	0.0	45.0	1.1	0.000	1008.4



SETTEMBRE 2010

(medie orarie)

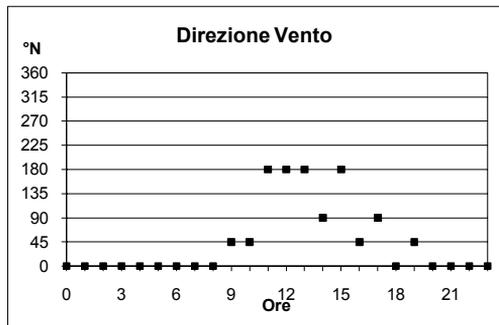
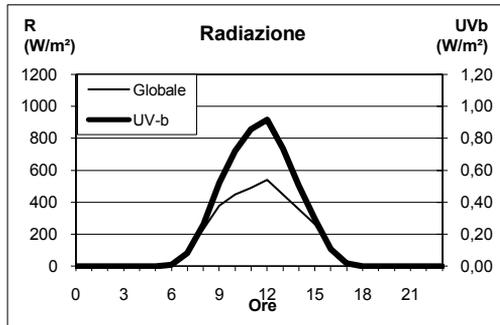
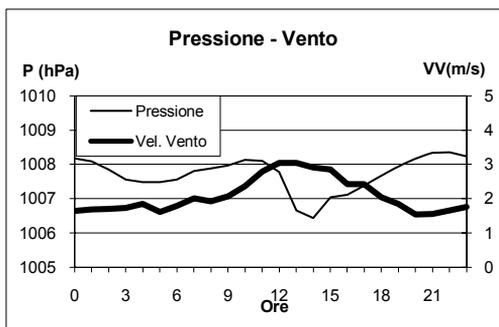
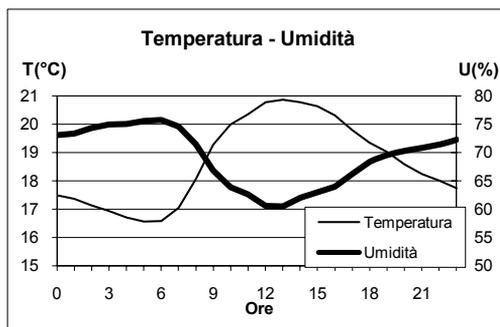
Ora	T(°C)	U(%)	R (W/m ²)	DV(°N)	VV(m/s)	UVb (W/m ²)	P(hPa)
0	21.6	69.4	0.0	0.0	1.8	0.000	1008.9
1	21.4	70.2	0.0	0.0	1.5	0.000	1008.7
2	21.1	71.0	0.0	0.0	1.7	0.000	1008.4
3	20.9	71.6	0.0	0.0	1.7	0.000	1008.2
4	20.7	71.9	0.0	0.0	1.6	0.000	1008.1
5	20.5	72.6	0.0	0.0	1.7	0.001	1008.2
6	20.6	72.8	28.1	0.0	1.6	0.030	1008.4
7	21.3	71.1	165.6	0.0	2.0	0.160	1008.6
8	22.2	68.0	321.9	135.0	1.9	0.423	1008.7
9	23.2	63.8	452.8	45.0	2.2	0.736	1008.9
10	23.7	60.6	570.4	180.0	2.7	1.066	1008.9
11	24.0	58.9	632.4	180.0	3.3	1.285	1008.9
12	24.4	58.7	661.3	180.0	3.4	1.359	1008.8
13	24.7	58.3	620.7	180.0	3.4	1.207	1008.5
14	24.7	57.7	539.7	180.0	3.5	0.944	1008.3
15	24.7	56.7	422.2	180.0	3.3	0.618	1008.1
16	24.4	58.2	261.8	180.0	3.3	0.306	1008.2
17	24.0	60.2	108.3	270.0	2.7	0.096	1008.2
18	23.4	62.5	9.9	315.0	2.3	0.011	1008.3
19	23.0	64.8	0.0	180.0	1.9	0.000	1008.7
20	22.7	66.1	0.0	0.0	1.6	0.000	1009.1
21	22.3	67.2	0.5	0.0	1.5	0.000	1009.2
22	22.0	68.3	0.0	0.0	1.4	0.000	1009.3
23	21.7	69.5	0.0	0.0	1.5	0.000	1009.2



OTTOBRE 2010

(medie orarie)

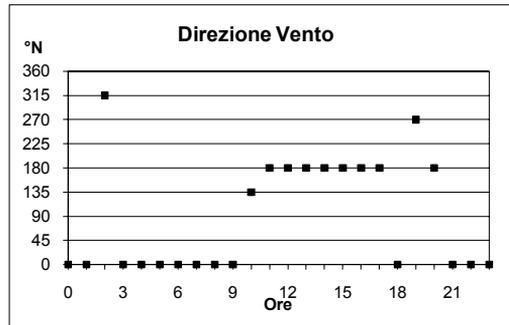
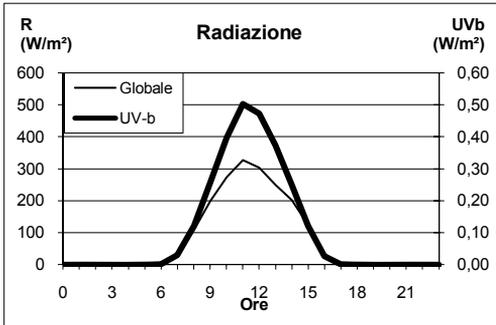
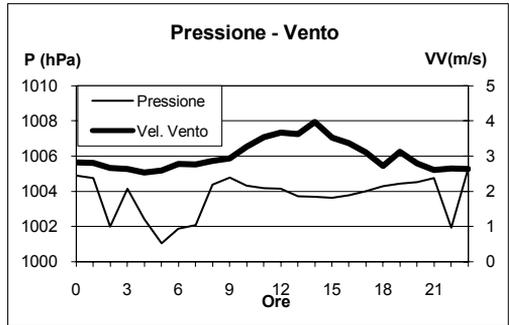
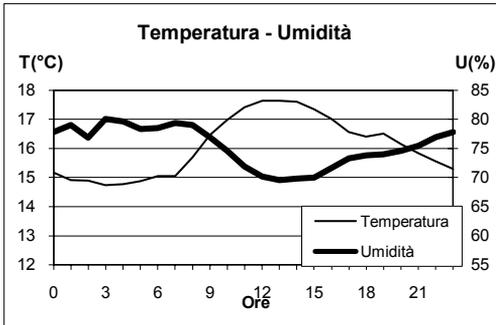
Ora	T(°C)	U(%)	R (W/m ²)	DV(°N)	VV(m/s)	UVb (W/m ²)	P(hPa)
0	17.5	73.0	0.0	0.0	1.6	0.000	1008.2
1	17.4	73.3	0.0	0.0	1.7	0.000	1008.1
2	17.1	74.3	0.0	0.0	1.7	0.000	1007.9
3	16.9	74.9	0.0	0.0	1.7	0.000	1007.6
4	16.7	75.0	0.0	0.0	1.8	0.000	1007.5
5	16.6	75.6	0.0	0.0	1.6	0.000	1007.5
6	16.6	75.8	1.7	0.0	1.8	0.008	1007.6
7	17.0	74.5	86.6	0.0	2.0	0.081	1007.8
8	18.1	71.4	231.6	0.0	1.9	0.262	1007.9
9	19.3	66.8	378.2	45.0	2.1	0.520	1008.0
10	20.0	63.9	449.8	45.0	2.4	0.722	1008.1
11	20.3	62.6	489.4	180.0	2.8	0.856	1008.1
12	20.8	60.6	539.7	180.0	3.0	0.918	1007.8
13	20.9	60.5	449.0	180.0	3.0	0.738	1006.7
14	20.8	62.0	357.8	90.0	2.9	0.507	1006.4
15	20.6	63.0	263.1	180.0	2.9	0.293	1007.0
16	20.3	64.0	115.6	45.0	2.4	0.107	1007.1
17	19.8	66.2	14.5	90.0	2.4	0.017	1007.4
18	19.3	68.4	0.0	0.0	2.0	0.000	1007.7
19	19.0	69.5	0.0	45.0	1.9	0.000	1007.9
20	18.6	70.3	0.0	0.0	1.5	0.000	1008.2
21	18.2	70.8	0.0	0.0	1.6	0.000	1008.3
22	18.0	71.3	0.0	0.0	1.7	0.000	1008.4
23	17.7	72.3	0.0	0.0	1.8	0.000	1008.2



NOVEMBRE 2010

(medie orarie)

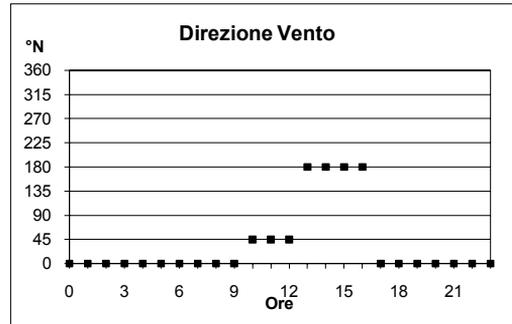
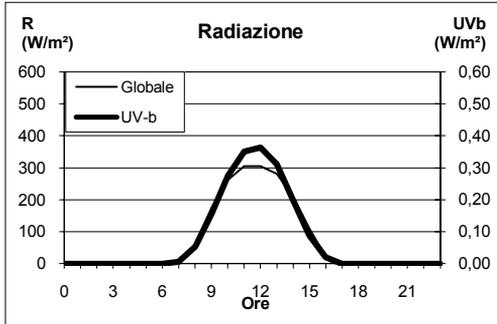
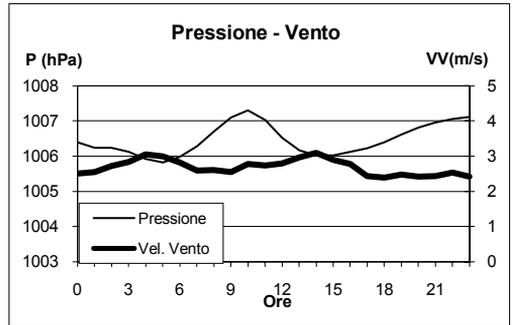
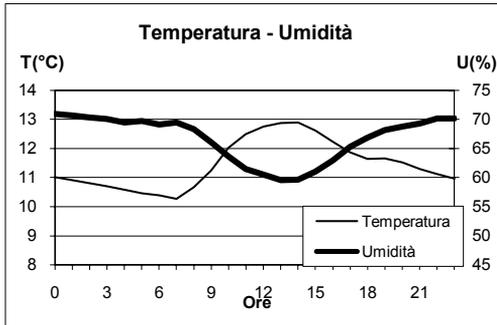
Ora	T(°C)	U(%)	R (W/m ²)	DV(°N)	VV(m/s)	UVb (W/m ²)	P(hPa)
0	15.2	77.8	0.0	0.0	2.8	0.000	1004.9
1	14.9	79.0	0.0	0.0	2.8	0.000	1004.8
2	14.9	76.8	0.0	315.0	2.7	0.000	1002.0
3	14.7	80.0	0.3	0.0	2.6	0.000	1004.1
4	14.8	79.6	0.0	0.0	2.5	0.000	1002.4
5	14.9	78.3	0.0	0.0	2.6	0.000	1001.0
6	15.1	78.5	0.0	0.0	2.8	0.001	1001.9
7	15.1	79.4	24.7	0.0	2.8	0.029	1002.1
8	15.7	79.0	108.3	0.0	2.9	0.122	1004.4
9	16.5	76.9	199.4	0.0	2.9	0.257	1004.8
10	17.0	74.6	272.5	135.0	3.3	0.397	1004.3
11	17.4	71.9	327.5	180.0	3.5	0.503	1004.2
12	17.6	70.2	303.8	180.0	3.7	0.473	1004.2
13	17.6	69.6	250.2	180.0	3.6	0.372	1003.7
14	17.6	69.9	201.5	180.0	4.0	0.249	1003.7
15	17.4	70.0	124.0	180.0	3.5	0.121	1003.6
16	17.0	71.6	25.7	180.0	3.4	0.027	1003.8
17	16.6	73.3	0.1	180.0	3.1	0.001	1004.0
18	16.4	73.8	0.1	0.0	2.7	0.000	1004.3
19	16.5	74.0	0.0	270.0	3.1	0.000	1004.4
20	16.1	74.6	0.2	180.0	2.8	0.000	1004.5
21	15.8	75.5	0.0	0.0	2.6	0.000	1004.7
22	15.6	76.9	0.0	0.0	2.7	0.000	1001.9
23	15.3	77.8	0.0	0.0	2.6	0.000	1005.3



DICEMBRE 2010

(medie orarie)

Ora	T(°C)	U(%)	R (W/m ²)	DV(°N)	VV(m/s)	UVb (W/m ²)	P(hPa)
0	11.0	70.9	0.0	0.0	2.5	0.000	1006.4
1	10.9	70.7	0.0	0.0	2.5	0.000	1006.2
2	10.8	70.3	0.0	0.0	2.7	0.000	1006.2
3	10.7	70.0	0.0	0.0	2.8	0.000	1006.1
4	10.6	69.4	0.0	0.0	3.0	0.000	1005.9
5	10.5	69.7	0.0	0.0	3.0	0.000	1005.8
6	10.4	69.1	0.2	0.0	2.8	0.000	1006.0
7	10.3	69.4	1.3	0.0	2.6	0.006	1006.3
8	10.7	68.3	61.6	0.0	2.6	0.052	1006.7
9	11.2	66.1	174.6	0.0	2.5	0.157	1007.1
10	12.0	63.7	261.4	45.0	2.8	0.276	1007.3
11	12.5	61.5	304.3	45.0	2.7	0.351	1007.0
12	12.8	60.5	304.7	45.0	2.8	0.364	1006.5
13	12.9	59.5	281.5	180.0	3.0	0.312	1006.2
14	12.9	59.7	210.3	180.0	3.1	0.198	1006.0
15	12.6	61.0	110.7	180.0	2.9	0.089	1006.0
16	12.2	62.9	21.2	180.0	2.8	0.019	1006.1
17	11.9	65.3	0.0	0.0	2.4	0.000	1006.2
18	11.6	66.8	0.0	0.0	2.4	0.000	1006.4
19	11.7	68.2	0.0	0.0	2.5	0.000	1006.6
20	11.5	68.8	0.1	0.0	2.4	0.000	1006.8
21	11.3	69.3	0.0	0.0	2.4	0.000	1006.9
22	11.1	70.2	0.0	0.0	2.5	0.000	1007.0
23	11.0	70.2	0.0	0.0	2.4	0.000	1007.1



GENNAIO 2010

(medie giornaliere)

Data	T(°C)	U(%)	Pg(mm)	Tmin (°C)	Tmax (°C)	Umin (%)	Umax (%)	Tmare (°C)
1/1/10	14.4	74.8	10.4	10.8	16.3	57.8	90.2	15.8
2/1/10	13.0	73.0	19.8	10.5	14.8	56.9	85.5	15.7
3/1/10	9.9	48.9	0.0	7.6	11.9	35.6	62.5	15.7
4/1/10	8.3	71.1	5.2	7.4	11.4	58.1	88.7	15.6
5/1/10	15.2	81.1	2.2	10.1	17.1	64.6	90.7	15.3
6/1/10	14.6	82.4	0.8	13.7	15.6	76.3	89.5	15.1
7/1/10	14.4	78.0	8.4	12.5	15.8	63.7	87.9	15.1
8/1/10	15.8	78.3	10.8	14.2	17.9	53.4	92.2	15.1
9/1/10	11.9	76.6	12.0	9.4	15.1	66.2	86.0	14.9
10/1/10	8.6	81.0	13.2	7.5	10.2	69.8	88.6	14.9
11/1/10	8.2	85.0	8.6	7.4	10.0	76.8	87.8	15.0
12/1/10	9.3	73.0	0.0	6.9	13.2	49.9	87.3	15.0
13/1/10	8.8	76.6	0.6	7.3	9.6	67.7	80.8	15.0
14/1/10	10.2	68.7	0.0	7.6	13.6	53.0	74.9	14.9
15/1/10	10.4	68.7	0.0	8.4	12.5	60.5	75.1	14.9
16/1/10	10.4	59.5	0.0	8.1	13.3	45.8	68.5	14.8
17/1/10	9.3	72.1	0.8	7.8	10.5	62.4	86.4	14.7
18/1/10	10.4	70.7	0.0	8.2	13.9	54.0	86.8	14.7
19/1/10	10.2	54.6	0.0	7.9	13.4	36.3	67.8	14.7
20/1/10	9.7	63.9	0.2	6.7	12.2	52.2	74.9	14.7
21/1/10	9.6	63.2	0.0	7.7	11.6	45.5	75.3	14.6
22/1/10	8.1	59.6	0.0	6.1	11.6	47.8	69.6	14.5
23/1/10	7.4	55.0	0.0	5.3	10.6	43.3	63.7	14.3
24/1/10	7.8	59.1	0.0	5.1	11.2	47.5	67.9	14.3
25/1/10	8.9	61.2	0.0	6.0	11.6	48.6	67.6	14.3
26/1/10	11.4	61.9	0.8	9.2	14.4	47.8	74.2	14.3
27/1/10	9.7	79.1	10.2	8.2	10.6	69.7	86.3	14.3
28/1/10	9.1	73.1	2.0	6.7	12.9	55.7	83.8	14.2
29/1/10	10.2	74.6	0.8	8.2	13.4	56.9	85.9	14.3
30/1/10	11.1	78.2	12.0	9.4	13.7	68.3	84.1	14.3
31/1/10	10.5	62.4	2.0	8.0	12.5	47.8	76.7	14.2

Giorni con neve sul cono del Vesuvio:

4/1

dal 10/1 al 27/1

MASSIMI e MINIMI ASSOLUTI

Temperatura

Min: 5.1 °C il 24/1 alle ore 7.20

Max: 17.9 °C il 8/1 alle ore 2.10

Umidità

Min: 35.6 % il 3/1 alle ore 3.30

Max: 92.2 % il 8/1 alle ore 13.50

Pressione

Min: 987.5 hPa il 30/1 alle ore 13.50

Max: 1021.1 hPa il 24/1 alle ore 10.40

Velocità del vento

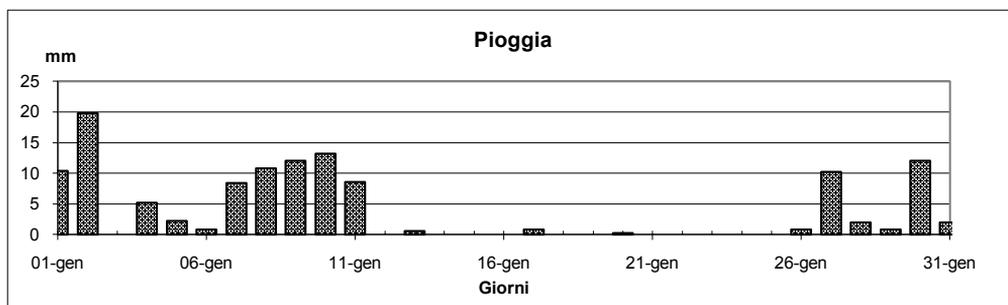
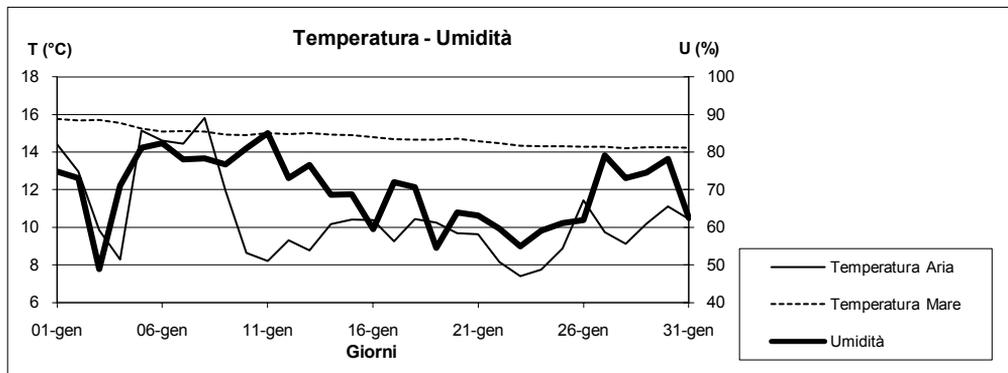
Max: 22.0 m/s il 9/1 alle ore 10.40

Radiazione totale

Max: 730.1 W/m² il 28/1 alle ore 12.00

Radiazione UVb

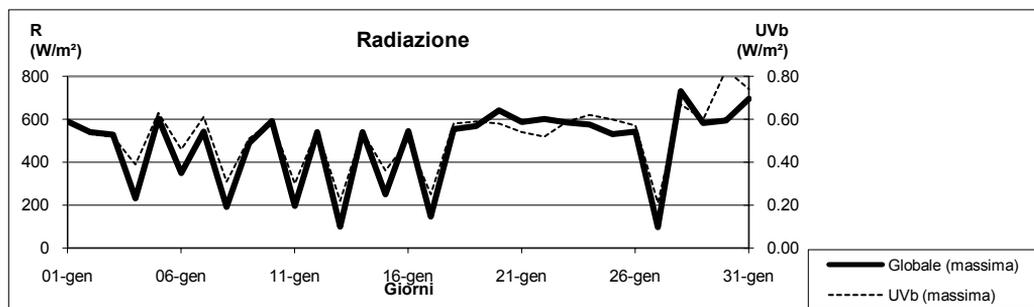
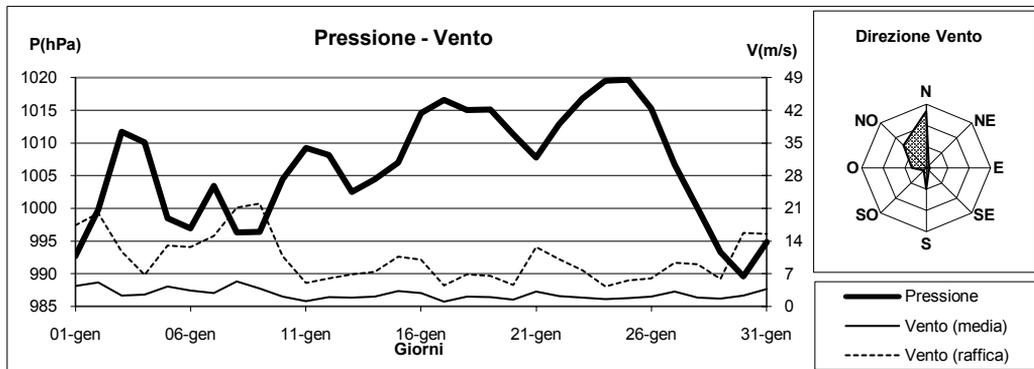
Max: 0.830 W/m² il 30/1 alle ore 12.40



GENNAIO 2010

(medie giornaliere)

Data	P(hPa)	DV(°N)	VV(m/s)	R(W/m ²)	UVb(W/m ²)	P _{min} (hPa)	P _{max} (hPa)	VV _{max} (m/s)	R _{max} (W/m ²)	UVb _{max} (W/m ²)
1/1/10	992.7	270.0	4.4	62.0	0.073	990.9	994.3	17.4	589.7	0.590
2/1/10	999.8	315.0	5.1	74.5	0.086	992.8	1005.8	20.0	541.1	0.530
3/1/10	1011.7	315.0	2.3	123.8	0.105	1005.7	1015.0	11.7	527.2	0.520
4/1/10	1010.1	315.0	2.5	24.1	0.043	1003.7	1015.0	6.8	231.9	0.390
5/1/10	998.5	180.0	4.3	81.2	0.095	994.0	1003.3	13.0	602.8	0.630
6/1/10	997.0	180.0	3.4	37.4	0.063	993.5	1001.5	12.7	350.5	0.460
7/1/10	1003.4	180.0	2.9	116.9	0.119	1000.0	1005.8	15.1	543.1	0.610
8/1/10	996.3	180.0	5.3	14.2	0.026	994.5	1001.6	21.1	192.7	0.310
9/1/10	996.4	180.0	3.9	32.6	0.049	992.9	1001.5	22.0	488.5	0.510
10/1/10	1004.4	315.0	2.1	61.0	0.077	1000.7	1010.1	10.8	591.3	0.590
11/1/10	1009.2	0.0	1.1	16.9	0.036	1008.3	1010.8	5.0	197.1	0.300
12/1/10	1008.2	315.0	1.9	129.1	0.112	1007.0	1009.5	6.0	539.5	0.550
13/1/10	1002.5	0.0	1.9	18.3	0.037	999.0	1007.9	6.9	100.2	0.220
14/1/10	1004.4	315.0	2.1	126.7	0.105	1002.1	1006.4	7.4	541.1	0.540
15/1/10	1007.0	0.0	3.3	54.4	0.073	1005.2	1011.4	10.6	250.1	0.360
16/1/10	1014.6	0.0	2.9	127.0	0.102	1011.4	1018.1	10.0	545.8	0.500
17/1/10	1016.6	0.0	1.0	22.9	0.042	1015.1	1018.1	4.5	147.7	0.250
18/1/10	1015.0	0.0	2.1	108.5	0.114	1013.9	1016.3	6.9	553.3	0.580
19/1/10	1015.1	0.0	2.0	140.1	0.120	1014.3	1016.5	6.5	568.0	0.590
20/1/10	1011.3	0.0	1.4	101.1	0.103	1008.5	1014.2	4.6	640.7	0.580
21/1/10	1007.7	0.0	3.1	92.0	0.099	1005.2	1012.0	12.7	587.7	0.540
22/1/10	1012.8	0.0	2.2	92.6	0.095	1011.5	1014.4	10.1	602.4	0.520
23/1/10	1016.8	0.0	1.9	141.4	0.120	1014.4	1019.3	7.7	583.8	0.590
24/1/10	1019.5	315.0	1.5	142.7	0.130	1018.7	1021.1	4.3	574.3	0.620
25/1/10	1019.7	0.0	1.8	71.0	0.087	1018.7	1020.8	5.6	529.6	0.600
26/1/10	1015.2	315.0	2.1	106.0	0.113	1009.5	1019.3	6.0	542.3	0.570
27/1/10	1006.7	0.0	3.1	7.0	0.025	1005.2	1010.0	9.4	98.6	0.210
28/1/10	1000.0	0.0	1.9	107.2	0.111	994.8	1005.2	9.0	730.1	0.670
29/1/10	993.3	0.0	1.7	108.9	0.099	992.3	994.8	5.9	582.2	0.600
30/1/10	989.6	270.0	2.3	43.9	0.074	987.5	992.4	15.7	595.2	0.830
31/1/10	994.9	270.0	3.8	85.1	0.100	990.0	1000.3	15.5	694.5	0.740



FEBBRAIO 2010

(medie giornaliere)

Data	T(°C)	U(%)	Pg(mm)	Tmin (°C)	Tmax (°C)	Umin (%)	Umax (%)	Tmare (°C)
1/2/10	7.4	58.6	2.4	5.3	10.5	34.0	79.4	14.2
2/2/10	6.8	42.1	0.0	3.7	10.4	21.8	55.2	14.2
3/2/10	8.9	70.3	2.0	6.2	10.8	45.1	84.2	13.9
4/2/10	11.1	77.5	0.0	8.2	13.7	63.2	87.1	13.9
5/2/10	11.5	80.1	3.6	7.9	14.3	68.7	94.7	13.9
6/2/10	12.1	74.4	4.4	10.2	14.3	64.1	93.8	13.9
7/2/10	9.4	67.1	1.2	8.1	12.3	51.6	83.7	14.0
8/2/10	9.6	57.8	0.0	7.6	12.9	43.9	64.5	14.0
9/2/10	9.4	69.1	11.6	7.4	12.2	60.2	83.4	14.0
10/2/10	10.7	88.2	20.8	8.8	13.1	83.9	90.8	14.0
11/2/10	10.0	65.5	0.6	8.3	11.6	49.8	85.4	13.9
12/2/10	7.1	70.4	6.6	3.7	9.6	45.9	84.9	13.9
13/2/10	7.4	72.8	0.0	3.6	10.6	59.2	84.6	14.0
14/2/10	8.7	75.5	2.4	7.0	10.6	68.9	83.2	13.9
15/2/10	9.2	77.3	1.4	7.4	11.4	68.7	83.3	13.9
16/2/10	10.1	80.1	8.6	8.7	12.5	64.7	88.8	13.8
17/2/10	12.3	89.6	10.4	9.9	14.4	85.9	91.6	13.8
18/2/10	14.8	84.0	0.0	13.6	16.7	73.1	91.4	13.8
19/2/10	14.8	81.3	8.4	11.8	18.1	66.0	88.6	13.8
20/2/10	13.1	74.7	7.4	11.4	14.9	46.5	91.1	13.8
21/2/10	12.0	65.7	0.6	8.5	14.9	50.7	76.7	13.7
22/2/10	12.8	85.9	7.6	10.9	14.4	65.7	94.4	13.5
23/2/10	14.5	90.4	2.4	13.7	16.0	85.1	93.1	13.7
24/2/10	14.6	82.3	3.0	12.6	16.8	64.7	93.0	13.8
25/2/10	13.7	80.1	2.4	11.7	17.0	62.3	87.4	13.9
26/2/10	14.4	83.1	0.0	13.1	15.6	67.3	89.0	14.0
27/2/10	14.5	64.1	0.0	12.1	18.2	39.7	82.4	14.0
28/2/10	15.3	64.2	0.0	11.5	18.4	34.8	80.4	14.1

Giorni con neve sul cono del Vesuvio:
7/2
dal 13/2 al 17/2

MASSIMI e MINIMI ASSOLUTI

Temperatura

Min: 3.6 °C il 13/2 alle ore 2.50
Max: 18.4 °C il 28/2 alle ore 13.30

Umidità

Min: 21.8 % il 2/2 alle ore 14.40
Max: 94.7 % il 5/2 alle ore 23.00

Pressione

Min: 980.4 hPa il 10/2 alle ore 17.00
Max: 1019.9 hPa il 4/2 alle ore 10.30

Velocità del vento

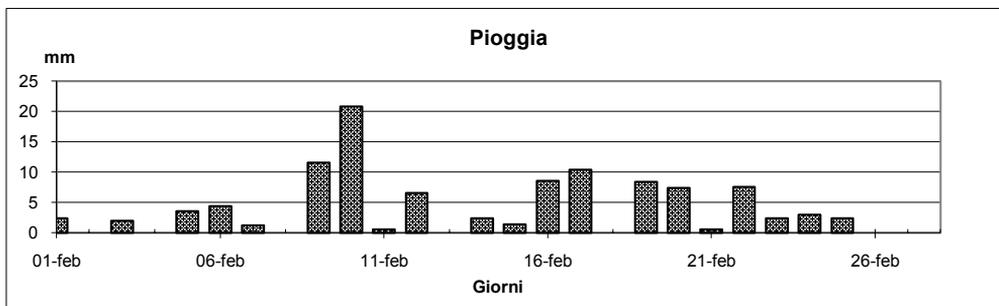
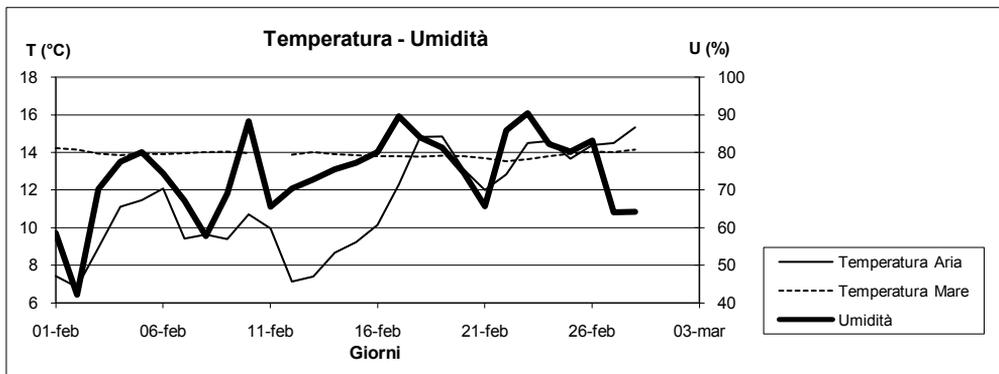
Max: 21.0 m/s il 22/2 alle ore 8.30

Radiazione totale

Max: 846.7 W/m² il 21/2 alle ore 12.30

Radiazione UVb

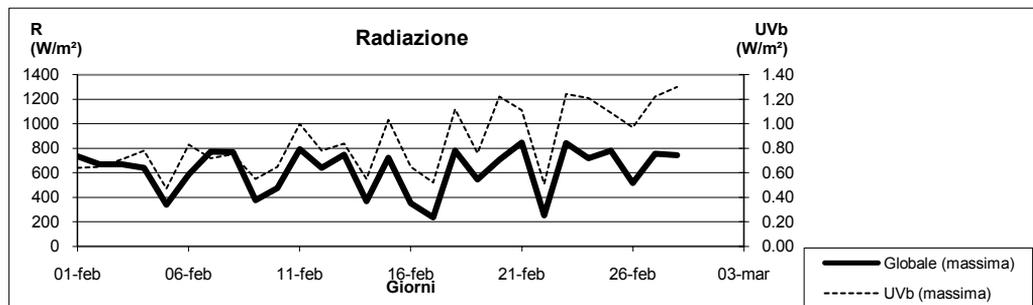
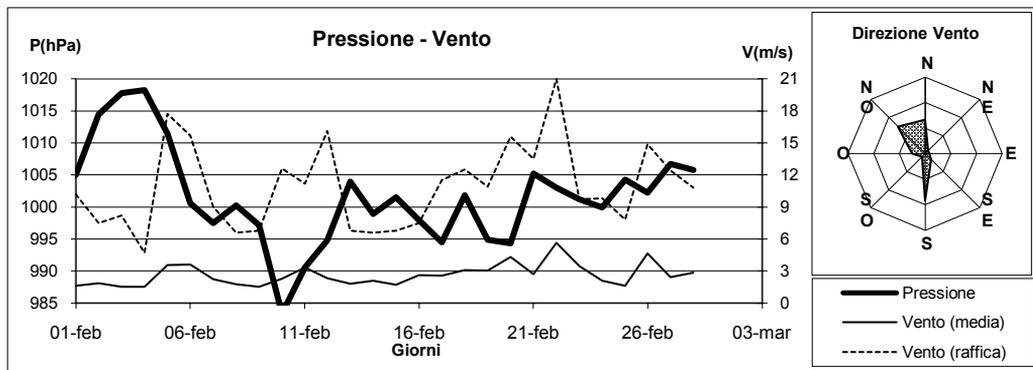
Max: 1.300 W/m² il 28/2 alle ore 12.10



FEBBRAIO 2010

(medie giornaliere)

Data	P(hPa)	DV(°N)	VV(m/s)	R(W/m ²)	UVb(W/m ²)	P _{min} (hPa)	P _{max} (hPa)	VV _{max} (m/s)	R _{max} (W/m ²)	UVb _{max} (W/m ²)
1/2/10	1005.0	0.0	1.6	143.2	0.126	1000.0	1010.8	10.2	733.6	0.640
2/2/10	1014.4	315.0	1.9	169.6	0.134	1010.8	1018.1	7.5	670.4	0.650
3/2/10	1017.8	315.0	1.5	53.8	0.072	1016.8	1018.6	8.2	667.2	0.710
4/2/10	1018.2	315.0	1.5	156.3	0.164	1016.8	1019.9	4.7	639.9	0.780
5/2/10	1011.4	0.0	3.5	36.3	0.060	1003.9	1016.9	17.7	337.4	0.470
6/2/10	1000.5	270.0	3.6	62.9	0.086	996.0	1004.3	15.7	587.7	0.830
7/2/10	997.5	0.0	2.2	160.7	0.146	994.8	1000.3	9.0	772.0	0.720
8/2/10	1000.2	0.0	1.8	144.2	0.139	999.5	1001.1	6.6	767.2	0.750
9/2/10	997.2	0.0	1.5	36.1	0.063	991.1	1000.9	6.8	374.6	0.550
10/2/10	983.4	315.0	2.3	39.4	0.065	980.4	990.6	12.6	476.6	0.650
11/2/10	990.5	315.0	3.3	100.6	0.152	983.7	996.0	11.2	793.7	1.000
12/2/10	994.8	135.0	2.3	115.1	0.134	991.2	998.7	16.1	641.9	0.780
13/2/10	1004.0	315.0	1.8	169.9	0.179	998.4	1006.5	6.8	747.1	0.840
14/2/10	998.9	0.0	2.1	49.7	0.095	995.4	1005.2	6.6	366.7	0.550
15/2/10	1001.5	0.0	1.7	83.8	0.133	997.6	1004.3	6.8	721.8	1.030
16/2/10	997.9	315.0	2.6	30.2	0.066	991.8	1003.7	7.5	353.7	0.650
17/2/10	994.5	180.0	2.6	31.9	0.069	990.8	998.3	11.5	235.4	0.520
18/2/10	1001.9	180.0	3.1	125.6	0.178	997.9	1005.2	12.5	779.9	1.120
19/2/10	994.9	180.0	3.0	60.9	0.081	989.4	1003.9	10.9	546.6	0.760
20/2/10	994.3	270.0	4.3	90.9	0.157	991.2	999.6	15.6	705.2	1.220
21/2/10	1005.2	180.0	2.7	176.0	0.217	999.6	1008.9	13.5	846.7	1.110
22/2/10	1003.0	180.0	5.7	25.3	0.052	1001.2	1007.7	21.0	252.0	0.510
23/2/10	1001.2	180.0	3.5	117.2	0.181	1000.3	1002.7	9.7	842.0	1.240
24/2/10	999.9	180.0	2.1	136.9	0.203	998.4	1001.5	9.8	718.2	1.210
25/2/10	1004.3	180.0	1.6	177.7	0.240	1000.9	1006.4	7.8	781.9	1.090
26/2/10	1002.2	180.0	4.6	63.3	0.118	999.7	1006.0	14.9	515.4	0.970
27/2/10	1006.7	315.0	2.4	205.9	0.273	1002.1	1009.5	12.4	753.8	1.220
28/2/10	1005.8	180.0	2.9	166.5	0.266	1003.4	1008.9	10.8	741.5	1.300



MARZO 2010

(medie giornaliere)

Data	T(°C)	U(%)	Pg(mm)	Tmin (°C)	Tmax (°C)	Umin (%)	Umax (%)	Tmare (°C)
1/3/10	15.6	81.4	0.8	13.8	17.9	63.7	90.4	14.3
2/3/10	14.7	74.9	0.0	12.9	17.1	62.1	86.9	14.2
3/3/10	15.1	66.4	0.0	11.8	18.9	32.8	83.4	14.2
4/3/10	14.2	83.3	8.6	12.7	16.0	73.6	89.5	14.3
5/3/10	11.4	73.5	2.6	6.4	13.8	62.9	82.9	14.3
6/3/10	8.1	53.7	0.0	5.8	10.5	36.7	80.4	14.2
7/3/10	9.2	52.3	0.0	6.2	12.2	38.0	63.8	14.1
8/3/10	8.8	48.4	0.0	6.3	11.3	38.4	60.5	13.9
9/3/10	8.6	71.1	20.4	6.4	14.4	52.4	91.2	13.9
10/3/10	11.2	75.6	3.6	9.8	12.7	60.6	89.3	13.6
11/3/10	9.0	74.7	3.6	6.7	12.1	66.2	79.9	13.6
12/3/10	9.6	70.0	0.6	7.7	11.9	56.6	79.9	13.7
13/3/10	10.5	64.0	0.0	7.4	14.7	45.1	75.7	13.8
14/3/10	10.9	54.3	0.0	7.7	14.1	39.3	71.1	13.8
15/3/10	11.4	62.7	0.0	7.9	15.2	42.9	75.8	13.9
16/3/10	11.2	70.9	2.8	8.8	14.0	49.2	80.0	13.9
17/3/10	12.8	63.2	0.0	8.2	17.7	28.2	80.0	14.1
18/3/10	12.6	76.9	0.0	10.4	14.8	66.5	85.3	14.2
19/3/10	12.6	75.2	0.0	9.7	15.2	66.4	84.6	14.2
20/3/10	13.6	76.9	0.0	11.3	15.7	66.7	83.5	14.3
21/3/10	15.8	59.7	0.0	11.4	19.6	30.2	84.8	14.4
22/3/10	15.7	61.1	5.6	14.5	18.7	40.2	85.6	14.3
23/3/10	17.0	68.4	0.0	14.7	20.2	48.9	86.1	14.3
24/3/10	15.3	78.1	0.0	14.5	17.1	65.9	89.5	14.4
25/3/10	15.4	79.9	0.0	13.0	18.4	62.9	90.3	14.3
26/3/10	17.0	71.4	0.0	13.4	22.7	38.2	87.9	14.3
27/3/10	15.8	73.7	0.0	14.5	17.9	52.4	88.0	14.4
28/3/10	15.1	73.2	0.0	12.6	18.6	49.9	84.1	14.6
29/3/10	14.7	77.2	0.0	12.6	16.5	67.3	84.9	14.8
30/3/10	15.8	73.2	0.0	12.2	21.0	43.0	90.4	15.0
31/3/10	15.4	69.2	0.0	14.1	17.8	50.8	90.4	15.2

Giorni con neve sul cono del Vesuvio:

13/3

MASSIMI e MINIMI ASSOLUTI

Temperatura

Min: 5.8 °C il 6/3 alle ore 6.40

Max: 22.7 °C il 26/3 alle ore 13.30

Umidità

Min: 28.2 % il 17/3 alle ore 15.00

Max: 91.2 % il 9/3 alle ore 22.30

Pressione

Min: 990.6 hPa il 9/3 alle ore 23.00

Max: 1029.6 hPa il 18/3 alle ore 8.50

Velocità del vento

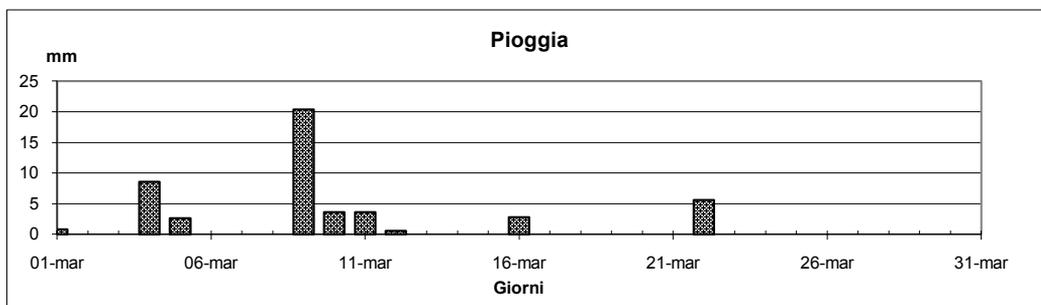
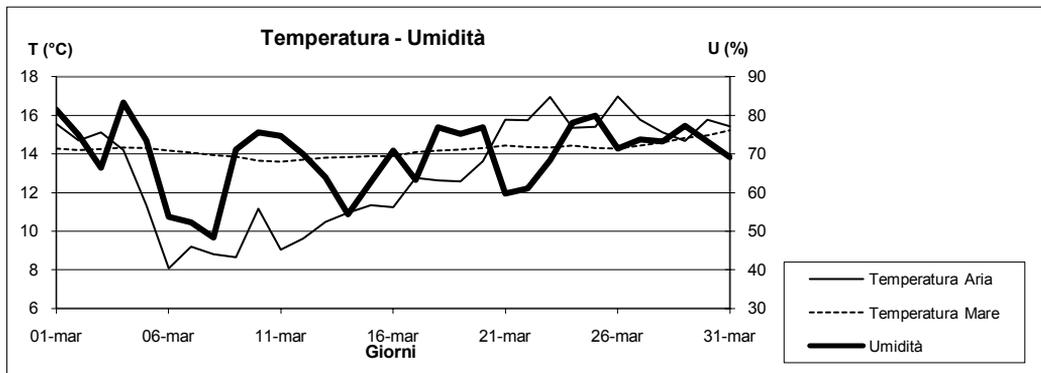
Max: 22.7 m/s il 9/3 alle ore 23.00

Radiazione totale

Max: 975.2 W/m² il 31/3 alle ore 13.40

Radiazione UVb

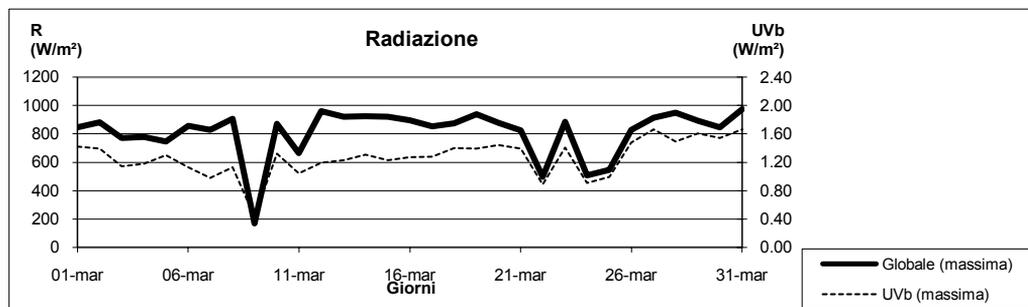
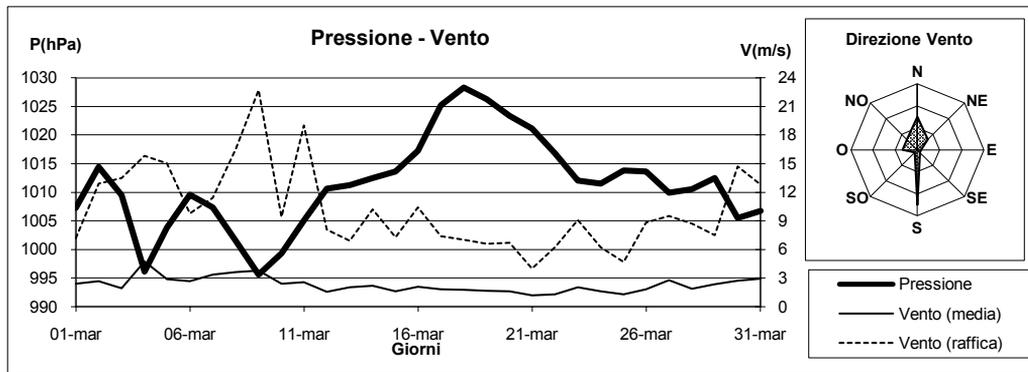
Max: 1.660 W/m² il 27/3 alle ore 13.20



MARZO 2010

(medie giornaliere)

Data	P(hPa)	DV(°N)	VV(m/s)	R(W/m ²)	UVb(W/m ²)	P _{min} (hPa)	P _{max} (hPa)	VV _{max} (m/s)	R _{max} (W/m ²)	UVb _{max} (W/m ²)
1/3/10	1007.3	180.0	2.4	148.2	0.252	1004.4	1011.4	7.2	845.5	1.420
2/3/10	1014.4	270.0	2.7	212.4	0.297	1011.3	1017.5	12.9	882.3	1.390
3/3/10	1009.5	0.0	2.0	130.2	0.183	1000.8	1016.2	13.5	771.2	1.140
4/3/10	996.1	180.0	4.8	83.6	0.129	991.8	1000.6	15.8	778.3	1.180
5/3/10	1003.8	315.0	2.9	94.2	0.149	1000.3	1006.9	15.0	746.3	1.300
6/3/10	1009.5	45.0	2.7	210.4	0.244	1006.5	1011.4	9.8	857.0	1.130
7/3/10	1007.3	45.0	3.4	158.4	0.196	1003.3	1009.6	11.4	829.3	0.980
8/3/10	1001.5	45.0	3.6	199.4	0.235	1000.2	1003.3	16.5	906.8	1.130
9/3/10	995.6	0.0	3.8	17.9	0.048	990.6	1001.0	22.7	167.4	0.430
10/3/10	999.4	270.0	2.4	98.4	0.164	993.6	1004.6	9.4	872.4	1.320
11/3/10	1005.0	315.0	2.5	91.4	0.145	1002.5	1008.3	19.0	666.0	1.040
12/3/10	1010.6	180.0	1.6	144.4	0.177	1008.3	1012.0	8.1	960.6	1.190
13/3/10	1011.3	0.0	2.1	150.0	0.191	1010.1	1012.6	6.9	921.0	1.230
14/3/10	1012.5	0.0	2.2	235.3	0.287	1011.4	1013.8	10.2	923.0	1.310
15/3/10	1013.7	0.0	1.6	247.4	0.276	1011.4	1016.3	7.3	921.4	1.230
16/3/10	1017.2	0.0	2.1	230.9	0.288	1015.6	1021.1	10.4	896.9	1.270
17/3/10	1025.2	315.0	1.8	259.6	0.317	1021.1	1029.0	7.4	851.5	1.280
18/3/10	1028.3	180.0	1.8	240.1	0.314	1027.2	1029.6	7.0	876.0	1.400
19/3/10	1026.3	180.0	1.7	238.8	0.316	1024.7	1027.7	6.6	939.6	1.390
20/3/10	1023.3	180.0	1.6	227.1	0.323	1021.7	1024.9	6.7	878.7	1.440
21/3/10	1021.1	180.0	1.2	164.1	0.251	1019.3	1022.3	4.0	824.2	1.390
22/3/10	1016.8	0.0	1.3	75.2	0.162	1014.2	1019.3	6.2	496.8	0.890
23/3/10	1012.1	0.0	2.0	198.2	0.297	1010.6	1013.8	9.1	885.5	1.410
24/3/10	1011.5	180.0	1.6	120.8	0.192	1010.3	1013.2	6.2	506.3	0.910
25/3/10	1013.8	180.0	1.3	162.8	0.232	1012.6	1015.0	4.7	547.0	0.990
26/3/10	1013.6	180.0	1.8	236.7	0.356	1012.0	1015.0	8.8	827.7	1.480
27/3/10	1010.0	180.0	2.8	240.6	0.358	1008.3	1012.1	9.5	914.3	1.660
28/3/10	1010.6	180.0	1.9	257.0	0.345	1008.9	1012.6	8.7	949.1	1.490
29/3/10	1012.4	180.0	2.4	252.1	0.374	1010.8	1013.8	7.5	893.4	1.610
30/3/10	1005.5	180.0	2.7	200.4	0.308	1001.7	1010.8	14.7	847.1	1.540
31/3/10	1006.8	270.0	3.0	220.3	0.332	1003.3	1010.8	12.8	975.2	1.660



APRILE 2010

(medie giornaliere)

Data	T(°C)	U(%)	Pg(mm)	Tmin (°C)	Tmax (°C)	Umin (%)	Umax (%)	Tmare (°C)
1/4/10	14.9	78.4	0.0	12.8	16.5	70.9	82.0	15.0
2/4/10	14.9	72.7	0.0	13.4	17.6	50.5	84.3	15.4
3/4/10	14.6	71.3	0.0	12.2	16.9	61.2	78.2	15.5
4/4/10	15.6	66.3	0.2	11.7	18.7	36.9	87.1	15.7
5/4/10	14.5	69.6	0.2	12.5	16.0	55.5	88.8	15.7
6/4/10	14.7	53.8	0.0	10.7	18.8	32.8	74.0	15.1
7/4/10	15.8	47.6	0.0	12.8	19.2	28.6	74.1	15.3
8/4/10	16.6	42.7	0.0	13.0	20.5	27.7	64.8	15.3
9/4/10	16.8	50.8	0.0	14.3	20.4	34.6	63.2	15.2
10/4/10	17.2	48.6	0.0	13.6	21.3	29.7	67.4	15.3
11/4/10	15.0	75.7	2.0	13.1	16.7	62.9	82.1	15.4
12/4/10	15.4	77.8	16.0	12.2	17.3	66.7	87.9	16.1
13/4/10	15.0	83.1	21.6	13.5	16.3	73.9	90.4	16.1
14/4/10	15.4	74.1	0.0	12.9	18.6	49.8	88.3	16.1
15/4/10	15.4	79.1	1.4	13.2	17.8	66.5	82.8	16.0
16/4/10	17.6	70.3	0.0	15.3	21.3	56.1	79.5	15.9
17/4/10	17.0	75.0	0.0	14.6	19.8	62.9	88.5	15.9
18/4/10	16.0	85.3	17.8	14.8	18.5	72.3	89.8	16.1
19/4/10	16.5	76.3	0.0	14.5	19.5	51.9	90.1	16.0
20/4/10	17.2	70.0	0.0	13.9	21.6	36.5	87.6	16.0
21/4/10	16.0	81.6	0.0	14.1	18.3	72.0	87.4	16.1
22/4/10	17.5	66.8	0.0	13.9	21.1	38.7	86.6	16.2
23/4/10	17.2	74.7	4.6	15.2	19.4	53.3	83.4	16.6
24/4/10	18.3	64.1	1.6	16.1	22.2	36.6	84.8	16.7
25/4/10	19.7	54.5	0.0	16.4	24.5	38.7	62.9	16.6
26/4/10	19.7	64.5	0.0	17.9	22.7	50.9	84.9	16.6
27/4/10	18.3	78.6	0.0	16.5	19.8	72.2	86.4	16.7
28/4/10	20.2	63.0	0.4	16.6	26.2	32.9	80.6	17.0
29/4/10	21.0	42.4	0.0	16.2	24.8	23.8	62.9	16.9
30/4/10	18.8	65.9	0.0	15.9	21.6	44.6	83.7	17.1

MASSIMI E MINIMI ASSOLUTI**Temperatura**

Min: 10.7 °C il 6/4 alle ore 5.10

Max: 26.2 °C il 28/4 alle ore 13.30

Umidità

Min: 23.8 % il 29/4 alle ore 15.00

Max: 90.4 % il 13/4 alle ore 10.20

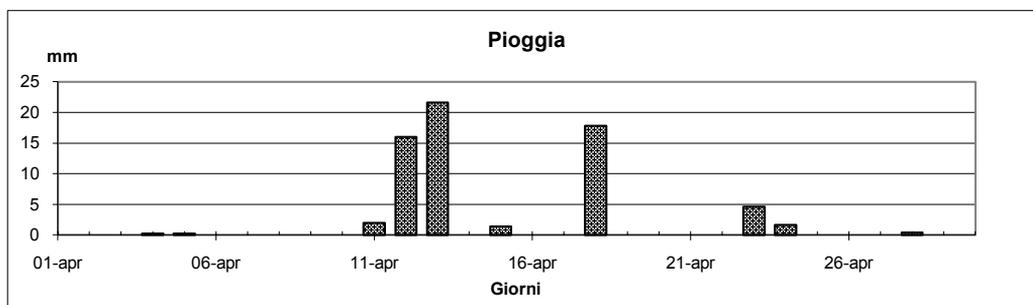
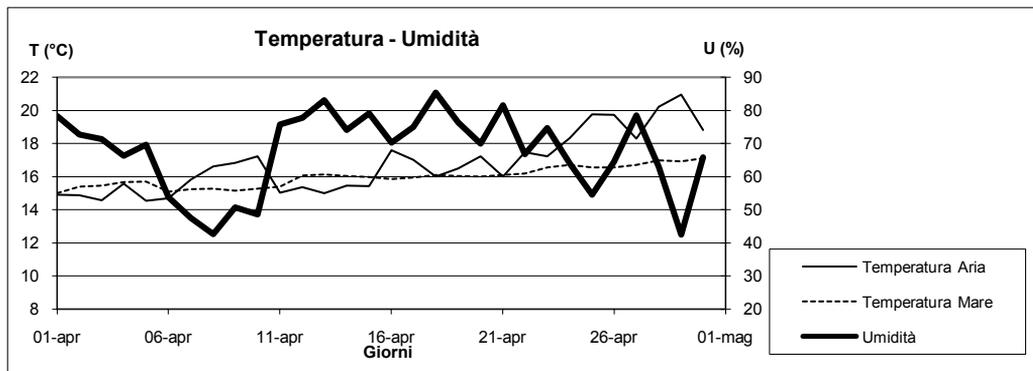
Pressione

Min: 1001.8 hPa il 12/4 alle ore 3.30

Max: 1019 hPa il 6/4 alle ore 9.30

Velocità del vento

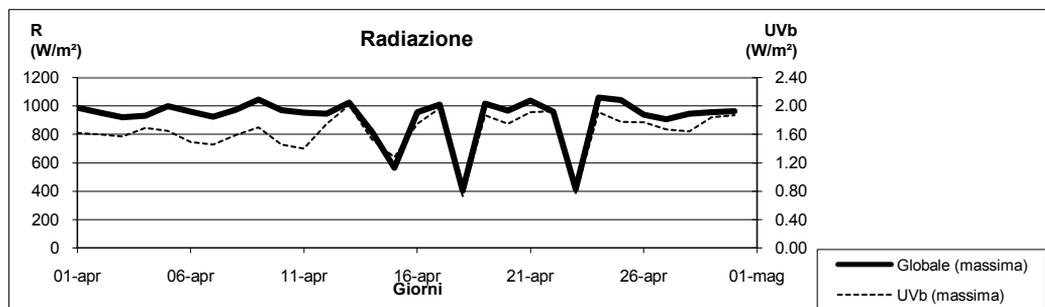
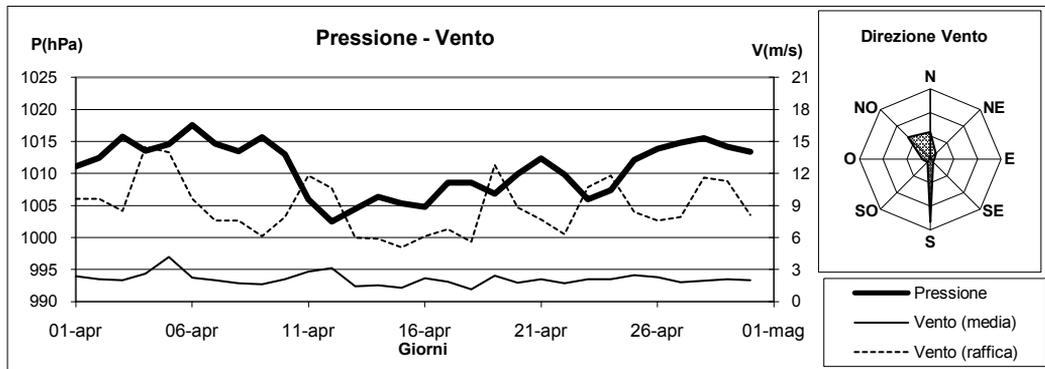
Max: 14.5 m/s il 4/4 alle ore 22.30

Radiazione totaleMax: 1058.2 W/m² il 24/4 alle ore 11.30**Radiazione UVb**Max: 2.010 W/m² il 13/4 alle ore 11.50

APRILE 2010

(medie giornaliere)

Data	P(hPa)	DV(°N)	VV(m/s)	R(W/m ²)	UVb(W/m ²)	P _{min} (hPa)	P _{max} (hPa)	VV _{max} (m/s)	R _{max} (W/m ²)	UVb _{max} (W/m ²)
1/4/10	1011.1	180.0	2.4	240.4	0.331	1010.1	1012.0	9.6	989.1	1.620
2/4/10	1012.4	180.0	2.1	283.6	0.385	1010.8	1014.4	9.6	951.9	1.600
3/4/10	1015.7	180.0	2.0	284.4	0.394	1014.4	1017.3	8.5	922.2	1.570
4/4/10	1013.6	180.0	2.6	188.0	0.308	1011.2	1016.2	14.5	930.1	1.690
5/4/10	1014.6	270.0	4.2	208.6	0.292	1011.4	1017.5	14.0	1000.9	1.650
6/4/10	1017.5	315.0	2.2	297.4	0.375	1016.2	1019.0	9.6	959.4	1.490
7/4/10	1014.6	180.0	2.0	297.3	0.373	1012.5	1016.4	7.6	924.6	1.460
8/4/10	1013.5	315.0	1.7	238.6	0.334	1012.1	1015.3	7.6	972.8	1.590
9/4/10	1015.7	0.0	1.6	155.6	0.222	1014.4	1016.9	6.1	1046.4	1.700
10/4/10	1013.0	315.0	2.1	215.5	0.300	1009.6	1016.8	7.9	970.9	1.460
11/4/10	1006.0	180.0	2.8	251.4	0.323	1003.3	1009.6	11.8	952.3	1.400
12/4/10	1002.5	180.0	3.1	211.8	0.337	1001.8	1003.3	10.6	944.4	1.750
13/4/10	1004.4	180.0	1.4	132.4	0.240	1002.7	1007.1	6.0	1024.2	2.010
14/4/10	1006.4	180.0	1.5	224.4	0.346	1005.2	1007.1	5.9	818.2	1.530
15/4/10	1005.3	315.0	1.3	95.8	0.187	1003.8	1006.5	5.1	564.4	1.280
16/4/10	1004.8	315.0	2.2	167.9	0.305	1003.3	1007.0	6.1	956.6	1.750
17/4/10	1008.5	180.0	1.9	262.6	0.441	1007.0	1010.8	6.8	1011.6	1.970
18/4/10	1008.5	0.0	1.1	64.2	0.129	1006.5	1010.2	5.6	402.7	0.730
19/4/10	1006.8	315.0	2.4	284.1	0.436	1005.8	1008.9	12.8	1015.5	1.870
20/4/10	1009.9	315.0	1.8	272.3	0.412	1008.3	1012.0	8.8	968.1	1.750
21/4/10	1012.3	180.0	2.1	250.3	0.403	1011.4	1013.5	7.7	1039.7	1.910
22/4/10	1009.8	180.0	1.7	298.6	0.493	1007.7	1012.5	6.3	959.0	1.930
23/4/10	1006.0	0.0	2.1	48.8	0.122	1004.5	1008.1	10.7	416.1	0.770
24/4/10	1007.4	0.0	2.1	139.8	0.257	1006.0	1010.2	11.8	1058.2	1.910
25/4/10	1012.2	0.0	2.5	190.3	0.313	1009.5	1014.4	8.4	1042.0	1.780
26/4/10	1013.9	180.0	2.3	305.9	0.459	1013.1	1015.0	7.6	938.4	1.770
27/4/10	1014.8	180.0	1.8	289.6	0.424	1013.8	1016.2	7.9	908.0	1.670
28/4/10	1015.5	0.0	1.9	236.1	0.362	1013.8	1016.2	11.6	945.6	1.640
29/4/10	1014.2	45.0	2.1	325.8	0.492	1012.5	1016.2	11.3	956.2	1.840
30/4/10	1013.4	180.0	2.0	329.3	0.506	1012.0	1014.4	8.1	963.4	1.870



MAGGIO 2010

(medie giornaliere)

Data	T(°C)	U(%)	Pg(mm)	Tmin (°C)	Tmax (°C)	Umin (%)	Umax (%)	Tmare (°C)
1/5/10	18.3	76.8	0.0	15.7	20.9	64.5	84.0	17.8
2/5/10	19.3	67.2	0.0	16.1	22.5	38.4	82.5	18.1
3/5/10	19.7	77.6	0.0	18.2	21.3	64.1	87.8	18.1
4/5/10	22.3	54.2	0.6	19.7	24.9	36.0	78.1	18.3
5/5/10	20.5	61.6	0.2	17.0	25.7	36.0	82.3	18.5
6/5/10	16.9	65.7	3.0	14.9	18.6	56.3	81.5	18.5
7/5/10	16.4	72.1	2.6	13.8	18.8	60.3	81.5	18.6
8/5/10	16.7	71.2	1.6	13.7	19.4	55.1	86.4	18.5
9/5/10	17.7	72.5	0.0	15.1	20.4	59.4	80.8	18.5
10/5/10	19.7	54.4	0.0	15.4	23.4	26.6	77.8	18.4
11/5/10	21.1	57.6	0.0	18.4	27.3	31.6	88.8	18.4
12/5/10	19.1	82.0	0.2	18.0	20.7	72.9	89.3	18.5
13/5/10	19.0	76.9	0.6	17.4	20.7	64.7	86.7	18.6
14/5/10	19.3	69.8	0.2	17.5	22.0	50.4	80.7	18.6
15/5/10	16.6	74.9	5.4	15.0	19.6	67.7	81.5	18.6
16/5/10	16.0	71.7	8.6	14.2	17.5	59.7	81.3	17.7
17/5/10	16.6	72.7	0.2	15.4	19.7	57.1	80.3	17.5
18/5/10	18.2	67.8	0.0	15.0	21.9	46.1	83.1	17.6
19/5/10	17.5	72.2	0.0	16.2	19.4	62.0	83.0	17.8
20/5/10	17.7	53.0	0.0	15.2	21.3	37.5	70.2	18.1
21/5/10	17.8	58.1	3.6	14.7	21.9	40.2	71.5	18.0
22/5/10	19.8	54.7	0.0	15.8	23.4	41.2	75.1	17.9
23/5/10	19.9	68.1	0.0	16.9	24.5	44.5	85.7	18.0
24/5/10	20.0	74.7	0.0	17.3	23.9	52.3	87.6	18.3
25/5/10	19.5	79.0	0.0	17.0	23.1	66.7	85.9	18.6
26/5/10	20.0	78.8	0.0	18.5	22.2	65.9	88.8	18.9
27/5/10	21.6	59.7	0.0	17.8	25.1	40.9	81.6	19.0
28/5/10	22.1	71.2	0.0	19.9	24.6	58.5	86.7	18.9
29/5/10	22.6	69.3	0.2	19.5	26.2	53.0	86.6	18.9
30/5/10	22.3	69.5	0.0	20.6	24.9	51.6	82.1	19.3
31/5/10	19.9	81.1	4.2	16.8	21.0	59.6	89.4	19.7

MASSIMI e MINIMI ASSOLUTI

Temperatura

Min: 13.7 °C il 8/5 alle ore 4.30

Max: 27.3 °C il 11/5 alle ore 12.20

Umidità

Min: 26.6 % il 10/5 alle ore 15.50

Max: 89.4 % il 31/5 alle ore 15.40

Pressione

Min: 988.8 hPa il 15/5 alle ore 3.30

Max: 1013.8 hPa il 25/5 alle ore 11.20

Velocità del vento

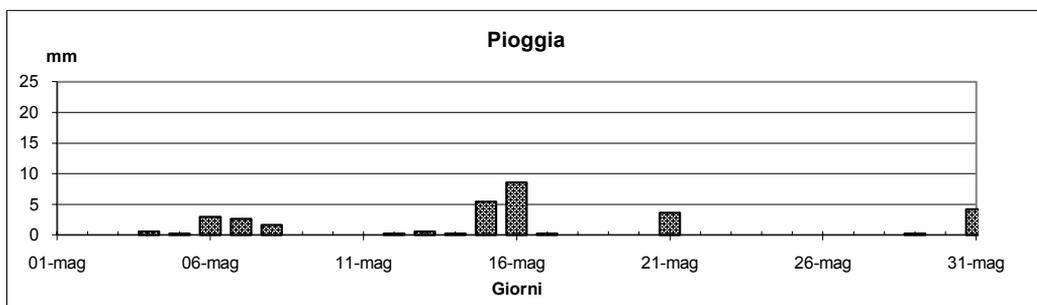
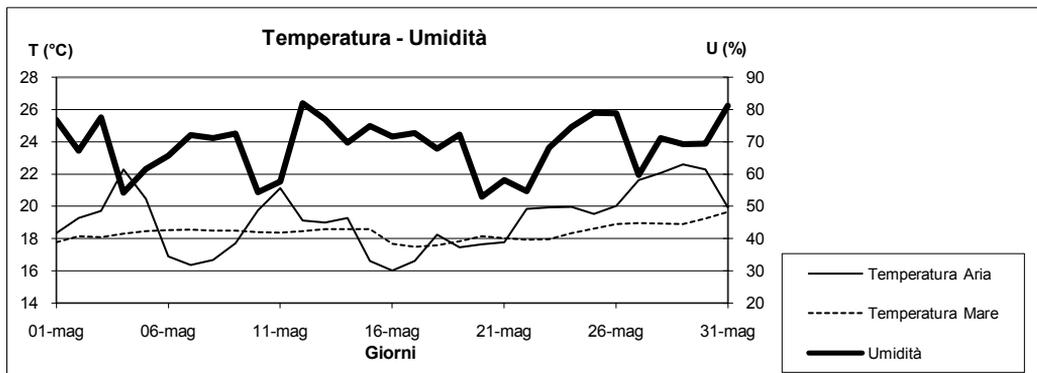
Max: 16.6 m/s il 5/5 alle ore 2.00

Radiazione totale

Max: 1145.6 W/m² il 8/5 alle ore 12.30

Radiazione UVb

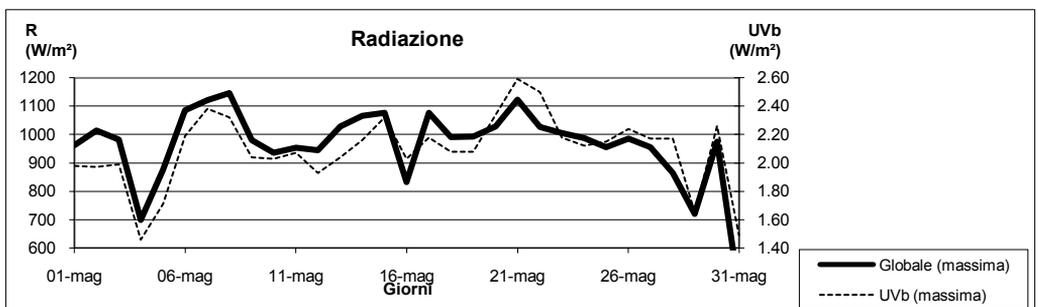
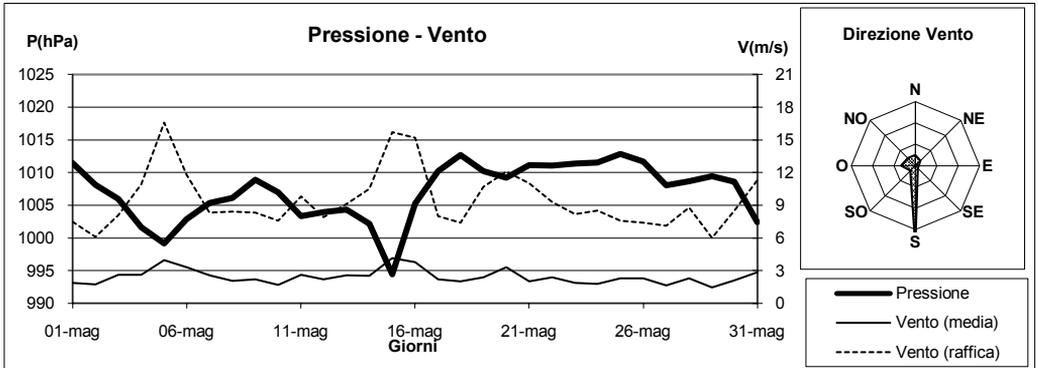
Max: 2.590 W/m² il 21/5 alle ore 11.50



MAGGIO 2010

(medie giornaliere)

Data	P(hPa)	DV(°N)	VV(m/s)	R(W/m ²)	UVb(W/m ²)	P _{min} (hPa)	P _{max} (hPa)	VV _{max} (m/s)	R _{max} (W/m ²)	UVb _{max} (W/m ²)
1/5/10	1011.5	180.0	1.9	327.4	0.524	1009.5	1012.6	7.5	961.8	1.980
2/5/10	1008.1	180.0	1.8	293.7	0.472	1006.4	1010.2	6.1	1014.8	1.970
3/5/10	1005.9	180.0	2.6	283.4	0.477	1003.9	1007.6	8.1	982.7	1.990
4/5/10	1001.6	180.0	2.6	101.4	0.203	998.5	1005.2	10.9	698.8	1.460
5/5/10	999.2	180.0	4.0	213.8	0.321	996.4	1002.5	16.6	876.4	1.710
6/5/10	1002.9	225.0	3.3	285.8	0.438	1001.5	1004.6	11.8	1065.1	2.190
7/5/10	1005.4	180.0	2.6	255.3	0.432	1003.9	1007.6	8.3	1121.5	2.380
8/5/10	1006.1	315.0	2.1	290.5	0.437	1003.9	1008.9	8.4	1145.6	2.320
9/5/10	1008.9	180.0	2.2	350.5	0.558	1008.2	1009.5	8.3	980.4	2.040
10/5/10	1007.0	180.0	1.7	269.0	0.449	1005.8	1008.9	7.6	936.1	2.030
11/5/10	1003.4	180.0	2.6	132.3	0.255	1000.8	1005.9	9.8	952.7	2.070
12/5/10	1003.9	180.0	2.2	225.7	0.387	1002.1	1005.8	7.9	945.2	1.930
13/5/10	1004.4	180.0	2.5	314.7	0.522	1002.1	1006.4	9.1	1027.8	2.040
14/5/10	1002.2	180.0	2.5	319.9	0.544	993.6	1006.4	10.5	1066.5	2.160
15/5/10	994.5	270.0	4.2	123.8	0.272	988.8	1000.9	15.7	1076.0	2.320
16/5/10	1005.2	270.0	3.8	119.2	0.244	1000.5	1009.5	15.2	832.5	2.030
17/5/10	1010.2	270.0	2.2	203.0	0.378	1009.0	1012.6	8.0	1076.0	2.180
18/5/10	1012.7	180.0	2.0	348.2	0.577	1011.9	1013.2	7.4	990.6	2.080
19/5/10	1010.2	180.0	2.4	324.3	0.541	1008.8	1013.0	10.7	992.6	2.080
20/5/10	1009.2	45.0	3.3	212.7	0.429	1008.3	1011.4	12.1	1027.8	2.340
21/5/10	1011.1	0.0	2.0	233.8	0.449	1010.1	1012.1	11.0	1122.7	2.590
22/5/10	1011.1	315.0	2.4	294.2	0.559	1009.9	1012.2	9.3	1026.2	2.500
23/5/10	1011.4	180.0	1.9	340.1	0.600	1010.7	1012.6	8.2	1004.5	2.180
24/5/10	1011.5	180.0	1.8	305.0	0.541	1010.1	1012.6	8.5	986.7	2.120
25/5/10	1012.8	180.0	2.3	334.7	0.601	1012.0	1013.8	7.6	955.0	2.150
26/5/10	1011.7	180.0	2.3	353.4	0.634	1010.1	1013.2	7.4	986.3	2.240
27/5/10	1008.0	180.0	1.6	276.1	0.526	1007.0	1009.9	7.1	955.0	2.170
28/5/10	1008.7	180.0	2.3	204.8	0.400	1007.0	1010.8	8.8	864.5	2.170
29/5/10	1009.5	0.0	1.5	158.2	0.320	1007.6	1010.7	6.0	719.4	1.650
30/5/10	1008.6	180.0	2.1	267.3	0.510	1007.6	1010.1	8.5	975.2	2.260
31/5/10	1002.4	180.0	2.8	96.0	0.234	999.0	1007.4	11.3	449.7	1.490



GIUGNO 2010

(medie giornaliere)

Data	T(°C)	U(%)	Pg(mm)	Tmin(°C)	Tmax(°C)	Umin(%)	Umax(%)	Tmare(°C)
1/6/10	20.6	47.2	0.0	17.1	24.4	27.0	76.2	19.7
2/6/10	19.7	76.9	0.0	18.7	21.3	64.9	82.5	19.9
3/6/10	20.0	73.8	1.0	17.5	22.9	54.5	84.2	20.1
4/6/10	19.4	72.6	20.4	15.2	21.9	59.0	88.9	20.2
5/6/10	22.3	59.4	0.0	18.1	26.9	43.7	74.5	20.1
6/6/10	22.4	69.7	0.0	19.2	26.9	50.9	80.9	20.1
7/6/10	22.1	75.5	0.0	20.4	24.4	52.2	85.7	20.4
8/6/10	23.2	68.4	0.0	20.5	27.1	45.7	84.4	20.5
9/6/10	25.0	60.3	0.0	21.1	28.5	36.8	77.5	20.9
10/6/10	27.5	44.4	0.0	23.0	31.7	24.4	67.8	21.2
11/6/10	27.3	48.4	0.0	24.3	30.6	33.9	67.5	21.2
12/6/10	26.8	51.9	0.0	23.9	32.0	33.4	68.7	21.4
13/6/10	26.6	54.0	0.0	23.8	30.4	37.1	77.8	21.6
14/6/10	24.7	73.4	0.0	23.0	27.5	58.8	82.1	21.6
15/6/10	27.5	57.3	0.0	23.6	32.3	31.9	77.8	21.7
16/6/10	25.3	66.9	0.0	23.5	27.2	52.4	79.3	22.2
17/6/10	25.1	63.7	0.0	21.4	27.7	40.3	78.0	23.2
18/6/10	24.9	66.2	0.0	22.7	28.5	48.7	78.3	23.3
19/6/10	22.3	65.4	11.4	17.0	24.5	53.5	83.6	23.4
20/6/10	19.5	77.6	19.6	15.3	23.7	53.3	88.6	22.2
21/6/10	18.6	72.7	4.0	15.7	21.4	54.3	86.7	21.8
22/6/10	20.1	64.5	0.6	16.7	23.1	52.3	75.4	21.8
23/6/10	21.3	61.6	0.0	18.1	24.3	44.6	77.8	21.6
24/6/10	22.7	56.5	0.0	19.4	25.6	38.0	72.9	21.5
25/6/10	22.7	65.1	0.0	19.7	25.3	40.7	80.4	21.2
26/6/10	22.4	73.2	0.6	20.7	24.5	62.1	80.3	21.4
27/6/10	24.3	55.8	0.0	20.3	28.3	40.1	73.5	21.8
28/6/10	24.7	56.7	0.0	21.6	27.4	45.1	75.4	21.8
29/6/10	24.3	69.8	0.0	22.0	27.1	53.3	82.6	21.9
30/6/10	25.1	75.3	0.0	22.6	29.5	46.8	87.5	22.0

MASSIMI e MINIMI ASSOLUTI

Temperatura

Min: 15.2 °C il 4/6 alle ore 3.40
 Max: 32.3 °C il 15/6 alle ore 13.40

Umidità

Min: 24.4 % il 10/6 alle ore 20.10
 Max: 88.9 % il 4/6 alle ore 6.00

Pressione

Min: 997.2 hPa il 20/6 alle ore 3.50
 Max: 1013.7 hPa il 5/6 alle ore 23.10

Velocità del vento

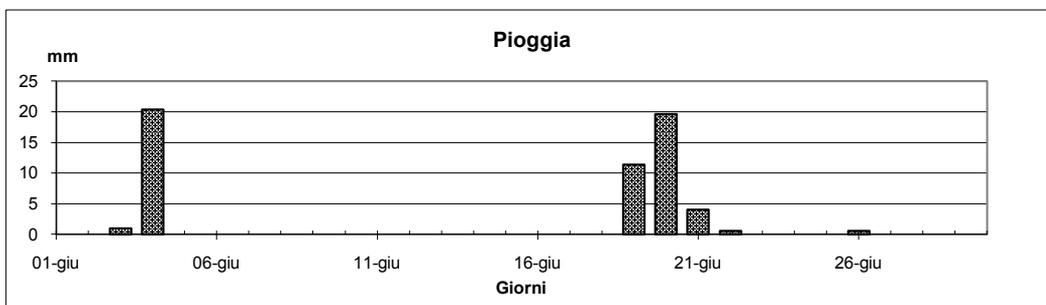
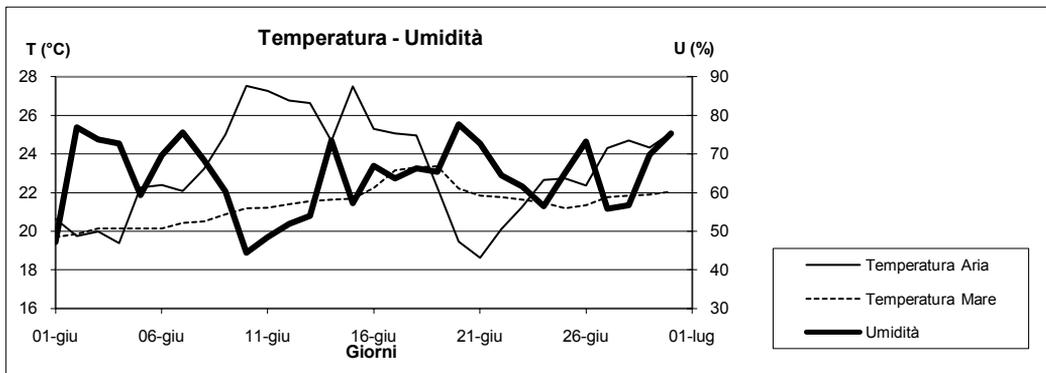
Max: 15.6 m/s il 21/6 alle ore 17.10

Radiazione totale

Max: 1139.7 W/m² il 4/6 alle ore 11.50

Radiazione UVb

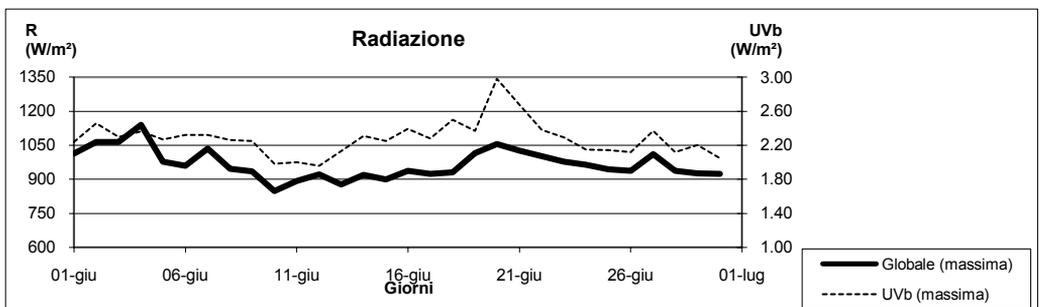
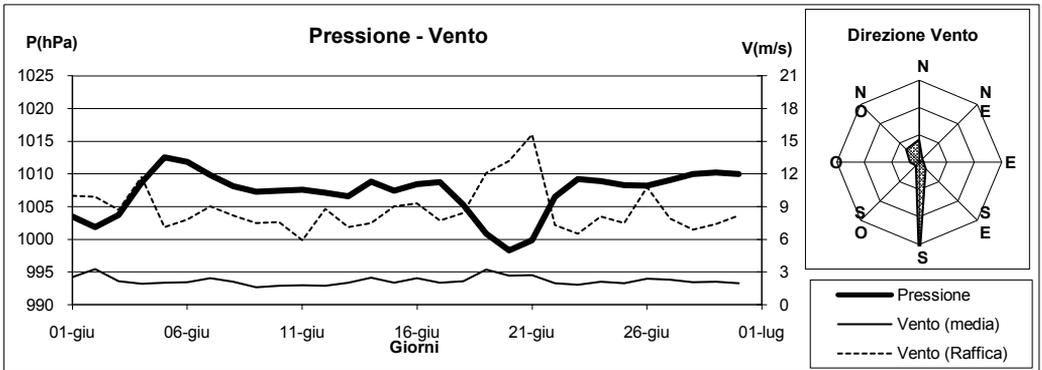
Max: 2.980 W/m² il 20/6 alle ore 11.50



GIUGNO 2010

(medie giornaliere)

Data	P(hPa)	DV(°N)	VV(m/s)	R(W/m ²)	UVb(W/m ²)	P _{min} (hPa)	P _{max} (hPa)	VV _{max} (m/s)	R _{max} (W/m ²)	UVb _{max} (W/m ²)
1/6/10	1003.5	0.0	2.5	354.4	0.634	1002.1	1005.2	10.0	1013.2	2.240
2/6/10	1001.9	180.0	3.2	311.1	0.613	1000.4	1004.4	9.9	1065.0	2.460
3/6/10	1003.7	180.0	2.2	278.0	0.485	1001.5	1006.4	8.7	1063.4	2.300
4/6/10	1008.7	180.0	1.9	240.5	0.429	1005.2	1012.6	11.7	1139.7	2.360
5/6/10	1012.5	315.0	2.0	331.4	0.629	1011.3	1013.7	7.1	978.0	2.270
6/6/10	1011.9	180.0	2.1	354.9	0.665	1010.7	1013.2	7.8	958.6	2.320
7/6/10	1009.9	180.0	2.4	313.2	0.622	1008.2	1011.4	9.0	1036.1	2.320
8/6/10	1008.1	135.0	2.1	348.0	0.647	1006.9	1008.9	8.2	946.0	2.260
9/6/10	1007.3	180.0	1.6	343.5	0.646	1006.2	1008.3	7.5	934.1	2.250
10/6/10	1007.4	180.0	1.7	307.0	0.559	1006.3	1008.3	7.6	847.5	1.980
11/6/10	1007.6	180.0	1.8	306.6	0.561	1005.7	1008.9	5.9	892.2	2.000
12/6/10	1007.1	180.0	1.7	226.5	0.413	1005.8	1008.3	8.8	921.0	1.960
13/6/10	1006.6	180.0	2.0	296.5	0.581	1005.1	1008.0	7.1	876.8	2.130
14/6/10	1008.8	180.0	2.5	303.9	0.588	1007.4	1010.0	7.5	919.9	2.310
15/6/10	1007.4	180.0	2.0	260.7	0.543	1004.5	1010.1	9.0	898.5	2.250
16/6/10	1008.4	180.0	2.4	335.3	0.640	1006.5	1010.1	9.3	937.3	2.390
17/6/10	1008.8	180.0	2.0	336.3	0.653	1007.0	1010.4	7.7	923.0	2.280
18/6/10	1005.3	180.0	2.2	254.2	0.497	1003.1	1007.6	8.4	930.5	2.500
19/6/10	1000.8	270.0	3.2	295.7	0.559	999.0	1003.2	12.1	1014.4	2.370
20/6/10	998.3	180.0	2.7	171.7	0.391	997.2	999.5	13.2	1054.7	2.980
21/6/10	999.9	315.0	2.7	197.6	0.382	997.7	1004.4	15.6	1027.4	2.680
22/6/10	1006.5	0.0	2.0	208.7	0.408	1003.9	1008.9	7.3	1002.5	2.380
23/6/10	1009.2	0.0	1.8	167.1	0.360	1008.3	1010.1	6.5	978.4	2.290
24/6/10	1008.9	0.0	2.1	347.0	0.621	1008.2	1009.6	8.1	964.5	2.150
25/6/10	1008.3	180.0	2.0	342.8	0.616	1007.1	1009.5	7.5	944.8	2.140
26/6/10	1008.2	180.0	2.4	269.7	0.521	1007.5	1008.9	10.8	936.9	2.120
27/6/10	1009.1	315.0	2.3	264.3	0.540	1008.2	1010.7	7.9	1009.6	2.370
28/6/10	1010.0	180.0	2.1	300.6	0.541	1008.8	1011.4	6.9	937.7	2.120
29/6/10	1010.2	180.0	2.1	337.8	0.626	1008.8	1011.4	7.4	927.0	2.200
30/6/10	1010.0	180.0	1.9	311.8	0.554	1008.6	1010.7	8.2	923.8	2.050



LUGLIO 2010

(medie giornaliere)

Data	T(°C)	U(%)	Pg(mm)	T _{min} (°C)	T _{max} (°C)	U _{min} (%)	U _{max} (%)	T _{mare} (°C)
1/7/10	25.0	80.1	0.0	23.1	29.2	52.8	87.9	22.3
2/7/10	26.1	68.9	0.0	22.8	31.6	41.1	82.6	22.6
3/7/10	26.4	68.7	0.0	22.9	31.1	41.2	80.3	22.8
4/7/10	25.8	80.1	0.0	24.3	28.0	70.1	88.3	23.2
5/7/10	26.0	80.6	0.0	24.3	27.7	71.5	89.0	23.5
6/7/10	27.5	68.9	0.0	24.6	32.5	35.2	84.8	24.0
7/7/10	26.7	73.6	0.0	24.7	29.3	44.0	85.0	24.2
8/7/10	27.4	40.6	0.0	24.3	31.4	28.8	54.3	24.5
9/7/10	27.0	43.8	0.0	23.4	30.3	32.9	57.5	24.4
10/7/10	27.9	39.7	0.0	24.2	32.2	24.9	64.4	24.1
11/7/10	26.3	62.5	0.0	23.8	28.4	39.2	83.5	24.1
12/7/10	26.4	74.5	0.0	24.0	28.4	65.7	82.8	24.4
13/7/10	27.3	77.3	0.0	25.0	31.1	58.7	88.7	24.7
14/7/10	27.8	75.8	0.0	25.5	30.9	59.9	87.8	24.8
15/7/10	29.3	62.6	0.0	25.7	34.3	35.8	85.1	24.8
16/7/10	29.6	63.1	0.0	26.6	34.9	39.9	74.9	24.7
17/7/10	29.2	64.9	0.0	27.1	32.8	44.6	80.0	25.1
18/7/10	28.4	74.8	0.0	26.6	30.4	51.0	87.7	25.5
19/7/10	28.6	62.2	0.4	26.5	32.0	46.9	78.0	26.1
20/7/10	28.8	63.1	0.0	26.6	31.2	52.2	75.2	26.1
21/7/10	28.4	67.5	0.0	25.8	31.0	58.2	73.8	26.1
22/7/10	29.1	62.9	0.0	25.7	33.6	36.6	78.7	26.3
23/7/10	28.4	74.3	0.0	26.2	30.8	62.1	81.4	26.2
24/7/10	27.2	67.2	0.0	25.9	28.9	52.5	80.6	26.0
25/7/10	25.8	50.5	13.8	21.5	29.8	33.3	72.4	25.9
26/7/10	23.8	50.6	0.0	21.5	28.2	33.8	63.9	26.0
27/7/10	24.1	54.3	0.0	20.4	26.7	42.2	64.4	25.7
28/7/10	24.8	58.8	0.0	21.6	27.4	42.8	66.1	25.2
29/7/10	24.8	65.8	0.0	22.8	26.8	53.3	74.0	24.8
30/7/10	24.6	74.9	33.4	18.8	26.5	67.0	84.2	24.9
31/7/10	23.4	68.9	5.6	18.4	27.5	48.9	87.3	25.2

MASSIMI e MINIMI ASSOLUTI**Temperatura**

Min: 18.4 °C il 31/7 alle ore 0.10

Max: 34.9 °C il 16/7 alle ore 16.00

Umidità

Min: 24.9 % il 10/7 alle ore 9.40

Max: 89.0 % il 5/7 alle ore 4.30

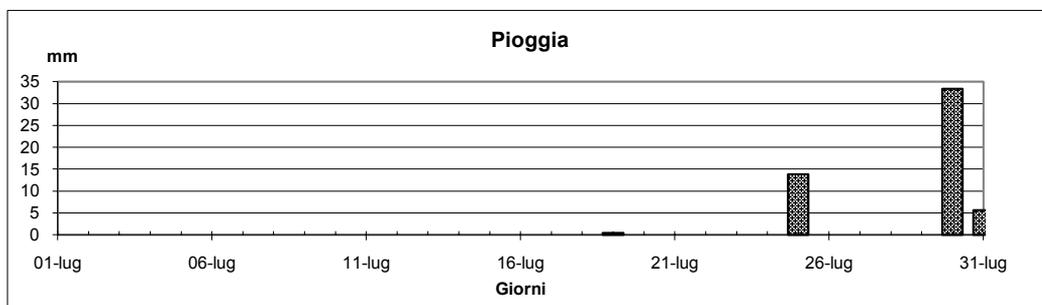
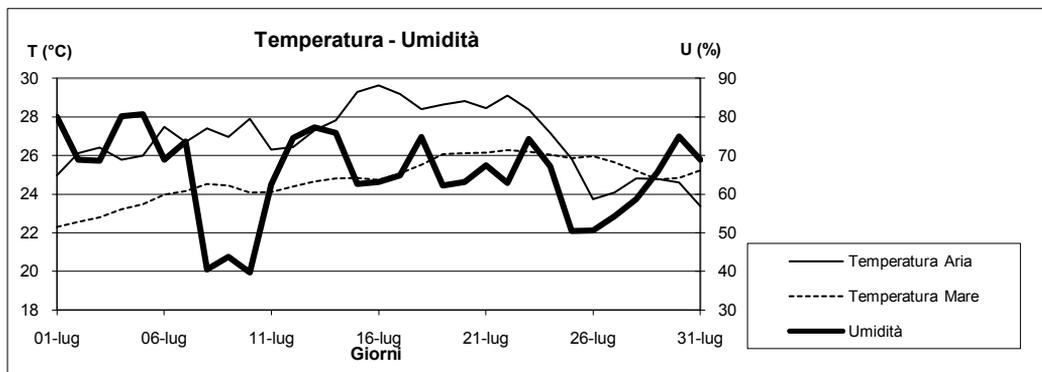
Pressione

Min: 999.6 hPa il 25/7 alle ore 15.00

Max: 1015.0 hPa il 8/7 alle ore 23.00

Velocità del vento

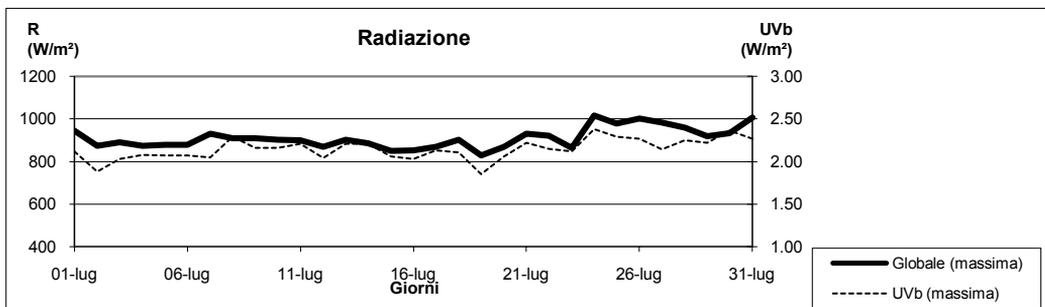
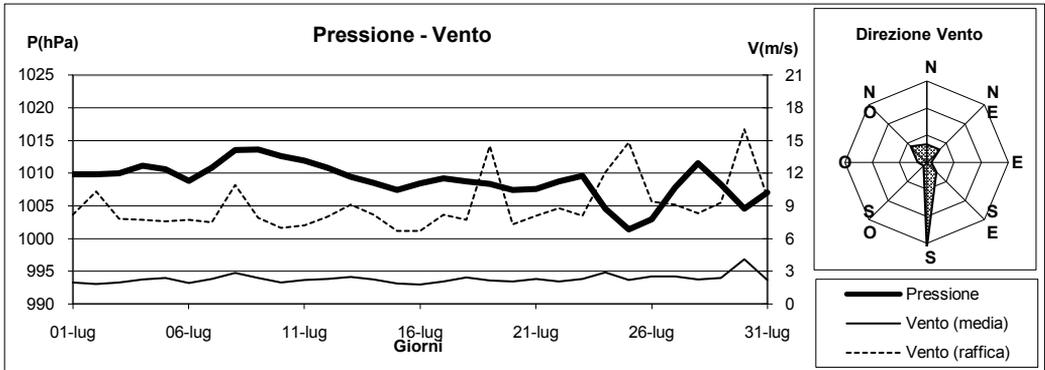
Max: 16.0 m/s il 30/7 alle ore 20.40

Radiazione totaleMax: 1017.1 W/m² il 24/7 alle ore 12.50**Radiazione UVb**Max: 2.380 W/m² il 24/7 alle ore 12.10

LUGLIO 2010

(medie giornaliere)

Data	P(hPa)	DV(°N)	VV(m/s)	R(W/m ²)	UVb(W/m ²)	P _{min} (hPa)	P _{max} (hPa)	VV _{max} (m/s)	R _{max} (W/m ²)	UVb _{max} (W/m ²)
17/10	1009.8	180.0	2.0	262.1	0.491	1008.7	1010.7	8.2	945.2	2.120
27/10	1009.9	135.0	1.8	288.2	0.519	1007.8	1010.7	10.3	873.6	1.880
37/10	1010.0	180.0	2.0	317.9	0.589	1008.8	1010.7	7.8	891.4	2.030
47/10	1011.2	180.0	2.3	286.1	0.570	1010.6	1012.0	7.7	873.6	2.080
57/10	1010.6	180.0	2.4	299.5	0.572	1008.8	1012.0	7.6	879.1	2.070
67/10	1008.8	315.0	1.9	309.2	0.573	1006.9	1010.5	7.7	877.9	2.070
77/10	1010.8	180.0	2.3	266.2	0.507	1010.0	1013.1	7.5	931.7	2.050
87/10	1013.5	45.0	2.8	334.1	0.658	1012.5	1015.0	10.9	909.6	2.290
97/10	1013.6	0.0	2.4	335.5	0.623	1012.5	1014.4	7.9	908.4	2.160
107/10	1012.6	315.0	2.0	330.9	0.632	1011.3	1014.4	7.0	901.7	2.160
117/10	1011.9	180.0	2.2	332.4	0.643	1011.2	1012.6	7.2	900.1	2.210
127/10	1010.8	180.0	2.3	308.4	0.572	1009.5	1012.0	8.0	868.5	2.040
137/10	1009.5	180.0	2.5	288.5	0.579	1007.9	1010.1	9.1	902.9	2.210
147/10	1008.5	180.0	2.3	320.0	0.621	1006.9	1010.1	8.2	885.5	2.210
157/10	1007.5	45.0	1.9	315.7	0.603	1006.2	1008.2	6.7	851.1	2.060
167/10	1008.4	180.0	1.8	308.0	0.577	1007.5	1009.5	6.7	852.2	2.030
177/10	1009.2	180.0	2.0	315.5	0.613	1008.1	1010.0	8.2	870.0	2.130
187/10	1008.8	180.0	2.5	307.6	0.585	1007.6	1009.5	7.7	901.7	2.110
197/10	1008.4	0.0	2.1	295.2	0.544	1007.5	1009.5	14.5	829.7	1.850
207/10	1007.4	180.0	2.1	297.1	0.577	1005.7	1008.7	7.3	870.0	2.060
217/10	1007.6	180.0	2.3	319.7	0.608	1006.9	1008.9	8.1	931.3	2.220
227/10	1008.8	315.0	2.1	308.0	0.587	1007.5	1010.1	8.8	921.0	2.150
237/10	1009.6	180.0	2.3	309.8	0.595	1007.6	1011.0	8.1	864.1	2.120
247/10	1004.6	270.0	2.9	275.9	0.561	1002.6	1007.6	12.1	1017.1	2.380
257/10	1001.4	45.0	2.2	271.3	0.530	999.6	1003.2	14.8	978.8	2.290
267/10	1002.9	0.0	2.5	273.0	0.513	1001.5	1006.4	9.4	1002.5	2.270
277/10	1007.8	180.0	2.5	318.4	0.552	1005.8	1011.4	9.1	982.7	2.140
287/10	1011.6	180.0	2.2	323.2	0.603	1010.7	1013.0	8.3	959.0	2.250
297/10	1008.3	180.0	2.4	329.8	0.626	1006.3	1011.4	9.3	917.9	2.220
307/10	1004.6	135.0	4.1	240.6	0.509	1002.9	1006.4	16.0	932.9	2.360
317/10	1007.1	315.0	2.2	290.3	0.545	1003.9	1011.3	9.8	1006.4	2.270



AGOSTO 2010

(medie giornaliere)

Data	T(°C)	U(%)	Pg(mm)	Tmin (°C)	Tmax (°C)	Umin (%)	Umax (%)	Tmare (°C)
1/8/10	25.3	63.2	0.0	22.0	28.2	49.6	73.4	25.4
2/8/10	26.5	65.5	0.0	23.4	30.4	52.2	78.6	25.6
3/8/10	26.0	67.7	0.0	23.8	29.5	48.0	77.9	25.5
4/8/10	25.9	69.2	0.0	24.1	28.6	48.9	80.6	25.3
5/8/10	25.0	73.9	2.6	21.8	27.2	60.4	83.5	25.3
6/8/10	24.5	60.5	0.0	22.5	26.8	45.7	77.5	25.1
7/8/10	24.8	62.5	0.0	22.7	27.6	44.4	75.3	24.9
8/8/10	25.8	60.2	0.0	22.3	30.1	39.0	76.1	24.8
9/8/10	26.3	61.1	0.0	23.1	30.3	36.5	76.1	24.9
10/8/10	25.8	71.2	0.0	23.4	29.1	50.9	80.2	24.8
11/8/10	25.7	76.0	0.0	23.2	27.8	64.9	86.7	25.0
12/8/10	25.4	76.0	0.0	23.6	27.2	62.5	87.3	25.0
13/8/10	26.2	67.8	0.0	23.5	29.7	46.1	82.6	25.0
14/8/10	28.0	51.5	0.0	24.2	30.8	39.8	65.5	24.9
15/8/10	27.5	65.0	1.8	25.3	31.0	43.9	80.9	24.8
16/8/10	26.2	56.6	0.0	23.9	29.5	34.5	74.7	24.8
17/8/10	24.5	61.5	0.0	22.3	27.4	45.1	70.1	24.1
18/8/10	23.4	69.1	0.0	22.1	26.0	54.6	74.0	23.8
19/8/10	24.5	62.0	0.0	22.1	27.0	50.0	75.0	23.9
20/8/10	25.6	65.0	0.0	22.3	29.0	55.0	75.0	23.8
21/8/10	27.0	68.0	0.0	25.0	29.0	54.0	80.0	24.8
22/8/10	28.2	65.0	0.0	25.5	31.0	50.0	80.0	25.0
23/8/10	28.5	64.1	0.0	26.7	31.6	44.8	79.4	24.8
24/8/10	26.6	73.7	0.0	24.7	28.6	62.1	82.3	24.6
25/8/10	27.1	70.5	0.0	24.5	30.7	54.0	80.0	24.6
26/8/10	27.0	75.6	0.0	24.3	30.2	64.5	85.2	24.6
27/8/10	26.3	80.4	0.0	24.8	28.2	68.1	87.6	24.8
28/8/10	26.3	75.7	0.0	24.7	28.1	58.1	85.5	25.7
29/8/10	26.4	65.8	0.0	23.7	30.1	43.5	77.8	26.0
30/8/10	25.0	59.6	0.2	22.9	27.8	47.9	72.8	25.6
31/8/10	24.3	41.7	0.0	21.5	28.3	23.6	67.1	24.6

MASSIMI e MINIMI ASSOLUTI

Temperatura

Min: 21.5 °C il 31/8 alle ore 4.00

Max: 31.6 °C il 23/8 alle ore 15.10

Umidità

Min: 23.6 % il 31/8 alle ore 15.10

Max: 87.6 % il 27/8 alle ore 6.00

Pressione

Min: 1000.8 hPa il 4/8 alle ore 15.10

Max: 1012.7 hPa il 16/8 alle ore 23.20

Velocità del vento

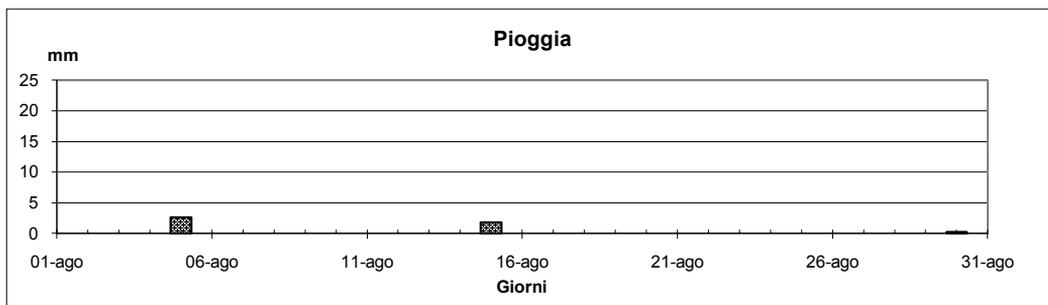
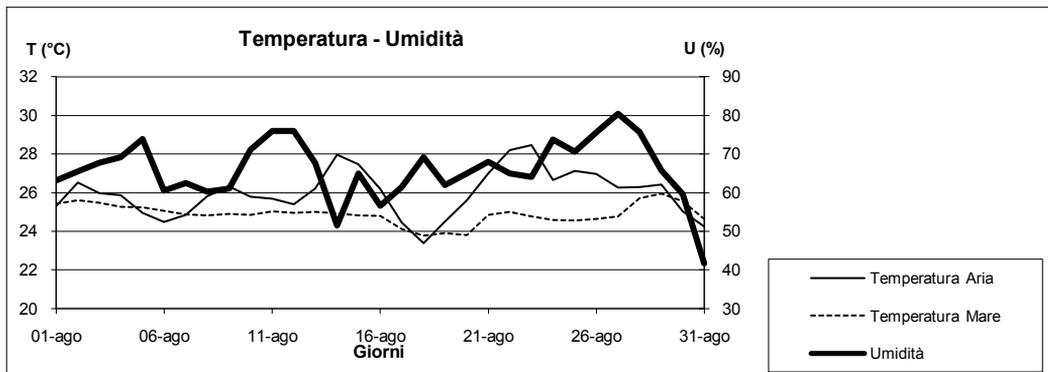
Max: 11.0 m/s il 30/8 alle ore 15.50

Radiazione totale

Max: 1074.1 W/m² il 5/8 alle ore 13.10

Radiazione UVb

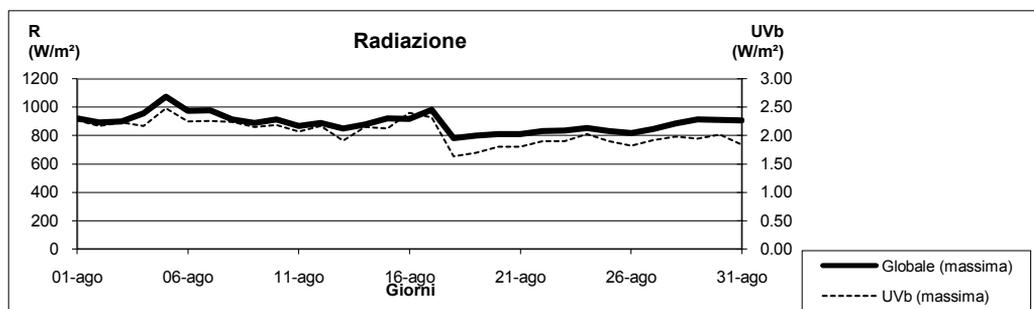
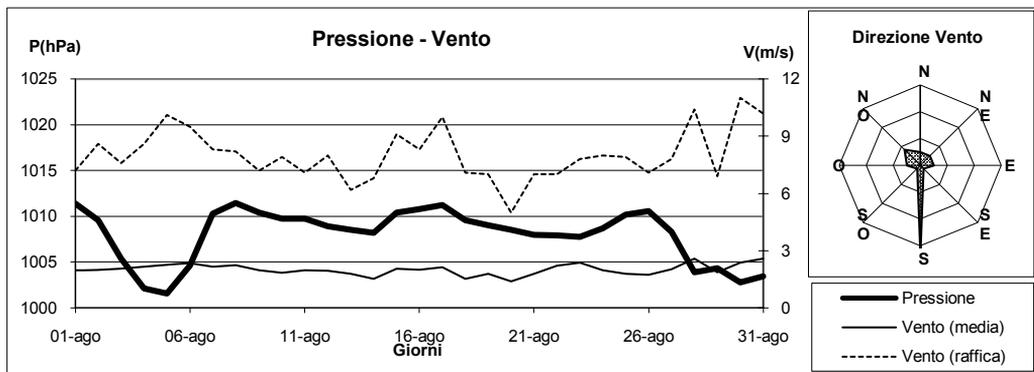
Max: 2.480 W/m² il 5/8 alle ore 13.10



AGOSTO 2010

(medie giornaliere)

Data	P(hPa)	DV(°N)	VV(m/s)	R(W/m ²)	UVb(W/m ²)	P _{min} (hPa)	P _{max} (hPa)	VV _{max} (m/s)	R _{max} (W/m ²)	UVb _{max} (W/m ²)
1/8/10	1011.4	180.0	2.0	326.4	0.633	1010.7	1012.1	7.2	921.0	2.270
2/8/10	1009.6	180.0	2.0	320.7	0.622	1007.6	1012.0	8.6	891.0	2.170
3/8/10	1005.4	180.0	2.1	312.0	0.611	1003.8	1008.2	7.6	898.1	2.230
4/8/10	1002.1	180.0	2.1	310.0	0.595	1000.8	1003.9	8.6	956.2	2.170
5/8/10	1001.6	180.0	2.3	273.0	0.550	1000.8	1003.9	10.1	1074.1	2.480
6/8/10	1004.6	315.0	2.3	291.5	0.545	1002.1	1008.2	9.5	973.6	2.250
7/8/10	1010.3	315.0	2.1	322.0	0.617	1008.2	1012.5	8.3	976.4	2.260
8/8/10	1011.5	0.0	2.2	313.1	0.600	1010.5	1012.5	8.2	915.5	2.240
9/8/10	1010.4	180.0	2.0	314.6	0.604	1009.3	1011.3	7.2	890.2	2.150
10/8/10	1009.8	180.0	1.8	284.1	0.572	1008.8	1010.6	7.9	912.0	2.190
11/8/10	1009.7	180.0	2.0	299.1	0.564	1008.8	1010.5	7.1	867.3	2.070
12/8/10	1008.9	180.0	1.9	289.1	0.585	1008.2	1010.1	8.0	889.4	2.170
13/8/10	1008.5	180.0	1.8	281.3	0.514	1008.1	1009.1	6.2	851.1	1.910
14/8/10	1008.2	180.0	1.5	148.5	0.328	1006.5	1009.5	6.8	879.5	2.150
15/8/10	1010.4	180.0	2.0	227.1	0.462	1009.4	1012.5	9.1	919.5	2.120
16/8/10	1010.8	315.0	2.0	289.1	0.551	1010.0	1012.7	8.3	918.7	2.400
17/8/10	1011.2	270.0	2.1	255.5	0.530	1010.1	1012.6	10.0	982.7	2.320
18/8/10	1009.6	315.0	1.5	186.9	0.291	1008.7	1010.7	7.1	782.3	1.630
19/8/10	1009.0	0.0	1.8	200.0	0.300	1008.0	1010.0	7.0	800.0	1.700
20/8/10	1008.5	90.0	1.4	250.0	0.400	1007.0	1009.0	5.0	810.0	1.800
21/8/10	1008.0	180.0	1.8	270.0	0.500	1007.0	1009.0	7.0	810.0	1.800
22/8/10	1007.9	90.0	2.2	300.0	0.600	1007.0	1009.0	7.0	830.0	1.900
23/8/10	1007.8	180.0	2.4	393.5	0.752	1006.9	1008.3	7.8	833.7	1.900
24/8/10	1008.7	180.0	2.0	287.6	0.539	1007.6	1010.1	8.0	853.0	2.030
25/8/10	1010.2	180.0	1.8	276.0	0.501	1009.4	1011.5	7.9	832.5	1.900
26/8/10	1010.6	45.0	1.7	273.8	0.490	1009.3	1012.0	7.1	816.3	1.820
27/8/10	1008.3	180.0	2.0	239.3	0.454	1006.4	1010.1	7.8	845.1	1.920
28/8/10	1003.9	180.0	2.6	229.7	0.452	1002.0	1007.2	10.4	886.3	1.980
29/8/10	1004.3	180.0	1.9	269.6	0.478	1002.6	1005.9	6.9	913.5	1.950
30/8/10	1002.8	270.0	2.4	247.8	0.445	1000.9	1005.8	11.0	909.2	2.020
31/8/10	1003.4	45.0	2.6	294.4	0.480	1000.9	1007.7	10.2	905.2	1.840



SETTEMBRE 2010

(medie giornaliere)

Data	T(°C)	U(%)	Pg(mm)	Tmin (°C)	Tmax (°C)	Umin (%)	Umax (%)	Tmare (°C)
1/9/10	23.2	39.9	0.0	19.9	26.0	27.0	52.4	24.3
2/9/10	23.7	54.6	0.0	20.0	26.2	46.4	62.7	24.0
3/9/10	23.1	58.2	0.0	20.5	27.2	40.1	76.5	23.8
4/9/10	23.9	56.3	0.0	19.9	29.5	34.3	76.4	23.5
5/9/10	24.4	66.9	0.0	21.5	28.1	37.9	78.4	23.5
6/9/10	23.9	75.7	0.0	21.7	26.2	69.1	81.8	23.7
7/9/10	25.2	60.2	0.0	21.8	27.9	36.7	81.6	24.0
8/9/10	24.5	79.8	26.6	18.9	26.8	60.4	90.9	24.1
9/9/10	22.2	82.7	21.4	19.9	23.5	72.2	91.2	24.1
10/9/10	21.0	75.1	2.8	18.3	23.3	51.7	85.5	24.3
11/9/10	22.4	66.3	2.2	17.9	27.0	45.2	88.4	24.5
12/9/10	23.2	60.8	0.0	19.6	26.6	40.7	78.4	24.7
13/9/10	23.3	70.9	0.0	20.5	26.2	53.2	78.9	24.7
14/9/10	23.5	57.7	0.0	20.8	27.6	41.4	77.3	24.5
15/9/10	23.3	57.6	0.0	20.1	26.4	44.0	70.2	24.4
16/9/10	23.3	72.4	0.0	21.0	24.8	62.7	78.0	24.4
17/9/10	23.7	75.3	0.0	22.3	25.1	69.6	80.0	24.3
18/9/10	23.9	67.5	0.0	20.8	26.7	43.9	81.6	24.3
19/9/10	24.0	65.3	0.0	20.9	25.6	54.4	85.9	24.2
20/9/10	22.4	59.9	0.0	19.7	25.7	41.3	73.6	24.3
21/9/10	22.2	58.0	0.0	18.9	25.6	39.7	75.1	24.2
22/9/10	23.1	58.0	0.0	20.4	26.8	35.3	75.8	24.1
23/9/10	22.8	57.7	0.0	19.8	26.5	43.5	71.9	24.1
24/9/10	22.1	71.6	3.8	19.7	23.9	59.1	82.3	24.0
25/9/10	21.0	74.1	3.6	19.2	23.3	57.9	86.6	23.8
26/9/10	20.7	65.4	1.8	17.8	23.6	53.2	80.6	23.9
27/9/10	19.7	69.9	4.8	17.6	22.2	55.8	85.8	23.8
28/9/10	19.8	69.0	0.0	17.5	21.7	61.1	75.1	23.6
29/9/10	19.5	67.9	0.4	17.4	22.0	59.2	80.2	23.6
30/9/10	19.8	68.1	0.0	17.0	22.6	54.7	77.8	23.6

MASSIMI e MINIMI ASSOLUTI

Temperatura

Min: 17.0 °C il 30/9 alle ore 6.10

Max: 29.5 °C il 4/9 alle ore 13.50

Umidità

Min: 27.0 % il 1/9 alle ore 11.10

Max: 91.2 % il 9/9 alle ore 0.00

Pressione

Min: 990.6 hPa il 25/9 alle ore 7.30

Max: 1013.2 hPa il 20/9 alle ore 23.40

Velocità del vento

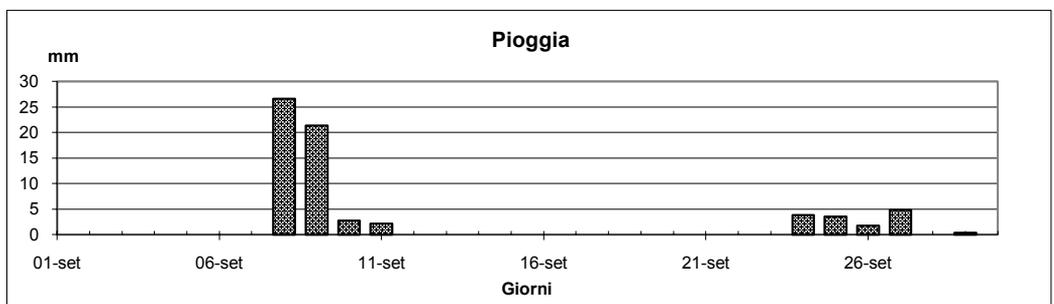
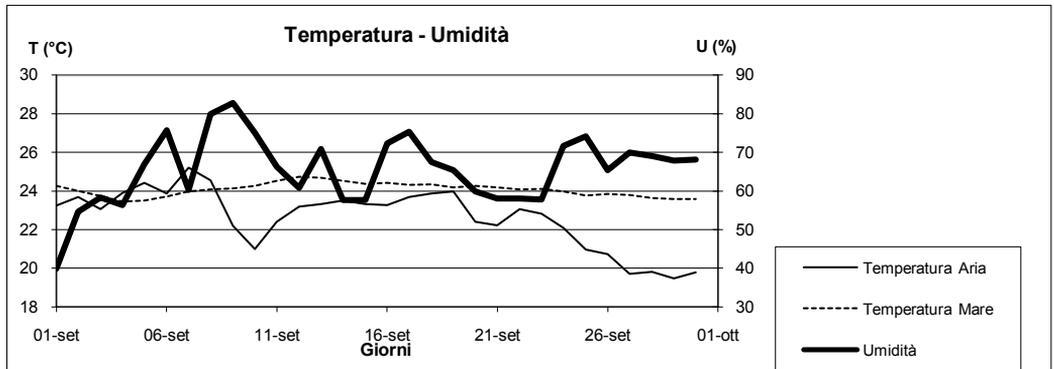
Max: 20.7 m/s il 8/9 alle ore 21.20

Radiazione totale

Max: 961.4 W/m² il 11/9 alle ore 12.50

Radiazione UVB

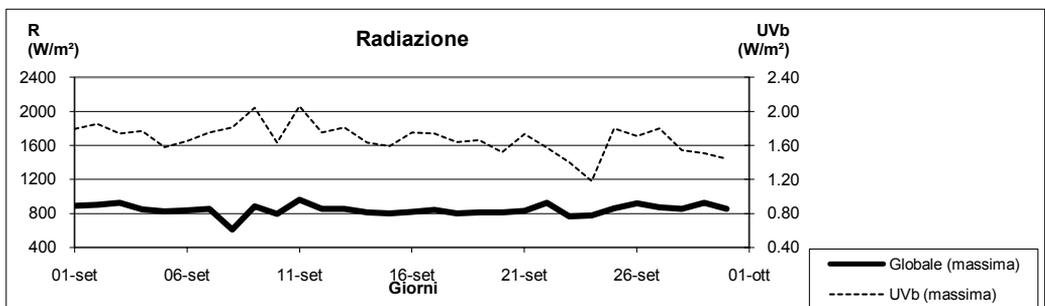
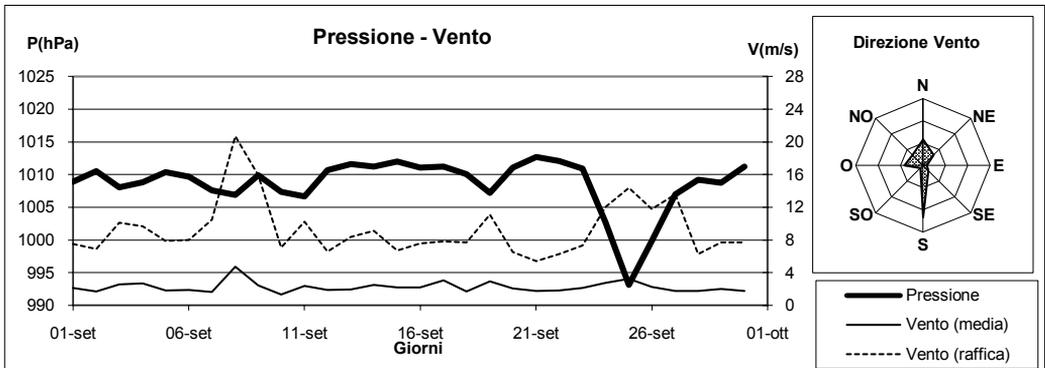
Max: 2.060 W/m² il 11/9 alle ore 11.40



SETTEMBRE 2010

(medie giornaliere)

Data	P(hPa)	DV(°N)	VV(m/s)	R(W/m ²)	UVb(W/m ²)	P _{min} (hPa)	P _{max} (hPa)	VV _{max} (m/s)	R _{max} (W/m ²)	UVb _{max} (W/m ²)
1/9/10	1008.9	180.0	2.1	293.2	0.476	1007.6	1010.8	7.5	887.0	1.790
2/9/10	1010.5	180.0	1.7	258.2	0.435	1009.5	1011.4	6.9	901.7	1.850
3/9/10	1008.1	0.0	2.6	127.9	0.242	1006.4	1010.2	10.1	927.0	1.740
4/9/10	1008.8	0.0	2.7	265.6	0.439	1007.5	1010.7	9.7	847.5	1.770
5/9/10	1010.3	180.0	1.8	261.3	0.411	1008.8	1011.4	7.9	825.8	1.580
6/9/10	1009.7	180.0	1.9	250.3	0.410	1008.2	1010.8	8.0	838.8	1.650
7/9/10	1007.6	180.0	1.7	247.7	0.408	1005.1	1010.1	10.5	854.2	1.750
8/9/10	1006.9	180.0	4.7	75.4	0.187	1004.0	1010.5	20.7	610.3	1.810
9/9/10	1009.9	180.0	2.4	100.6	0.240	1007.7	1011.5	15.9	885.5	2.040
10/9/10	1007.3	45.0	1.3	103.6	0.236	1005.7	1010.1	7.1	791.4	1.630
11/9/10	1006.6	45.0	2.3	239.7	0.444	1004.0	1010.3	10.2	961.4	2.060
12/9/10	1010.7	180.0	1.9	264.0	0.448	1009.5	1012.5	6.6	855.8	1.750
13/9/10	1011.6	180.0	2.0	254.6	0.446	1010.4	1012.5	8.4	852.2	1.810
14/9/10	1011.2	45.0	2.5	193.2	0.357	1010.1	1012.5	9.1	811.1	1.630
15/9/10	1012.0	315.0	2.2	249.3	0.401	1010.6	1013.0	6.7	798.5	1.590
16/9/10	1011.1	180.0	2.2	202.3	0.357	1010.7	1012.0	7.6	815.1	1.750
17/9/10	1011.2	180.0	3.1	237.2	0.399	1010.7	1012.0	7.8	841.2	1.740
18/9/10	1010.0	180.0	1.7	189.8	0.346	1007.6	1011.3	7.7	797.3	1.640
19/9/10	1007.2	270.0	2.9	237.1	0.405	1005.0	1009.5	11.1	814.7	1.660
20/9/10	1011.1	0.0	2.0	239.6	0.376	1009.5	1013.2	6.5	810.7	1.520
21/9/10	1012.7	0.0	1.7	143.0	0.255	1011.9	1013.2	5.4	830.1	1.730
22/9/10	1012.0	0.0	1.8	207.0	0.328	1011.3	1012.5	6.3	927.4	1.570
23/9/10	1010.9	315.0	2.1	229.6	0.341	1008.9	1012.6	7.3	764.5	1.400
24/9/10	1002.7	135.0	2.7	106.5	0.195	996.0	1008.9	12.0	776.7	1.180
25/9/10	993.1	270.0	3.2	122.2	0.245	990.6	995.9	14.4	859.8	1.800
26/9/10	999.9	270.0	2.3	192.2	0.336	995.1	1004.6	11.8	917.1	1.710
27/9/10	1006.9	270.0	1.8	130.3	0.236	1003.9	1009.2	13.6	872.8	1.800
28/9/10	1009.2	315.0	1.8	135.8	0.249	1008.9	1009.6	6.3	854.6	1.540
29/9/10	1008.8	180.0	2.0	229.4	0.342	1007.3	1011.4	7.7	922.2	1.510
30/9/10	1011.3	0.0	1.8	191.1	0.279	1010.6	1012.0	7.7	855.8	1.440



OTTOBRE 2010

(medie giornaliere)

Data	T(°C)	U(%)	Pg(mm)	Tmin (°C)	Tmax (°C)	Umin (%)	Umax (%)	Tmare (°C)
1/10/10	20.5	71.1	0.8	17.9	22.8	53.4	81.4	23.5
2/10/10	21.0	73.2	0.0	18.7	23.3	57.9	81.0	23.5
3/10/10	20.9	75.5	0.0	18.3	23.6	62.7	83.0	23.5
4/10/10	22.1	70.2	0.0	18.8	24.9	57.5	81.6	23.4
5/10/10	23.2	76.8	0.0	21.5	24.7	67.2	88.8	23.3
6/10/10	22.2	74.9	0.6	20.0	25.8	51.4	86.2	23.3
7/10/10	22.3	61.2	0.0	19.1	25.5	46.5	71.9	23.4
8/10/10	21.8	55.6	0.0	18.8	25.6	39.5	68.0	23.4
9/10/10	19.4	46.2	0.0	16.2	23.5	31.1	57.9	23.1
10/10/10	18.2	45.6	0.4	14.3	21.3	32.1	59.4	23.1
11/10/10	16.2	78.6	28.8	13.5	17.9	59.5	89.1	22.8
12/10/10	19.8	68.4	0.0	16.4	25.1	51.0	76.8	22.7
13/10/10	19.5	82.3	22.0	17.5	22.7	68.6	89.6	22.7
14/10/10	19.5	79.5	2.0	17.3	22.0	42.5	88.2	22.7
15/10/10	19.1	77.2	0.2	16.8	21.4	23.6	87.6	22.7
16/10/10	18.3	78.6	4.6	16.9	21.3	55.7	85.0	22.6
17/10/10	18.6	72.0	2.0	16.4	21.4	48.9	87.3	22.5
18/10/10	18.1	66.4	0.0	15.7	21.6	49.4	81.0	22.5
19/10/10	16.8	71.2	2.4	14.9	19.2	61.2	78.0	22.3
20/10/10	17.7	68.3	0.2	14.5	20.5	58.0	77.5	22.1
21/10/10	18.2	68.0	0.0	15.3	21.1	54.8	81.5	22.0
22/10/10	17.7	63.0	0.0	15.4	20.9	51.5	75.0	21.9
23/10/10	18.1	69.8	0.0	15.1	21.0	53.5	78.2	21.7
24/10/10	18.5	74.3	4.4	16.0	20.4	64.4	81.5	21.6
25/10/10	17.8	80.2	21.0	15.4	20.3	60.8	90.3	21.5
26/10/10	14.7	82.2	6.4	13.5	16.3	74.0	84.9	21.5
27/10/10	13.6	66.8	0.2	12.1	15.3	59.8	74.3	21.3
28/10/10	14.2	55.1	0.0	11.2	18.2	38.5	66.0	21.2
29/10/10	14.9	49.4	0.0	11.0	20.7	24.9	65.0	21.0
30/10/10	16.4	68.6	0.0	13.1	19.3	58.8	78.0	20.8
31/10/10	18.8	74.0	0.0	15.6	21.2	60.6	83.4	20.6

MASSIMI e MINIMI ASSOLUTI

Temperatura

Min: 11.0 °C il 29/10 alle ore 5.10

Max: 25.8 °C il 6/10 alle ore 10.50

Umidità

Min: 23.6 % il 15/10 alle ore 13.40

Max: 90.3 % il 25/10 alle ore 9.20

Pressione

Min: 992.7 hPa il 19/10 alle ore 6.10

Max: 1019.5 hPa il 22/10 alle ore 9.30

Velocità del vento

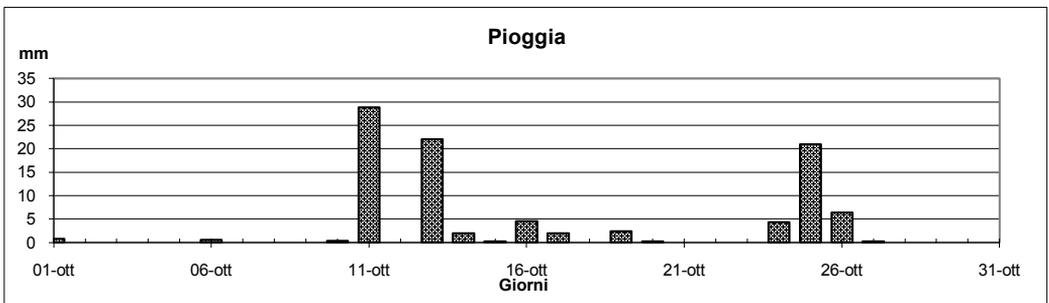
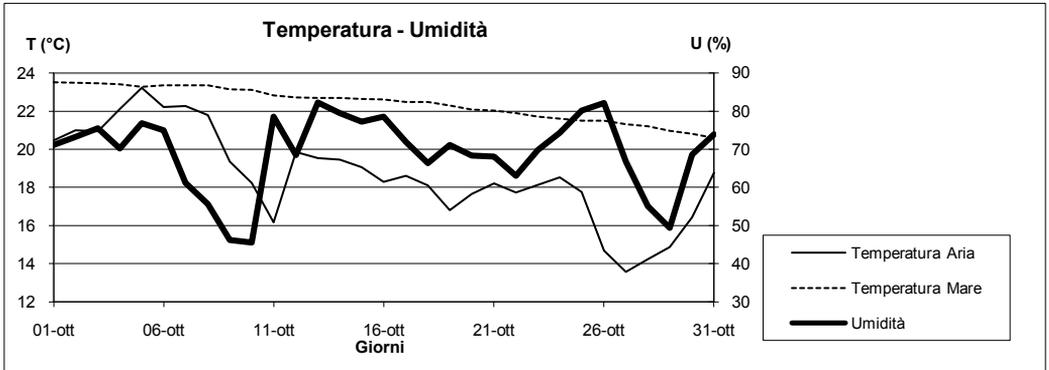
Max: 15.7 m/s il 31/10 alle ore 17.40

Radiazione totale

Max: 918.7 W/m² il 14/10 alle ore 12.30

Radiazione UVb

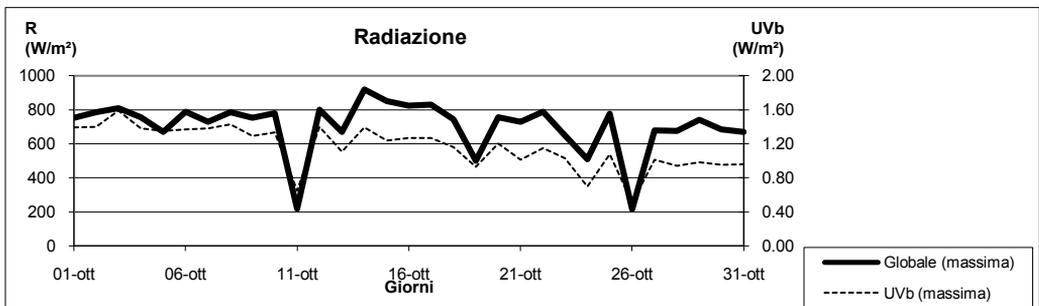
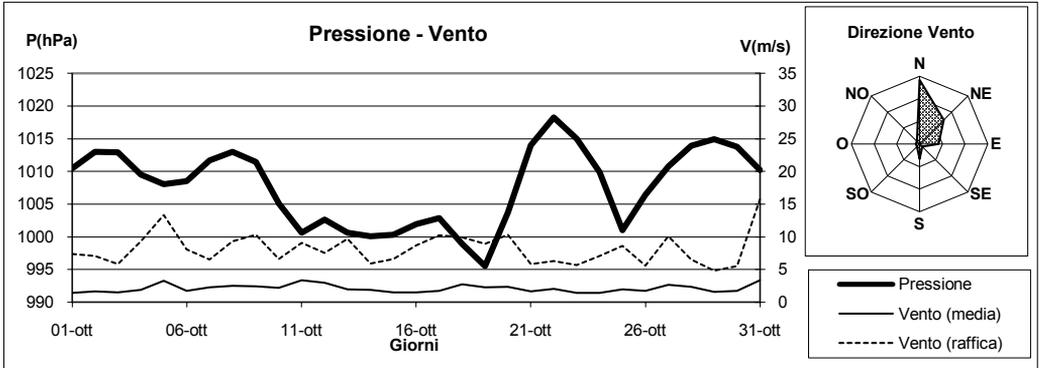
Max: 1.590 W/m² il 3/10 alle ore 12.10



OTTOBRE 2010

(medie giornaliere)

Data	P(hPa)	DV(°N)	VV(m/s)	R(W/m ²)	UVb(W/m ²)	P _{min} (hPa)	P _{max} (hPa)	VV _{max} (m/s)	R _{max} (W/m ²)	UVb _{max} (W/m ²)
1/10/10	1010.4	180.0	1.4	174.7	0.269	1009.5	1012.0	7.4	752.2	1.390
2/10/10	1013.0	0.0	1.6	214.4	0.316	1011.6	1014.4	7.1	785.0	1.400
3/10/10	1012.9	180.0	1.5	207.5	0.315	1011.4	1013.9	5.8	810.3	1.590
4/10/10	1009.5	0.0	1.9	178.9	0.282	1007.6	1011.4	9.3	756.6	1.380
5/10/10	1008.1	180.0	3.3	77.7	0.161	1007.0	1009.5	13.3	668.8	1.350
6/10/10	1008.5	0.0	1.8	199.5	0.303	1007.6	1010.7	8.1	789.4	1.370
7/10/10	1011.7	0.0	2.3	209.2	0.323	1010.1	1013.5	6.5	729.3	1.380
8/10/10	1013.0	0.0	2.5	160.6	0.269	1012.0	1014.4	9.3	783.8	1.430
9/10/10	1011.4	45.0	2.5	214.2	0.308	1008.9	1014.0	10.3	753.4	1.290
10/10/10	1005.1	0.0	2.2	204.3	0.291	1001.5	1010.2	6.6	779.9	1.330
11/10/10	1000.6	0.0	3.4	39.0	0.096	998.0	1003.3	9.1	218.0	0.650
12/10/10	1002.6	0.0	3.0	162.5	0.268	1000.9	1004.0	7.5	800.5	1.400
13/10/10	1000.7	0.0	2.0	64.1	0.126	998.5	1002.8	9.7	670.4	1.110
14/10/10	1000.0	0.0	1.9	200.2	0.272	999.7	1001.5	5.9	918.7	1.390
15/10/10	1000.4	0.0	1.5	124.4	0.191	1000.9	1002.1	6.6	850.3	1.240
16/10/10	1002.0	45.0	1.5	148.1	0.212	1000.9	1003.3	8.7	824.6	1.270
17/10/10	1002.9	90.0	1.8	196.2	0.265	1001.1	1004.6	10.2	828.5	1.270
18/10/10	998.9	45.0	2.8	137.5	0.202	994.2	1003.9	9.9	743.1	1.160
19/10/10	995.6	45.0	2.3	59.6	0.119	992.7	1000.3	8.9	501.1	0.930
20/10/10	1003.7	90.0	2.3	93.5	0.148	1000.3	1008.9	10.3	756.6	1.200
21/10/10	1014.0	90.0	1.7	177.4	0.219	1008.9	1018.3	5.8	727.3	1.010
22/10/10	1018.2	45.0	2.1	149.3	0.211	1017.4	1019.5	6.3	787.4	1.150
23/10/10	1015.0	45.0	1.4	113.5	0.166	1013.2	1017.5	5.7	647.8	1.030
24/10/10	1009.9	90.0	1.4	69.7	0.106	1006.3	1013.2	7.1	510.2	0.700
25/10/10	1001.0	45.0	1.9	102.1	0.150	957.2	1005.8	8.6	775.9	1.080
26/10/10	1006.5	0.0	1.7	19.1	0.053	1003.3	1008.3	5.6	214.5	0.510
27/10/10	1010.8	0.0	2.6	94.0	0.137	1008.3	1013.2	10.1	677.5	1.010
28/10/10	1013.9	0.0	2.3	180.4	0.208	1012.6	1015.5	6.5	676.7	0.940
29/10/10	1014.9	0.0	1.6	165.6	0.193	1013.8	1015.6	4.8	740.7	0.980
30/10/10	1013.7	0.0	1.7	125.3	0.163	1012.7	1015.0	5.5	685.0	0.950
31/10/10	1010.2	45.0	3.3	97.7	0.149	1007.7	1013.2	15.7	668.4	0.960



NOVEMBRE 2010

(medie giornaliere)

Data	T(°C)	U(%)	Pg(mm)	Tmin (°C)	Tmax (°C)	Umin (%)	Umax (%)	Tmare (°C)
1/11/10	21.0	67.2	30.4	15.7	22.7	55.0	88.8	20.2
2/11/10	16.9	76.4	1.8	14.8	19.2	61.7	90.1	20.3
3/11/10	17.6	71.0	0.0	14.5	21.2	53.4	82.2	20.3
4/11/10	19.1	66.6	0.0	16.0	24.4	47.7	75.8	20.3
5/11/10	19.3	67.6	0.0	15.9	24.0	46.9	79.4	20.4
6/11/10	18.2	79.2	0.0	15.5	20.8	66.5	87.8	20.4
7/11/10	18.1	82.3	2.0	16.4	19.9	73.9	89.3	20.4
8/11/10	17.1	79.0	32.6	15.0	19.2	67.3	86.3	19.9
9/11/10	17.2	80.2	15.0	13.9	18.8	49.5	86.2	19.7
10/11/10	18.8	74.2	5.0	16.0	19.6	54.7	86.5	19.3
11/11/10	15.8	74.3	14.8	13.9	18.7	63.3	85.1	19.8
12/11/10	15.3	74.1	0.2	11.4	18.0	60.5	82.7	19.9
13/11/10	16.4	83.6	0.0	13.7	18.6	75.7	88.3	19.8
14/11/10	17.4	80.9	0.0	15.7	20.0	67.7	87.8	19.8
15/11/10	17.1	79.9	0.0	14.6	20.1	64.5	89.0	19.9
16/11/10	16.7	76.9	8.8	13.9	18.7	57.8	89.9	19.8
17/11/10	13.3	81.6	26.6	12.0	15.5	68.9	87.4	19.1
18/11/10	14.8	79.7	10.0	11.2	18.2	63.2	87.1	19.1
19/11/10	15.0	65.3	0.2	13.5	18.3	53.3	77.7	19.1
20/11/10	15.5	75.5	2.0	13.2	18.1	65.8	81.2	19.2
21/11/10	18.1	75.8	0.6	16.5	19.2	66.5	80.8	18.9
22/11/10	15.5	77.6	26.8	12.7	17.9	60.9	87.3	19.1
23/11/10	13.3	76.8	21.4	11.8	15.9	60.0	87.8	19.1
24/11/10	11.9	74.0	30.2	10.1	13.8	61.6	83.8	19.1
25/11/10	11.3	76.9	10.2	9.3	13.4	60.2	87.3	19.1
26/11/10	12.1	68.0	20.0	9.8	14.3	46.5	85.1	19.0
27/11/10	12.2	59.3	0.0	11.5	13.5	48.7	68.9	19.1
28/11/10	16.3	77.8	5.6	10.3	19.5	66.3	85.3	18.9
29/11/10	14.2	71.4	2.6	10.8	16.6	60.9	82.4	18.6
30/11/10	16.4	86.3	8.2	10.6	18.6	78.6	90.1	18.4

MASSIMI e MINIMI ASSOLUTI

Temperatura

Min: 9.3 °C il 25/11 alle ore 7.10
 Max: 24.4 °C il 4/11 alle ore 13.20

Umidità

Min: 46.5 % il 26/11 alle ore 18.40
 Max: 90.1 % il 2/11 alle ore 2.00

Pressione

Min: 970.2 hPa il 10/11 alle ore 7.40
 Max: 1036.4 hPa il 18/11 alle ore 23.20

Velocità del vento

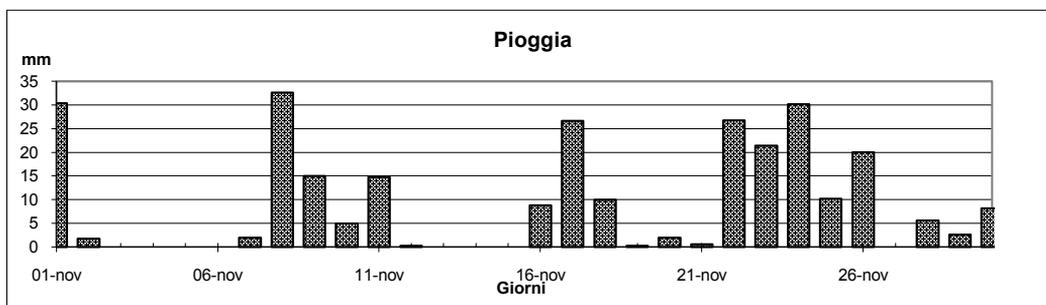
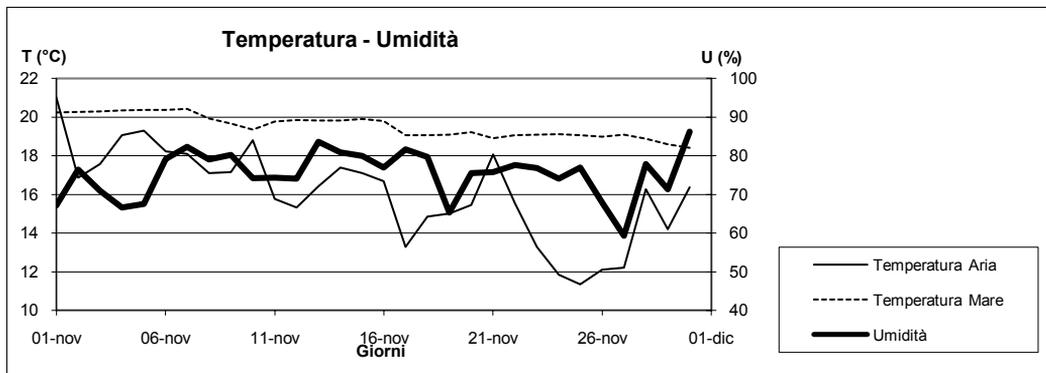
Max: 23.9 m/s il 1/11 alle ore 19.20

Radiazione totale

Max: 696.1 W/m² il 12/11 alle ore 12.10

Radiazione UVb

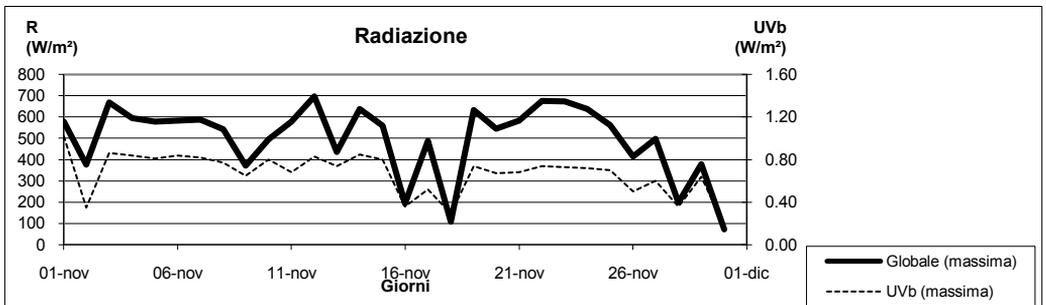
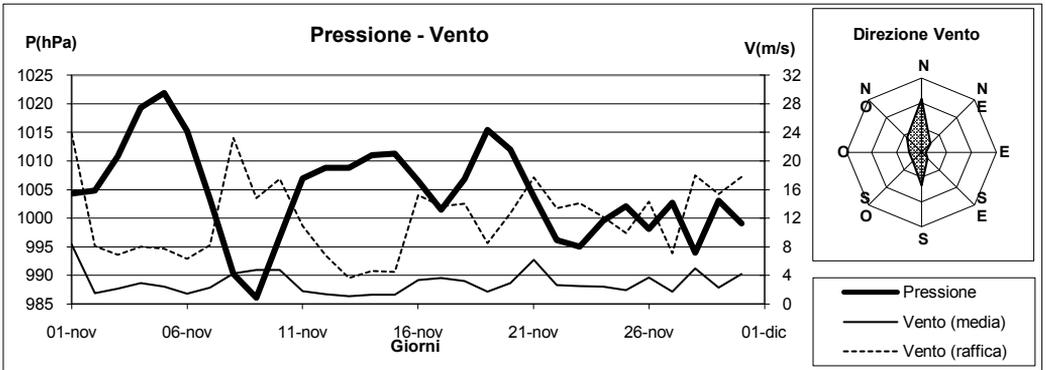
Max: 1.020 W/m² il 1/11 alle ore 12.20



NOVEMBRE 2010

(medie giornaliere)

Data	P(hPa)	DV(°N)	VV(m/s)	R(W/m ²)	UVb(W/m ²)	P _{min} (hPa)	P _{max} (hPa)	VV _{max} (m/s)	R _{max} (W/m ²)	UVb _{max} (W/m ²)
1/11/10	1004.3	0.0	8.4	80.3	0.128	1000.9	1007.7	23.9	578.2	1.020
2/11/10	1004.8	0.0	1.5	42.1	0.073	992.4	1007.1	8.1	375.4	0.350
3/11/10	1010.8	0.0	2.2	136.8	0.163	1007.1	1015.2	6.9	668.0	0.860
4/11/10	1019.3	0.0	3.0	146.7	0.177	1015.0	1023.1	8.0	594.1	0.840
5/11/10	1021.8	0.0	2.4	138.3	0.175	1019.4	1023.5	7.7	577.1	0.810
6/11/10	1015.3	45.0	1.4	141.8	0.177	1011.1	1019.3	6.3	583.4	0.840
7/11/10	1003.3	45.0	2.3	106.9	0.149	994.8	1010.8	8.2	588.9	0.820
8/11/10	990.3	180.0	4.3	33.8	0.064	986.3	995.2	23.2	542.3	0.770
9/11/10	986.1	180.0	4.7	27.0	0.064	983.0	990.5	14.8	370.7	0.650
10/11/10	996.7	225.0	4.8	87.0	0.136	970.2	1003.9	17.5	494.4	0.800
11/11/10	1007.0	0.0	1.8	153.9	0.176	989.4	1008.9	10.9	578.2	0.680
12/11/10	1008.8	0.0	1.4	153.1	0.170	1008.1	1010.1	6.8	696.1	0.830
13/11/10	1008.8	0.0	1.1	60.2	0.101	1007.6	1010.2	3.6	435.1	0.740
14/11/10	1011.0	0.0	1.3	124.2	0.161	1010.1	1012.2	4.6	636.8	0.850
15/11/10	1011.2	0.0	1.3	135.2	0.165	1009.6	1012.5	4.5	560.4	0.800
16/11/10	1006.5	180.0	3.4	17.9	0.045	1004.5	1009.5	15.2	193.5	0.360
17/11/10	1001.5	135.0	3.6	34.9	0.068	999.5	1004.6	13.7	487.7	0.520
18/11/10	1006.9	180.0	3.2	13.6	0.039	1002.6	1036.5	14.0	108.9	0.290
19/11/10	1015.4	270.0	1.7	176.5	0.195	1007.2	1030.0	8.5	634.0	0.740
20/11/10	1012.0	0.0	2.9	55.4	0.089	1008.2	1016.2	12.7	545.8	0.670
21/11/10	1003.8	180.0	6.2	111.3	0.128	1000.1	1008.1	17.7	583.0	0.680
22/11/10	996.1	225.0	2.6	84.7	0.111	984.9	1000.8	13.4	676.3	0.740
23/11/10	995.0	315.0	2.5	69.2	0.094	993.5	997.7	14.1	672.3	0.730
24/11/10	999.5	315.0	2.4	45.0	0.067	997.2	1002.6	12.2	637.9	0.720
25/11/10	1002.1	315.0	1.9	50.9	0.084	1000.9	1003.2	9.9	560.8	0.700
26/11/10	998.1	270.0	3.7	36.5	0.059	995.4	1001.7	14.3	414.9	0.500
27/11/10	1002.7	0.0	1.7	54.4	0.083	1000.8	1004.4	7.1	497.6	0.600
28/11/10	994.0	180.0	5.0	34.7	0.064	990.4	1000.9	18.0	197.1	0.360
29/11/10	1003.1	315.0	2.3	52.3	0.094	994.8	1005.8	15.4	378.6	0.640
30/11/10	999.1	180.0	4.2	8.1	0.024	996.5	1004.3	17.8	73.3	0.180



DICEMBRE 2010

(medie giornaliere)

Data	T(°C)	U(%)	Pg(mm)	Tmin (°C)	Tmax (°C)	Umin (%)	Umax (%)	Tmare (°C)
1/12/10	17.9	82.8	12.4	15.6	19.7	75.0	89.3	18.1
2/12/10	16.0	69.7	0.2	15.2	16.9	59.4	79.5	18.1
3/12/10	13.8	72.6	5.6	11.1	16.4	62.4	82.8	17.8
4/12/10	10.3	70.0	6.2	8.5	12.5	47.6	79.9	18.0
5/12/10	9.1	68.3	0.2	6.3	11.3	50.7	81.3	18.0
6/12/10	14.3	72.2	0.0	10.1	15.6	67.1	75.4	17.7
7/12/10	16.2	72.6	0.0	12.9	18.3	62.5	78.2	17.5
8/12/10	17.6	66.3	0.0	14.7	21.3	39.5	85.3	17.6
9/12/10	16.9	81.3	0.0	14.7	18.9	70.5	88.1	17.6
10/12/10	11.2	42.1	0.0	7.5	14.6	22.6	69.5	17.5
11/12/10	8.3	51.5	0.0	5.5	10.4	32.1	77.3	17.3
12/12/10	10.3	76.5	0.8	8.6	12.8	66.4	83.7	17.3
13/12/10	9.7	59.0	0.0	7.1	11.8	45.4	84.6	17.2
14/12/10	6.0	50.4	0.0	3.3	8.1	38.6	64.1	17.0
15/12/10	4.0	52.0	0.0	3.0	5.6	39.8	61.2	16.7
16/12/10	3.9	51.8	0.0	1.8	6.7	40.8	64.8	16.3
17/12/10	5.3	58.2	8.8	0.8	13.3	41.7	82.6	16.1
18/12/10	11.4	62.3	6.0	8.5	13.4	46.9	81.0	15.5
19/12/10	9.7	62.7	0.2	6.9	12.5	55.2	70.1	15.9
20/12/10	13.8	76.1	0.8	10.8	16.4	66.6	89.1	15.8
21/12/10	14.4	88.5	0.4	12.9	16.1	82.1	91.9	15.8
22/12/10	15.6	81.2	0.0	13.0	17.3	69.9	89.5	15.9
23/12/10	18.0	70.4	2.2	15.0	20.4	54.4	86.1	15.9
24/12/10	14.2	81.1	13.0	11.9	16.0	70.8	86.2	15.8
25/12/10	11.8	71.8	2.8	9.1	13.1	64.1	82.6	16.0
26/12/10	9.4	77.9	4.4	6.5	11.6	68.2	84.3	16.0
27/12/10	8.9	63.0	0.0	7.4	11.8	52.3	78.7	15.8
28/12/10	7.6	51.7	0.0	5.5	10.2	38.2	63.8	15.8
29/12/10	8.4	57.7	0.0	5.2	12.8	38.7	67.4	15.8
30/12/10	10.2	62.0	0.0	7.1	13.8	53.9	71.1	15.7
31/12/10	11.1	65.0	0.0	10.4	11.7	58.4	73.4	15.7

Giorni con neve sul cono del Vesuvio:

5/12
17/12
26/12
27/12

MASSIMI e MINIMI ASSOLUTI

Temperatura

Min: 0.8 °C il 17/12 alle ore 5.20
Max: 21.3 °C il 8/12 alle ore 12.50

Umidità

Min: 22.6 % il 10/12 alle ore 13.40
Max: 91.9 % il 21/12 alle ore 9.20

Pressione

Min: 989.9 hPa il 24/12 alle ore 18.10
Max: 1019.2 hPa il 10/12 alle ore 23.20

Velocità del vento

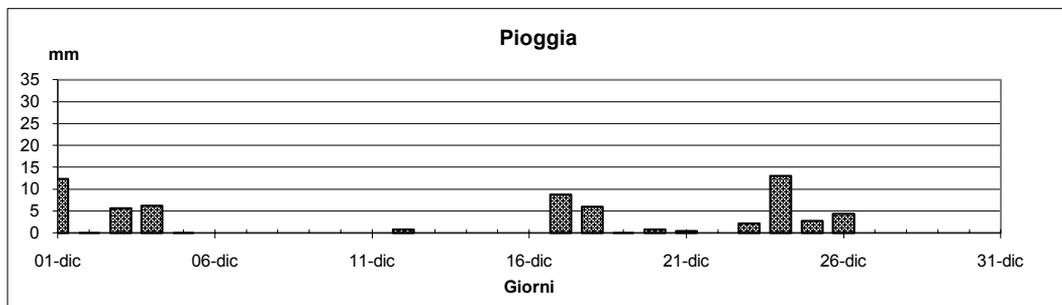
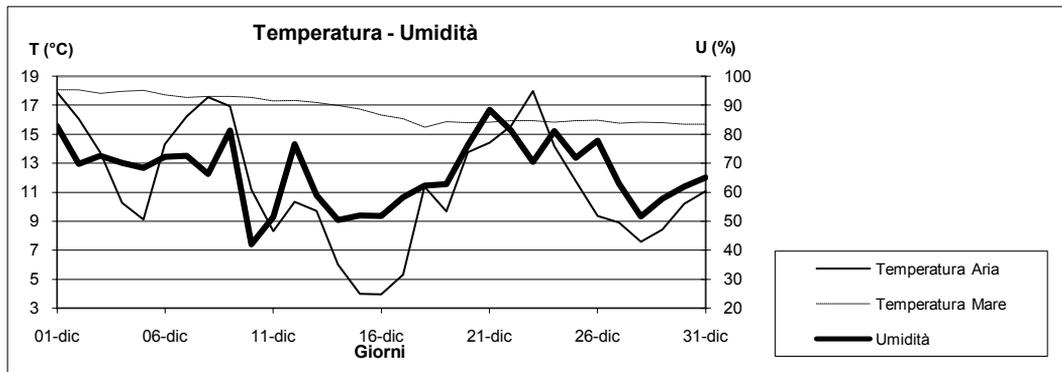
Max: 24.9 m/s il 23/12 alle ore 20.00

Radiazione totale

Max: 640.3 W/m² il 5/12 alle ore 11.30

Radiazione UVb

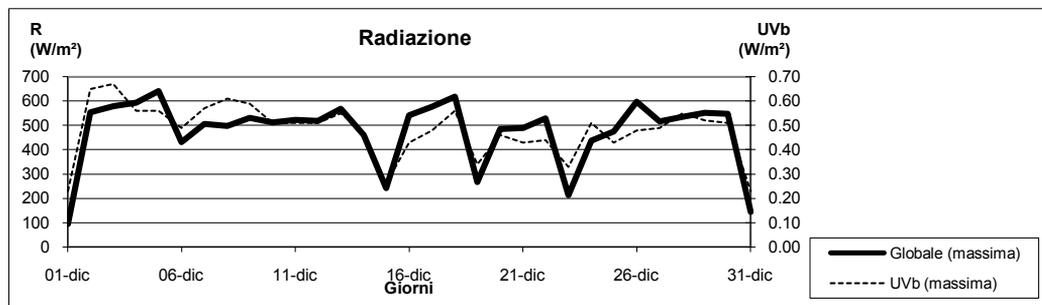
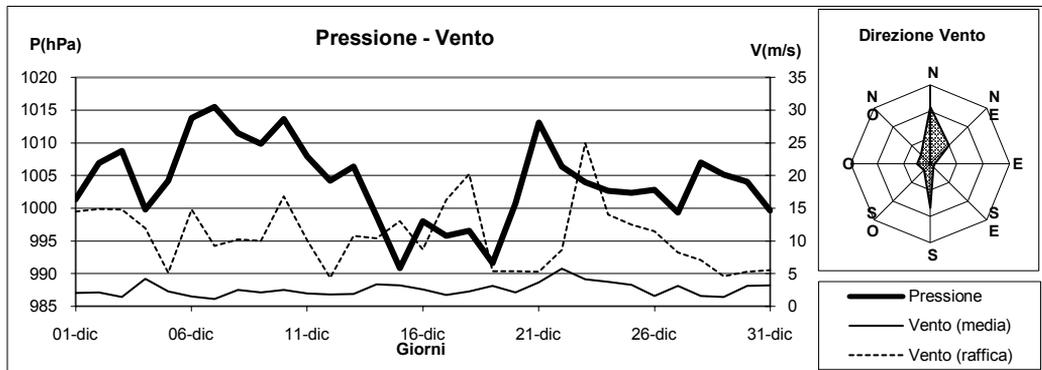
Max: 0.670 W/m² il 3/12 alle ore 11.40



DICEMBRE 2010

(medie giornaliere)

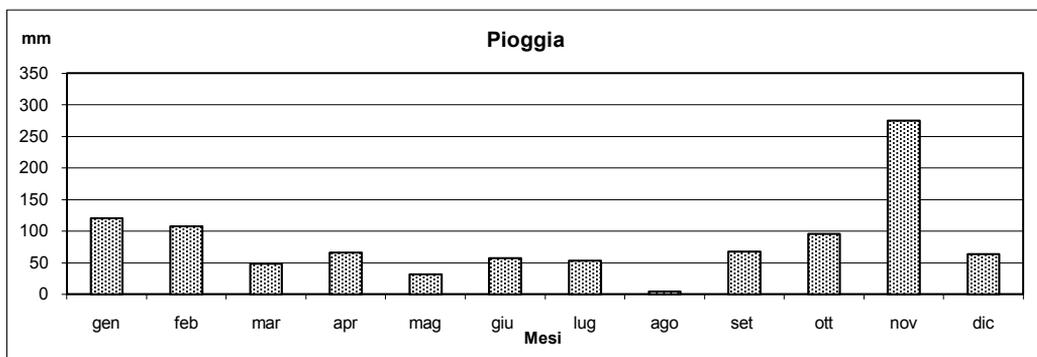
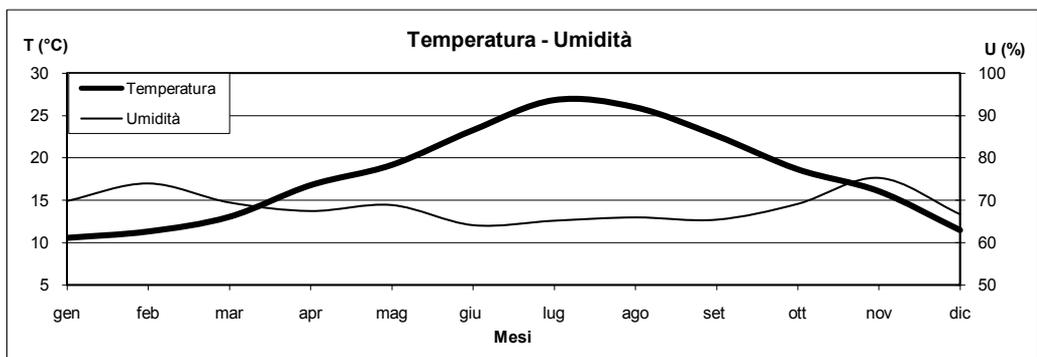
Data	P(hPa)	DV(°N)	VV(m/s)	R(W/m ²)	UVb(W/m ²)	P _{min} (hPa)	P _{max} (hPa)	VV _{max} (m/s)	R _{max} (W/m ²)	UVb _{max} (W/m ²)
1/12/10	1001.3	180.0	2.0	9.4	0.025	991.8	1002.1	14.5	93.9	0.230
2/12/10	1006.9	225.0	2.1	102.9	0.107	1001.8	1005.8	14.9	554.5	0.650
3/12/10	1008.8	270.0	1.4	69.8	0.089	1000.9	1007.6	14.8	577.8	0.670
4/12/10	999.8	315.0	4.2	86.1	0.090	1005.7	1015.0	11.9	593.3	0.560
5/12/10	1004.2	0.0	2.2	106.5	0.096	1013.7	1018.4	5.1	640.3	0.560
6/12/10	1013.8	180.0	1.5	36.7	0.051	1008.2	1013.7	14.8	431.2	0.490
7/12/10	1015.5	180.0	1.1	114.7	0.115	1007.1	1008.9	9.2	505.5	0.570
8/12/10	1011.5	180.0	2.5	77.3	0.099	1007.7	1010.1	10.2	497.2	0.610
9/12/10	1009.8	180.0	2.1	80.9	0.100	1004.5	1008.8	10.0	531.2	0.590
10/12/10	1013.6	45.0	2.5	87.4	0.088	1005.8	1019.2	16.8	511.4	0.510
11/12/10	1007.9	45.0	2.0	119.1	0.103	1010.7	1019.2	10.1	522.9	0.510
12/12/10	1004.2	0.0	1.8	32.6	0.042	996.0	1010.7	4.4	517.7	0.510
13/12/10	1006.3	45.0	1.9	76.0	0.082	995.3	1005.7	10.8	569.1	0.550
14/12/10	998.8	45.0	3.4	78.9	0.081	1005.7	1011.2	10.4	460.0	0.470
15/12/10	990.8	45.0	3.2	41.1	0.049	996.6	1010.7	13.0	242.2	0.260
16/12/10	998.1	0.0	2.6	117.0	0.084	1000.9	1004.5	8.7	541.9	0.430
17/12/10	995.7	0.0	1.7	71.6	0.065	993.4	1002.7	16.3	577.1	0.480
18/12/10	996.5	315.0	2.3	69.0	0.077	991.1	1005.1	20.2	619.0	0.560
19/12/10	991.6	0.0	3.1	41.8	0.059	1002.6	1005.8	5.4	267.1	0.340
20/12/10	1000.7	0.0	2.1	54.1	0.066	1001.5	1007.5	5.4	486.1	0.460
21/12/10	1013.1	180.0	3.7	60.7	0.073	1007.0	1009.5	5.3	488.5	0.430
22/12/10	1006.3	180.0	5.8	56.6	0.068	1004.5	1008.9	8.6	529.2	0.440
23/12/10	1004.0	180.0	4.1	27.7	0.045	991.3	1004.5	24.9	212.5	0.330
24/12/10	1002.7	180.0	3.7	41.9	0.054	989.9	994.8	14.0	436.7	0.510
25/12/10	1002.4	270.0	3.3	44.5	0.065	994.1	1003.9	12.5	475.0	0.430
26/12/10	1002.8	0.0	1.6	71.5	0.067	1002.1	1006.4	11.5	596.8	0.480
27/12/10	999.3	0.0	3.1	116.5	0.096	1006.4	1014.5	8.2	517.3	0.490
28/12/10	1007.0	0.0	1.6	119.3	0.108	1014.3	1016.2	7.1	535.1	0.550
29/12/10	1005.2	0.0	1.4	114.3	0.096	1015.6	1017.4	4.6	552.1	0.520
30/12/10	1004.1	0.0	3.1	91.7	0.086	1016.2	1018.0	5.3	546.6	0.510
31/12/10	999.7	0.0	3.2	19.3	0.028	1013.8	1016.2	5.5	144.5	0.230

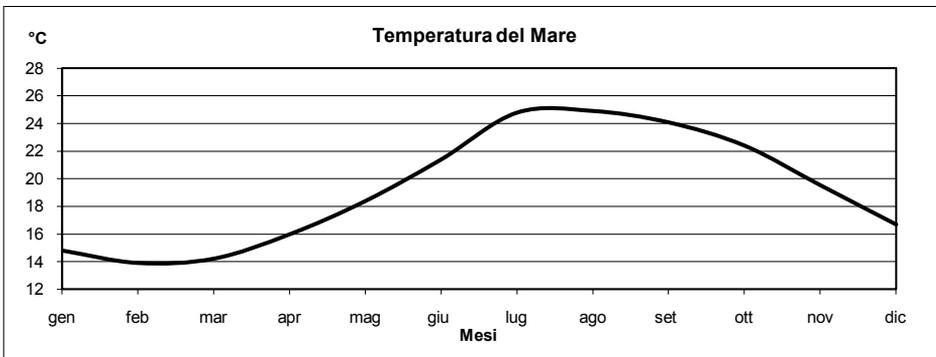
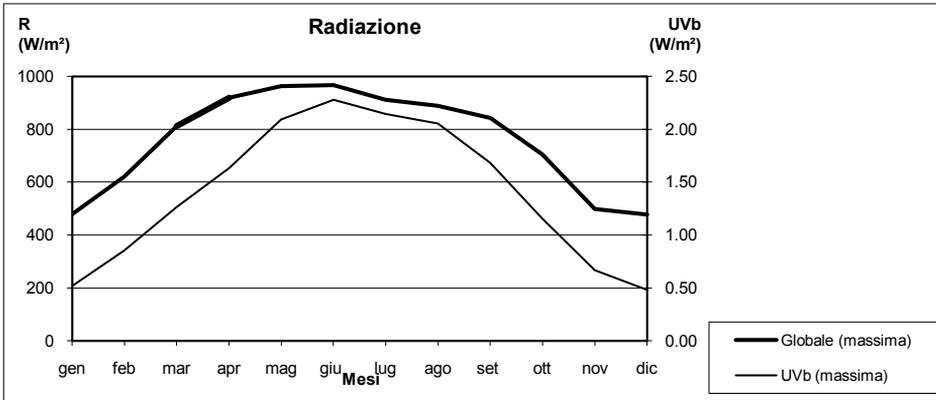
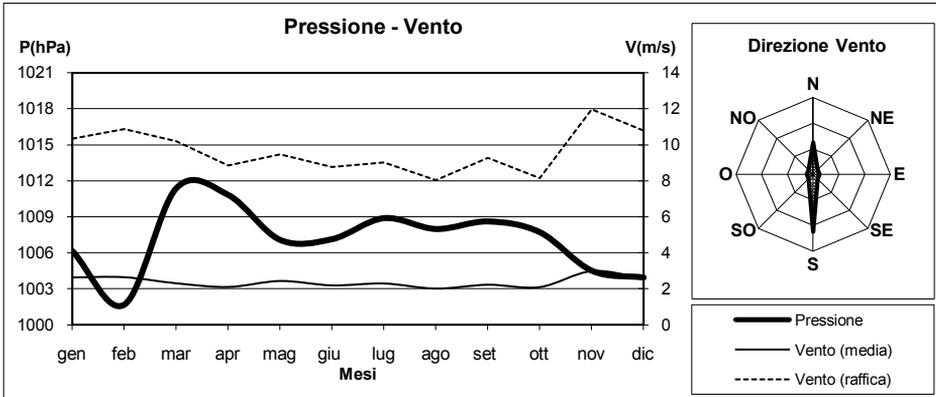


MEDIE MENSILI 2010

Data	T(°C)	U(%)	Pg(mm)	P(hPa)	DV(°N)	VV(m/s)	R(W/m ²)	UVb(W/m ²)	Tmare (°C)
Gennaio	10.5	69.9	120.8	1006.2	0.0	2.6	79.7	0.085	14.8
Febbraio	11.3	74.0	107.8	1001.7	180.0	2.6	104.6	0.138	13.9
Marzo	13.0	69.5	48.6	1011.4	180.0	2.3	178.9	0.250	14.2
Aprile	16.8	67.5	65.8	1010.8	180.0	2.1	226.4	0.343	16.0
Maggio	19.2	68.9	31.2	1007.1	180.0	2.4	253.5	0.446	18.4
Giugno	23.3	64.1	57.6	1007.1	180.0	2.2	290.6	0.551	21.4
Luglio	26.8	65.2	53.2	1008.9	180.0	2.3	302.5	0.577	24.8
Agosto	26.0	66.0	4.6	1008.0	180.0	2.0	276.6	0.522	24.9
Settembre	22.6	65.4	67.4	1008.6	180.0	2.2	199.2	0.342	24.1
Ottobre	18.6	69.2	96.0	1007.7	0.0	2.1	140.6	0.209	22.4
Novembre	16.1	75.3	275.0	1004.5	0.0	3.0	80.4	0.111	19.5
Dicembre	11.5	66.7	64.0	1003.9	0.0	2.6	72.2	0.076	16.7
ANNO	18.0	68.5	992.0	1007.2	180.0	2.4	183.8	0.304	19.3

Data	Tmin (°C)	Tmax (°C)	Umin (%)	Umax (%)	Pmin (hPa)	Pmax (hPa)	VVmax(m/s)	Rmax(W/m ²)	UVbmax(W/m ²)
Gennaio	8.4	13.0	56.1	80.2	1003.3	1009.4	10.4	479.5	0.519
Febbraio	9.0	13.8	58.4	85.2	998.0	1005.5	10.9	620.4	0.853
Marzo	10.5	16.1	51.5	83.1	1008.7	1014.1	10.2	811.5	1.265
Aprile	14.1	19.8	49.7	81.2	1009.2	1012.7	8.9	918.4	1.632
Maggio	16.7	22.2	52.3	82.9	1005.0	1009.3	9.5	962.5	2.091
Giugno	20.2	26.6	46.0	79.2	1005.6	1008.8	8.8	966.8	2.281
Luglio	24.0	30.2	47.3	78.2	1007.5	1010.5	9.0	910.9	2.145
Agosto	23.5	28.9	49.8	78.3	1006.7	1009.6	8.0	888.5	2.056
Settembre	19.7	25.5	49.7	78.7	1006.8	1010.5	9.3	843.6	1.681
Ottobre	16.0	21.6	52.2	79.3	1004.4	1010.1	8.1	704.3	1.156
Novembre	13.3	18.6	60.9	84.9	999.4	1009.2	12.0	498.0	0.670
Dicembre	8.9	13.9	54.3	78.8	1003.1	1009.8	10.8	476.6	0.482
ANNO	15.4	20.8	52.4	80.8	1004.8	1010.0	9.6	756.7	1.403





Riepilogo mensile delle precipitazioni								
Mese	Pioggia Totale mm.	N. Totale giorni con pioggia	N. giorni con pioggia fino ad 1 mm	N. giorni con pioggia da 1.1 a 10 mm	N. giorni con pioggia da 10.1 a 20 mm	N. giorni con pioggia da 20.1, a 40 mm	N. giorni con pioggia da 40.1 a 60 mm	N. giorni con pioggia maggiore di 60 mm
Gennaio	120.8	19	6	6	7	0	0	0
Febbraio	107.8	20	2	15	2	1	0	0
Marzo	48.6	9	2	6	0	1	0	0
Aprile	65.8	10	3	4	2	1	0	0
Maggio	31.2	14	7	7	0	0	0	0
Giugno	57.6	7	3	1	2	1	0	0
Luglio	53.2	4	1	1	1	1	0	0
Agosto	4.6	2	1	1	0	0	0	0
Settembre	67.4	9	1	6	0	2	0	0
Ottobre	96	15	6	6	0	3	0	0
Novembre	275	22	3	9	4	6	0	0
Dicembre	64	15	6	7	2	0	0	0
Totali	992.0	146	41	69	20	16	0	0

Riepilogo mensile delle Tmax					Riepilogo mensile delle Tmin				
Mese	N. giorni con Tmax > 10°C	N. giorni con Tmax > 20°C	N. giorni con Tmax > 30°C	N. giorni con Tmax > 35°C	Mese	N. giorni con Tmin ≤ 15°C	N. giorni con Tmin ≤ 10°C	N. giorni con Tmin ≤ 5°C	N. giorni con Tmin ≤ 0°C
Gennaio	29	0	0	0	Gennaio	31	25	0	0
Febbraio	3	0	0	0	Febbraio	28	17	3	0
Marzo	31	3	0	0	Marzo	31	14	0	0
Aprile	10	12	0	0	Aprile	21	0	0	0
Maggio	31	24	0	0	Maggio	7	0	0	0
Giugno	30	30	5	0	Giugno	0	0	0	0
Luglio	31	31	17	0	Luglio	0	0	0	0
Agosto	22	22	7	0	Agosto	0	0	0	0
Settembre	30	30	0	0	Settembre	0	0	0	0
Ottobre	31	25	0	0	Ottobre	9	0	0	0
Novembre	30	6	0	0	Novembre	22	2	0	0
Dicembre	28	2	0	0	Dicembre	29	18	4	0
Totali	306	185	29	0	Totali	178	76	7	0